

# 参数不确定连续系统的预见重复控制器设计

李丽<sup>1,3</sup>, 廖永龙<sup>2†</sup>, 孟晓华<sup>1,3</sup>

(1. 湖北经济学院 统计与数学学院, 湖北 武汉 430205;

2. 北京石油化工学院 致远学院, 北京 102617; 3. 湖北经济学院 湖北数据与分析中心, 湖北 武汉 430205)

**摘要:** 针对一类参数不确定连续时间系统, 本文提出一种具有预见补偿的重复控制器. 首先, 引入重复控制器, 采用预见控制理论中误差系统的方法, 构造出包含未来目标值信号信息的扩大误差系统, 将原系统的预见重复控制问题转化为扩大误差系统的反馈控制问题; 然后, 针对扩大误差系统, 利用Lyapunov方法和线性矩阵不等式技巧给出闭环系统渐近稳定的条件. 并基于此, 设计预见重复控制器. 最后, 数值仿真表明本文结果的有效性.

**关键词:** 扩大误差系统; 预见控制; 重复控制; 不确定连续系统; 静态输出反馈; 线性矩阵不等式

**引用格式:** 李丽, 廖永龙, 孟晓华. 参数不确定连续系统的预见重复控制器设计. 控制理论与应用, 2024, 41(8): 1480 – 1486

DOI: 10.7641/CTA.2023.20132

## Design of preview repetitive controller for continuous-time systems with parameter uncertainties

LI Li<sup>1,3</sup>, LIAO Yong-long<sup>2†</sup>, MENG Xiao-hua<sup>1,3</sup>

(1. School of Statistics and Mathematics, Hubei University of Economics, Wuhan Hubei 430205, China;

2. Zhiyuan College, Beijing Institute of Petrochemical Technology, Beijing 102617, China;

3. Hubei Center for Data and Analysis, Hubei University of Economics, Wuhan Hubei 430205, China)

**Abstract:** A design method of repetitive controller with preview compensation is proposed for a class of uncertain continuous-time systems with parameter uncertainties. Firstly, the repetitive controller is introduced and the error system method in preview control theory is adopted, an augmented system including previewed information is constructed. This leads to the preview repetitive control (PRC) problem of the original system being transformed into the feedback control problem of the augmented error system. Then, for the augmented error system, the condition of asymptotic stability of the closed-loop system is given by using Lyapunov method and LMI technique. Based on this, the preview repetitive controller is designed. Finally, the effectiveness of the results in this paper are illustrated by numerical simulation example.

**Key words:** augmented error system; preview control; repetitive control (RC); uncertain continuous system; static output feedback; LMI

**Citation:** LI Li, LIAO Yonglong, MENG Xiaohua. Design of preview repetitive controller for continuous-time systems with parameter uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(8): 1480 – 1486

## 1 引言

控制实践中, 许多情况下未来信息完全可知或部分可知, 比如车辆行驶路径、飞行器事先设定的航线、机床加工轨迹等. 让这些事先确定的目标、已知干扰等未来信息参与当前的控制决策, 这就是预见控制的思想. 预见控制将目标值信号或干扰信号的已知未来信息用于设计控制器, 可有效改善系统动态响应、抑制外界扰动、提高系统跟踪精度<sup>[1]</sup>. 预见控制最

初的想法, 就是不仅关注过去及现在的目标值, 而且还要关注未来的目标值, 使目标值与受控量间的偏差整体上达到最小<sup>[1]</sup>. 预见控制起源于20世纪60年代, 几十年来, 预见控制得到了广泛、深入的研究. 特别是针对线性二次型 (linear quadratic, LQ) 最优控制问题<sup>[2-7]</sup>. 早期的研究成果主要是针对定常线性系统的, 因此, 定常系统的预见控制理论体系已经比较完善, 尤其是线性二次型问题. 近年来, 预见控制又与滑模

收稿日期: 2022-02-23; 录用日期: 2023-05-09.

†通信作者. E-mail: liaoyonglong@bipt.edu.cn.

本文责任编辑: 谭永红.

国家自然科学基金项目(61903130), 北京市教育委员会科技计划一般项目(KM202110017002)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61903130) and the General Project of Science and Technology Plan of Beijing Municipal Commission of Education (KM202110017002).

控制<sup>[8]</sup>、鲁棒控制<sup>[9-12]</sup>、模糊控制<sup>[13]</sup>等思想相结合, 得到了进一步发展. 预见控制理论同样有广泛的实际应用, 如在汽车驾驶<sup>[14]</sup>、汽车主动悬架装置设计<sup>[15]</sup>、人机系统仿真实验<sup>[16]</sup>、机电阀门控制系统<sup>[17]</sup>等. 预见控制在这些实际应用中有着其他控制无法比拟的优点.

另一方面, 在实际系统中存在着大量的周期性工作, 重复控制是解决这类控制系统对周期性信号进行高精度跟踪或扰动抑制的有效方法. 例如, 针对含有非匹配相关不确定性和外界干扰的系统, 利用基于降级扩张状态观测器的重复控制方法, 实现对周期性参考输入的高精度跟踪<sup>[18]</sup>. 针对不确定随机变时滞系统, 可基于等价干扰输入(equivalent-input disturbance, EID)补偿的重复控制设计方法实现无稳态误差的跟踪<sup>[19]</sup>. 针对具有时变结构不确定性的线性系统, 结合连续/离散二维模型和LMI(linear matrix inequality)技巧设计输出反馈鲁棒重复控制器<sup>[20]</sup>.

预见控制和重复控制对目标值信号的跟踪都有自己独特优势. 当目标值信号可预见时, 预见控制能充分利用目标值信号的未来信息以提高闭环系统的跟踪性能. 当目标信号具有周期性时, 重复控制在控制系统中引入正反馈时滞环节, 利用上一周期的误差信号, 实现对参考信号无稳态误差的跟踪, 具有重复学习的能力. 当所考虑的目标值信号是可预见的且具有周期性时, 将预见控制和重复控制相结合, 即预见重复控制, 实现系统的输出跟踪控制自然就是一个值得研究的问题. 如针对智能体间信息交换拓扑线性离散时间多智能体系统, 可设计其最优预见重复控制器以提高跟踪性能<sup>[21]</sup>. 将预见重复控制与信息融合相结合, 得到基于信息融合的离散系统最优预见重复控制器可优化跟踪效果<sup>[22]</sup>. 当需要加入观测器时, 文献[23]通过二维模型方法和LMI技巧给出预见重复控制器的参数求解方法. 文献[24]针对不确定离散时间系统, 提出了基于观测器的预见重复控制问题, 并给出同时求解预见重复控制器和观测器的条件. 针对一类凸多面体不确定离散时间系统, 文献[25]给出了鲁棒保性能预见重复控制器设计方法.

需要指出的是, 以上预见重复控制的研究成果都是关于离散时间系统的. 关于连续时间系统预见重复控制的研究也有一些成果<sup>[26-28]</sup>, 但对参数不确定连续时间系统的预见重复控制研究还未见报道. 参数不确定系统是控制实践中经常遇到的系统, 这类系统的预见重复控制器如何设计是一个亟待解决的问题. 鉴于此, 本文将研究一类线性参数不确定连续时间系统的预见重复控制.

本文使用如下记号:  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{R}^{n \times n}$  分别表示实数域上的  $n$  维向量空间与  $n \times n$  矩阵空间;  $P > 0$  表示  $P$  为对

称正定矩阵;  $*$  表示对称矩阵的对称项;  $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置矩阵;  $\text{sym}(A)$  表示矩阵  $A + A^T$ ;  $I$  表示单位矩阵, 其阶数可从其前后文的叙述中知道.

## 2 问题描述及基本假设

考虑如下不确定连续时间系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t), \\ y(t) = C(\theta)x(t) + Du(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  是状态向量;  $u(t) \in \mathbb{R}$  是输入向量;  $y(t) \in \mathbb{R}$  是输出向量;  $D$  是适当维数的常数矩阵,  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$  和  $C(\theta)$  是具有适当维数的不确定矩阵, 且满足如下形式:

$$[A(\theta) \ B(\theta) \ C(\theta)] = \sum_{i=1}^s \theta_i [A_i \ B_i \ C_i], \quad (2)$$

式中:  $A_i$ ,  $B_i$  和  $C_i$  ( $i = 1, 2, \dots, s$ ) 为具有适当维数的常数矩阵;  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_s]^T \in \mathbb{R}^s$  为不确定参数向量, 且满足

$$\begin{aligned} \theta \in \Theta := \\ \{\theta \in \mathbb{R}^s \mid \theta_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, s, \sum_{i=1}^s \theta_i = 1\}. \end{aligned} \quad (3)$$

假设周期参考信号  $r(t) \in \mathbb{R}$  可预见, 即在每个时刻  $t$  处,  $r(\sigma)$  ( $t \leq \sigma \leq t + l_r$ ) 是已知的, 这里的  $l_r$  是预见步长;  $N$  为周期信号的周期.

上述假设是预见控制理论中关于参考输入信号  $r(t)$  的基本假设. 实际上, 预见信号对控制系统性能仅在有限步长内有显著的影响, 当预见信号距离当前时刻较远时, 对系统性能的影响并不大.

根据上述假设, 对于当前时刻  $t$ , 预见步长内的信息是可利用的, 为了将预见信息用于反馈控制, 令

$$f(t) = \int_t^{t+l_r} r(\tau) d\tau, \quad (4)$$

根据  $r(t)$  的周期性可得到

$$f(t - N) = \int_{t-N}^{t+l_r-N} r(\tau) d\tau = f(t). \quad (5)$$

定义误差向量

$$e(t) = r(t) - y(t), \quad (6)$$

重复控制器形式为<sup>[26]</sup>

$$\begin{cases} v(t) = e(t), & 0 < t < N, \\ v(t) = e(t) + v(t - N), & t \geq N, \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $e(t)$  为误差信号;  $N$  为时滞环节的延时时间, 即等于参考输入信号  $r(t)$  的周期;  $v(t)$  为重复控制器的输出.

根据式(5)(7), 有

$$\begin{aligned} v(t) + f(t) &= e(t) + v(t - N) + f(t - N), \\ t &\geq N, \end{aligned} \quad (8)$$

令  $g(t) = v(t) + f(t)$ , 式(8)可以改写为

$$g(t) = e(t) + g(t - N), \quad t \geq N. \quad (9)$$

本文将考虑如下形式预见重复控制器:

$$u(t) = K_y y(t) + K_r g(t) = K_y y(t) + K_r v(t) + K_r f(t), \quad (10)$$

其中:  $K_y y(t)$ 是输出反馈项,  $K_r f(t)$ 是目标值信号的预见补偿项,  $K_r v(t)$ 是重复控制器.

### 3 主要内容

本节将利用状态增广技术, 构造融合未来信息及重复控制器的扩大误差系统. 为此, 引入一个  $N$ 阶差分算子, 即

$$\Delta x(t) = x(t) - x(t - N), \quad (11)$$

根据式(1)(11), 得到

$$\Delta \dot{x}(t) = A(\theta)\Delta x(t) + B(\theta)\Delta u(t) \quad (12)$$

和

$$\Delta y(t) = C(\theta)\Delta x(t) + D\Delta u(t). \quad (13)$$

综合式(9)(11)得到

$$\Delta g(t) = g(t) - g(t - N) = e(t). \quad (14)$$

由于  $r(t)$ 的周期性,  $\Delta r(t) = 0$ . 利用式(6)(13), 有  $e(t) = e(t - N) - C(\theta)\Delta x(t) - D\Delta u(t)$ . (15)

结合式(10)–(11)(14), 得到

$$\Delta u(t) = K_y \Delta y(t) + K_r \Delta g(t) = K_y \Delta y(t) + K_r e(t). \quad (16)$$

将式(13)(15)代入式(16)可以得到

$$\Delta u(t) = K_y (C(\theta)\Delta x(t) + D\Delta u(t)) + K_r (e(t - N) - C(\theta)\Delta x(t) - D\Delta u(t)), \quad (17)$$

将上式改写为

$$\Delta u(t) = \frac{(K_y - K_v)}{1 + K_v D - K_y D} C(\theta)\Delta x(t) + \frac{K_v}{1 + K_v D - K_y D} e(t - N), \quad (18)$$

取  $K_1 = \frac{-K_v + K_y}{1 + K_v D - K_y D}$ ,  $K_2 = \frac{K_v}{1 + K_v D - K_y D}$ , 则得到

$$\Delta u(t) = K_1 C(\theta)\Delta x(t) + K_2 e(t - N). \quad (19)$$

将式(19)代入式(12)(15), 有

$$\begin{cases} \Delta \dot{x}(t) = (A(\theta) + B(\theta)K_1 C(\theta))\Delta x(t) + B(\theta)K_2 e(t - N), \\ e(t) = (-C(\theta) - DK_1 C(\theta))\Delta x(t) + (1 - DK_2)e(t - N). \end{cases} \quad (20)$$

**定理 1** 如果存在矩阵  $X_1(\theta) > 0$ ,  $X_2 > 0$ ,  $L$ ,  $Q$ ,  $Y_2$ 和参数  $\beta \neq 0$ , 使得如下不等式成立:

$$\Upsilon(\theta) = \begin{bmatrix} \hat{\Theta}(\theta) & * \\ \hat{\Xi}(\theta) & -X_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

其中:

$$\hat{\Xi}(\theta) = [DL \quad -C(\theta)X_1(\theta) - DLC(\theta) \quad X_2 - DY_2],$$

$$\hat{\Theta}(\theta) = \begin{bmatrix} -\beta(Q^T + Q) \\ \beta(QC(\theta) - C(\theta)X_1(\theta))^T - B(\theta)L \\ 0 \\ * \\ \text{sym}(A(\theta)X_1(\theta) + B(\theta)LC(\theta)) \\ Y_2^T B(\theta)^T \\ * \\ * \\ -X_2 \end{bmatrix},$$

则闭环系统(20)是渐近稳定的.

**证** 考虑如下的参数依赖的Lyapunov函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), \quad (22)$$

其中:

$$V_1(t) = \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Delta x(t),$$

$$V_2(t) = \int_{t-N}^t e^T(s)P_2 e(s)ds.$$

取

$$\eta(t) = P_1(\theta)\Delta x(t), \quad (23)$$

$$\xi(t) = C(\theta)\eta(t) - Q^{-1}C(\theta)\Delta x(t). \quad (24)$$

对式(24)左乘  $L$ , 且令  $K_1 = LQ^{-1}$ , 便得到

$$K_1 C(\theta)\Delta x(t) = LC(\theta)\eta(t) - L\xi(t). \quad (25)$$

将式(25)代入式(20)中, 并联合式(23)–(24), 得到的闭环系统为

$$\Delta \dot{x}(t) = (A(\theta)P_1(\theta)^{-1} + B(\theta)LC(\theta))\eta(t) - B(\theta)L\xi(t) + B(\theta)K_2 e(t - N). \quad (26)$$

再对式(24)左乘  $Q$ , 有

$$(QC(\theta) - C(\theta)P_1(\theta)^{-1})\eta(t) - Q\xi(t) = 0 \quad (27)$$

和

$$2\beta\xi^T(t)((QC(\theta) - C(\theta)P_1(\theta)^{-1})\eta(t) - Q\xi(t)) = 0, \quad (28)$$

这里  $\beta \neq 0$ .

沿着系统(20)取  $V(t)$ 求导得

$$\frac{dV_1(t)}{dt} = \Delta \dot{x}^T(t)P_1(\theta)\Delta x(t) + \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Delta \dot{x}(t) = \zeta^T(t)\Xi_1^T(\theta)P_1(\theta)\Delta x(t) + \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Xi_1(\theta)\zeta(t), \quad (29)$$



证 考虑如下的参数依赖的Lyapunov函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t), \tag{38}$$

其中:

$$V_1(t) = \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Delta x(t),$$

$$V_2(t) = \int_{t-N}^t e^T(s)P_2e(s)ds.$$

根据令  $K_1 = S^{-1}M$ , 并结合式(19), 可以得到

$$MC(\theta)\Delta x(t) + SK_2e(t-N) - S\Delta u(t) = 0. \tag{39}$$

根据式(12)(39), 得到如下形式的闭环系统:

$$\Delta \dot{x}(t) = (A(\theta) + P_1(\theta)^{-1}B(\theta)MC(\theta))\Delta x(t) + (B(\theta) - P_1(\theta)^{-1}B(\theta)S)\Delta u(t) + P_1(\theta)^{-1}B(\theta)SK_2e(t-N). \tag{40}$$

引入形式变量  $\xi(t) = \alpha^{-1}\Delta u(t)$ , 并对  $V(t)$  求导得

$$\frac{dV_1(t)}{dt} = \Delta \dot{x}^T(t)P_1(\theta)\Delta x(t) + \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Delta \dot{x}(t) = \mu^T(t)\Pi_1^T(\theta)P_1(\theta)\Delta x(t) + \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Pi_1(\theta)\mu(t), \tag{41}$$

$$\frac{dV_2(t)}{dt} = e^T(t)P_2e(t) - e^T(t-N)P_2e(t-N) = \mu^T(t)\Pi_2^T(\theta)P_2\Pi_2(\theta)\mu(t) - e^T(t-N)P_2e(t-N), \tag{42}$$

其中:

$$\mu(t) = [\xi^T(t) \quad \Delta x^T(t) \quad e^T(t-N)]^T,$$

$$\Pi_1(\theta) = (\alpha(B(\theta) - P_1(\theta)^{-1}B(\theta)S) \quad A(\theta) + P_1(\theta)^{-1}B(\theta)MC(\theta) \quad P_1(\theta)^{-1}B(\theta)SK_2),$$

$$\Pi_2(\theta) = [-\alpha D - \alpha DS \quad -C(\theta) + DMC(\theta) \quad 1 + DSK_2].$$

结合式(41)-(42), 并代入式(39)得到

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) = \\ &\mu^T(t)\Pi_1^T(\theta)P_1(\theta)\Delta x(t) + \Delta x^T(t)P_1(\theta)\Pi_1(\theta)\mu(t) + \\ &\mu^T(t)\Pi_2^T(\theta)P_2\Pi_2(\theta)\mu(t) - e^T(t-N)P_2e(t-N) + \\ &2\xi^T(t)(MC(\theta)\Delta x(t) + SK_2e(t-N) - S\Delta u(t)) = \\ &\mu^T(t)\Pi_2^T(\theta)P_2\Pi_2(\theta)\mu(t) + \mu^T(t)\Theta(\theta)\mu(t), \end{aligned} \tag{43}$$

这里

$$\Theta(\theta) = \begin{bmatrix} -\alpha(S^T + S) & & & & & \\ \alpha(P_1(\theta)B(\theta) - B(\theta)S) + C^T(\theta)M^T & & & & & \\ & K_2^T S^T & & & & \\ & & * & & * & \\ & & \text{sym}(A(\theta)P_1(\theta) + B(\theta)LC(\theta)) & & * & \\ & & & K_2^T S^T B^T(\theta) & & -P_2 \end{bmatrix}.$$

利用Schur补引理,  $\Xi_2^T(\theta)P_2\Xi_2(\theta) + \Theta(\theta) < 0$  等价于

$$\begin{bmatrix} \Theta(\theta) & * \\ \Pi_2(\theta) & -P_2^{-1} \end{bmatrix} < 0. \tag{44}$$

对上式左乘  $\text{diag}\{I, I, P_2^{-1}, I\}$ , 右乘以其转置, 并且令  $P_2^{-1} = X_2, SK_2X_2 = Y_2$  便得到式(37). 从而, 易得到式(37), 可保证  $\dot{V}(t) < 0$ , 这便意味着闭环系统(20)是渐近稳定的. 推论1得证. 证毕.

**推论 2** 给定  $\alpha$ , 如果存在  $P_{1j} > 0, X_2 > 0$ , 可逆矩阵  $S$  和矩阵  $M, Y_2$ , 使得

$$\Psi_{ii} < 0, \quad i = j, \quad i, j \in \{1, 2, 3, \dots, s\}, \tag{45}$$

$$\Psi_{ij} + \Psi_{ji} < 0, \quad i < j, \quad i, j \in \{1, 2, 3, \dots, s\}, \tag{46}$$

其中

$$\Psi_{ij} = \begin{bmatrix} -\alpha(S^T + S) & & & & & \\ \alpha(P_{1j}B_i - B_iS) + C_i^T M^T & & & & & \\ & Y_2^T B_i^T & & & & \\ & & -\alpha D - \alpha DS & & & \\ & & & * & & * \\ & & & \text{sym}(P_{1j}A_i + B_iMC_j) & & * \\ & & & & Y_2^T B_i^T & -X_2 \\ & & & & -C_i + DMC_i & X_2 + DY_2 \\ & & & & & -X_2 \end{bmatrix},$$

则系统(12)的闭环系统是渐近稳定的, 且增益矩阵为  $K_1 = S^{-1}M, K_2 = S^{-1}Y_2X_2^{-1}$ .

这个定理的证明和定理2类似, 此处从略.

### 4 数值仿真

系统(1)中, 取

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1.5 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = [1 \quad -1 \quad 0], \quad C_2 = [1.5 \quad 1 \quad 0], \quad D = 1.$$

为了体现系统鲁棒性, 不确定参数  $\theta_1$  为区间  $[0, 1]$  中任意随机数,  $\theta_2 = 1 - \theta_1$ . 取调节参数  $\beta = 1.8$ . 针对3种情况, 即不同预见步长下预见重复控制(即  $t_r =$

0.7和 $l_r = 1.3$ )和重复控制(即 $l_r = 0$ )进行仿真. 应用MATLAB的LMI工具箱可求解出增益矩阵, 即

$$K_1 = -0.8047, K_2 = 0.3706,$$

从而

$$K_v = 1.8978, K_y = -2.2230.$$

目标信号取为

$$r(k) = \sin(0.1\pi k). \quad (47)$$

图1-3分别给出了闭环系统的输出响应、跟踪误差和控制输入. 根据图1-3可知, 系统的输出都可以很好地跟踪周期信号(47). 不过与重复控制相比, 预见重复控制能减小跟踪误差, 系统的输出能更快跟踪目标信号. 这正是预见补偿项起到的作用.

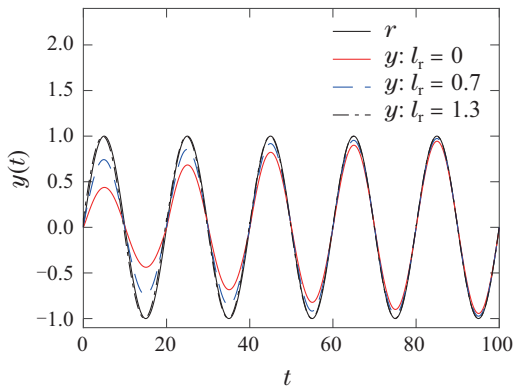


图1 PRC与RC情形闭环系统的输出响应的比较

Fig. 1 Comparison of the output response of closed-loop system with PRC and RC

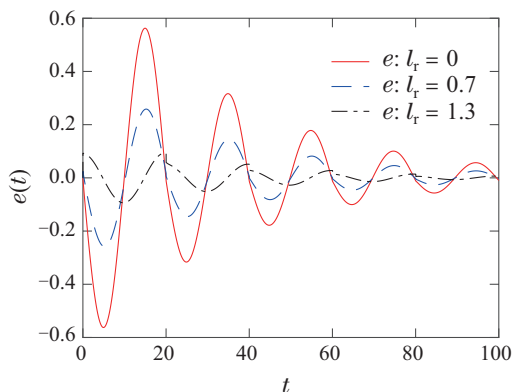


图2 采用PRC与PC情形闭环系统的跟踪误差

Fig. 2 Comparison of tracking error of closed-loop system with PRC and RC

## 5 结束语

本文采用预见控制理论中误差系统的方法和引入重复控制器推导出扩大误差系统, 使得增广状态变量中融合原系统的状态变量、可预见的目标值信号的信息及重复控制器. 然后, 结合李雅普诺夫稳定性理论及LMI技巧, 给出带有预见作用和重复控制的跟踪控制器的设计方法. 最后, 通过求解一个LMI得到反馈

增益矩阵. 本文仿真通过重复预见控制与重复控制的对比分析说明了预见重复控制器的有效性.

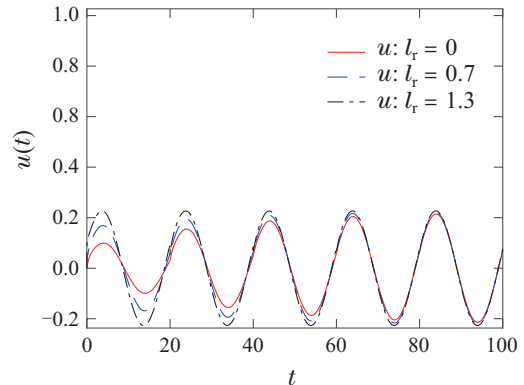


图3 采用PRC与PC情形闭环系统的控制输入

Fig. 3 Comparison of control input of closed-loop system with PRC and RC

## 参考文献:

- [1] TSUCHIYA T, EGAMI T. *Digital Preview and Predictive Control*. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1994. (土谷武士, 江上正著, 廖福成译. 最新自动控制技术—数字预见控制. 北京: 北京科学技术出版社, 1994.)
- [2] ZHANG W L, BAE J B, TOMIZUKA M. Modified preview control for a wireless tracking control system with packet loss. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2015, 20(1): 299 – 307.
- [3] TAKABA K. A tutorial on preview control systems. *Proceeding of the SICE Annual Conference*. Fukui, Japan: IEEE, 2003, 2: 1388 – 1393.
- [4] TOMIZUKA M. Optimal continuous finite preview problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1975, 20(3): 362 – 365.
- [5] TOMIZUKA M, WHITNEY D E. Optimal discrete finite preview problem (Why and how is future information important?). *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1975, 97(4): 319 – 325.
- [6] TOMIZUKA M. The discrete optimal finite preview control problem: Theory and application to a vibration problem. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 1975, 11(6): 663 – 668.
- [7] LIAO F C, XIE H. Preview tracking control for a class of fractional-order linear systems. *Advances in Difference Equations*, 2019, DOI: 10.1186/s13662-019-2403-y.
- [8] YIM S. Design of preview controllers for active roll stabilization. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2018, 32(4): 1805 – 1813.
- [9] LI L, ZHANG Y F, LIAO Y L. Preview control for uncertain discrete-time periodic systems. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2021, 31(18): 9501 – 9518.
- [10] CAO R, LU Y P, ZHEN Z Y. Tracking control of transition window for aerospace vehicles based on robust preview control. *Aerospace Science & Technology*, 2021, 114: 1 – 12.
- [11] LIM J, KIRCHEN P, HAN Y, et al. Discrete-time preview-feedback  $H_\infty$  control for selective catalytic reduction systems. *International Journal of Automotive Technology*, 2021, 22(3): 811 – 821.
- [12] LI L, YU X. Robust preview control for polytopic nonlinear control systems. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2021, 43(10): 2159 – 2168.
- [13] CAO Z L, ZHENG S. MR-SAS variable universe fuzzy control in steering situation based on wheelbase preview. *Optik*, 2016, 127(20): 9496 – 9503.

- [14] MACADAM C C. Application of an optimal preview control for simulation of closed-loop automobile driving. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1981, 11(6): 393 – 399.
- [15] LI P S, LAM J, CHEUNG K C. Velocity-dependent multi-objective control of vehicle suspension with preview measurements. *Mechatronics*, 2014, 24(5): 464 – 475.
- [16] SHIMMYO S, SATO T, OHNISHI K. Biped walking pattern generation by using preview control based on three-mass model. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(11): 5137 – 5147.
- [17] NEGM M M M, BAKHASHWAIN J M, SHWEHDI M H. Speed control of a three-phase induction motor based on robust optimal preview control theory. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2006, 21(1): 77 – 84.
- [18] ZHOU Lan, JIANG Fuxi, PAN Changzhong, et al. A method of designing a reduced-order-extended-observer-based repetitive-control system. *Control and Decision*, 2022, 37(4): 933 – 943.  
(周兰, 姜福喜, 潘昌忠, 等. 基于降阶扩张状态观测器的重复控制系统设计, 控制与决策, 2022, 37(4): 933 – 943.)
- [19] ZHOU L, JIANG F X, SHE J H, et al. Robust repetitive control for a class of uncertain nonlinear systems. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2021, 31(15): 7444 – 7460.
- [20] SHE J H, ZHOU L, MU M. Design of a modified repetitive-control system based on a continuous-discrete ZD model. *Automatica*, 2012, 48(5): 844 – 850.
- [21] DENG Yunqiang, LAN Yonghong. Optimal preview repetitive control for linear discrete-time multi-agents systems. *Journal of Xiantan University (Natural Science Edition)*, 2020, 42(2): 98 – 110.  
(邓云强, 兰永红. 线性离散时间多智能体系统最优预见重复控制. 湘潭大学自然科学学报, 2020, 42(2): 98 – 110.)
- [22] ZHONG Wen, LAN Yonghong. Optimal preview repetitive control of discrete systems based on information fusion. *Journal of Computer Applications*, 2021, 41(S1): 272 – 276.  
(钟文, 兰永红. 基于信息融合的离散系统最优预见重复控制. 计算机应用, 2021, 41(S1): 272 – 276.)
- [23] LAN Yonghong, XIA Junjun. Observer based preview repetitive control for linear discrete systems. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2020, 26(10): 2714 – 2722.  
(兰永红, 夏君君. 基于观测器的线性离散系统预见重复控制. 计算机集成制造系统, 2020, 26(10): 2714 – 2722.)
- [24] LI L. Observer-based preview repetitive control for uncertain discrete-time systems. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2021, 31(4): 1103 – 1121.
- [25] LAN Y H, XIA J J, SHI Y X. Robust guaranteed-cost preview repetitive control for polytopic uncertain discrete-time systems. *Algorithms*, 2019, 12(1): 1 – 20.
- [26] LAN Y H, HE J L, LI P, et al. Optimal preview repetitive control with application to permanent magnet synchronous motor drive system. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(15): 10194 – 10210.
- [27] LAN Y H, ZHAO J Y, SHE J H. Preview repetitive control with equivalent input disturbance for continuous-time linear systems. *IET Control Theory & Applications*, 2022, 16(1): 125 – 138.
- [28] ZHAO J Y, WANG Z H, YAN J D, et al. Padé-approximation -based preview repetitive control for continuous-time linear systems. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, DOI: 10.1155/2021/6986128.

#### 作者简介:

**李丽** 副教授, 目前研究方向为预见控制、鲁棒控制、强化学习等, E-mail: lili@hbue.edu.cn;

**廖永龙** 讲师, 目前研究方向为预见控制、最优控制、重复控制等, E-mail: liaoyonglong@bipt.edu.cn;

**孟晓华** 讲师, 目前研究方向为大数据分析、机器学习、系统建模与仿真等, E-mail: xhmeng@hbue.edu.cn.