

# 一类多生产线可重入制造系统的层次化鲁棒控制策略

张春阳<sup>1,2</sup>, 高 庆<sup>1,2†</sup>, 吕金虎<sup>1,2</sup>, 陈 巍<sup>3,2,4,5,6</sup>, 王健男<sup>3,2,5,6</sup>

(1. 北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 中关村实验室, 北京 100081;  
3. 北京航空航天大学 人工智能研究院, 北京 100191; 4. 北京航空航天大学 数学科学学院, 北京 100191;  
5. 北京航空航天大学 数学信息与行为教育部重点实验室, 北京 100191; 6. 鹏城实验室, 广东 深圳 518055)

**摘要:** 本文针对一类多生产线的可重入制造系统提出了一种层次化智能控制策略。基于层次化建模的技术, 本文提出双曲型偏微分方程用以描述系统动态, 并且设计了对应的鲁棒控制器用来实现制造系统在有限时间内平稳运行的目标。该控制策略结合T-S模糊建模技术和滑模控制策略, 在 $H_\infty$ 指标下实现了闭环制造系统抑制系统中广泛存在的扰动。由于所提出的控制器具有无穷维的特点, 本文提出了一种基于凸优化技术的数值计算方法用来高效求解控制器参数。最后, 给出的仿真算例验证了该控制策略的有效性和优点。

**关键词:** 多生产线可重入制造系统; 连续非线性偏微分方程模型; 层次化架构; 鲁棒控制; 基于模糊模型的控制

**引用格式:** 张春阳, 高庆, 吕金虎, 等. 一类多生产线可重入制造系统的层次化鲁棒控制策略. 控制理论与应用, 2024, 41(12): 2237–2248

DOI: 10.7641/CTA.2023.20401

## A hierarchical robust control strategy for multi-line re-entrant manufacturing systems

ZHANG Chun-yang<sup>1,2</sup>, GAO Qing<sup>1,2†</sup>, LÜ Jin-hu<sup>1,2</sup>, CHEN Wei<sup>3,2,4,5,6</sup>, WANG Jian-nan<sup>3,2,5,6</sup>

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;  
2. Zhongguancun Laboratory, Beijing 100081, China;  
3. Institute of Artificial Intelligence, Beihang University, Beijing 100191, China;  
4. School of Mathematical Sciences, Beihang University, Beijing 100191, China;

5. Key Laboratory of Mathematics Informatics Behavioral Semantics, Ministry of Education, Beihang University, Beijing 100191, China;  
6. Peng Cheng Laboratory, Shenzhen Guangdong 518055, China)

**Abstract:** This article investigates the hierarchical intelligent control strategy for a class of multi-lines re-entrant manufacturing systems. Based on the hierarchical modeling technique, a hyperbolic partial differential equation (PDE) is employed to express the overall complex system behaviors and a corresponding robust controller is constructed such that the manufacturing systems enter an expected steady working mode in finite time. With the combination of the fuzzy modeling technique and sliding control approach, the closed-loop manufacturing plants can suppress the inevitable disturbances in the sense of  $H_\infty$  performance. Due to the inherent infinite-dimension nature of the designed control synthesis, an effective numerical algorithm is proposed to solve the controller design via the convex optimization technique. The provided numerical experiments demonstrate the feasibility and advantages of the proposed intelligent control strategy.

**Key words:** multi-line re-entrant manufacturing systems; continuous-time nonlinear PDE model; hierarchical architecture; robust control; fuzzy-model-based control

**Citation:** ZHANG Chunyang, GAO Qing, LÜ Jinhu, et al. A hierarchical robust control strategy for multi-line re-entrant manufacturing systems. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(12): 2237–2248

## 1 引言

可重入制造系统, 如图1所示, 是一个涵盖了产品制造全过程以及全生命周期的动态输入输出系统, 输入

入为毛坯、原材料、能源和信息等资源, 输出为零部件、半成品或产品。毛坯到达、加工开始、设备故障、加工完成等均是引起系统状态改变的事件。因此, 可

收稿日期: 2022-05-16; 录用日期: 2023-10-23.

†通信作者. E-mail: gaoqing@buaa.edu.cn; Tel.: +86 15710016942.

本文责任编辑: 席在荣.

国家重点研发计划项目(2022YFF0902800), 国家自然科学基金项目(61903016, 62273016)资助.

Supported by the National Key Research and Development Program of China (2022YFF0902800) and the National Natural Science Foundation of China (61903016, 62273016).

重入制造系统是一类复杂的离散事件系统。为描述制造系统中的离散事件引起的状态变化，常用的数学模型包括Petri网模型和排队网络模型<sup>[1-5]</sup>。Petri网模型适用于描述并行事件和并行运行的生产线；排队网络则将每条流水线看作一条单独的离散队列，通过排队网络将不同队列连接，可以非常方便地描述生产流。但是，当处理以半导体加工为代表的具有大规模制造资源、海量机器与工艺流程和高度可重入等特征的可重入制造系统时，Petri网模型很难得出解析的控制与决策结果，而排队网络则需要忽略所有无法用排队序列描述的系统动态<sup>[6]</sup>。此外，这两种离散事件模型的解算复杂度会随着制造系统复杂度的提升指数增加，这为智能制造的控制与决策带来了很大的困难。

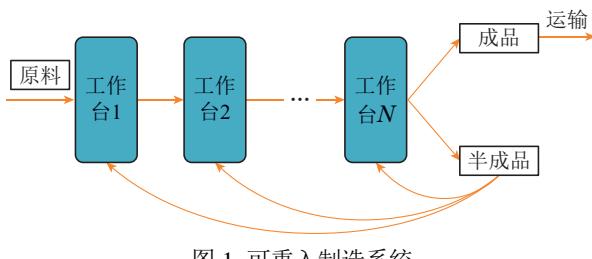


图1 可重入制造系统

Fig. 1 The re-entrant manufacturing system

双曲型偏微分方程(partial differential equation, PDE)是近年提出的一种面向可重入制造系统的连续

时间逼近模型<sup>[7-9]</sup>。它从总体角度描述了制造系统产品密度动态变化特性。相比上述离散事件模型，双曲型PDE模型的解算复杂度与系统维度和参数个数无关，且能非常好地体现制造系统的瞬态特性。国内外学者针对制造系统的双曲型PDE模型，已经提出大量数值与控制算法<sup>[10-12]</sup>，取得了一定的研究进展。但是可重入制造系统是一个典型的多因素、多扰动的复杂系统，其内外部环境存在各种不确定性，例如：每台设备有一定概率制造出不良产品、出现紧急订单的突发事件、发生故障等等<sup>[7-9]</sup>。此外，可重入制造系统的鲁棒控制存在着一些挑战。首先，为了更好地调配资源，工业现场通常配备高带宽网络，将人机物三者有机结合起来，这也就是国家现在大力发展的工业互联网<sup>[13-15]</sup>。这种海量的连接使得各个生产场景不再孤立，但是也会使整个制造工厂表现出多维非线性耦合的复杂动力学特性。之前讨论的各种各样的不确定因素，使得扰动在制造系统的建模问题中不可避免<sup>[16-18]</sup>。从系统工程的角度，工业互联网也可以被视为典型的受扰动干扰和耦合非线性动力学的复杂网络，复杂网络已经在近几十年来被广泛研究<sup>[19-21]</sup>。综合上述的因素，据作者所知，目前针对多生产线可重入制造系统，如图2所示，鲁棒控制问题还没有成熟的结果，因此也就促使笔者开展这项研究。

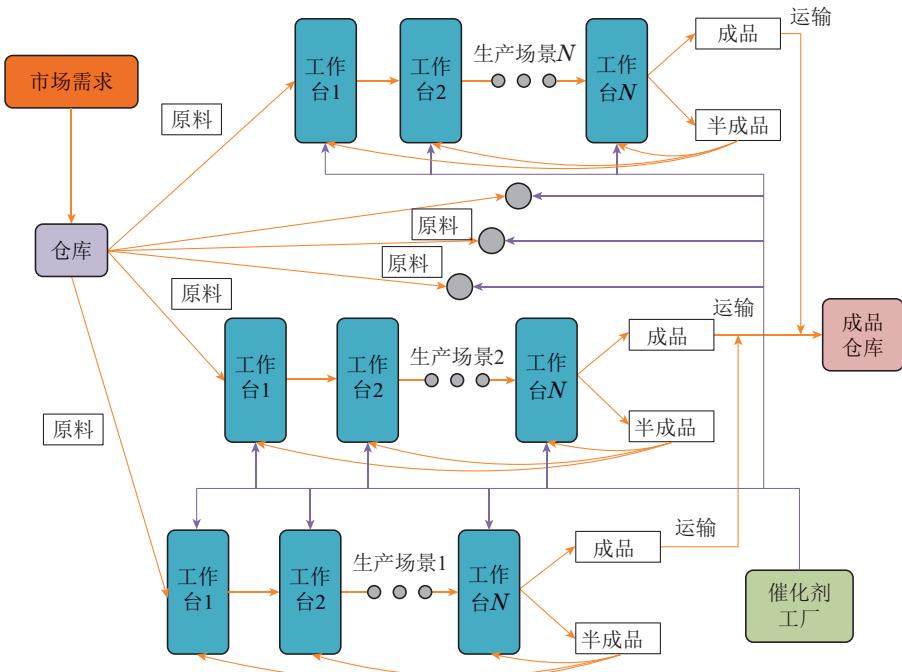


图2 多生产线的可重入制造系统

Fig. 2 The multi-line re-entrant manufacturing system

本文提出了一种智能鲁棒控制策略用以驱动图2所示的多生产线可重入制造系统平稳运行。具体而言，通过引入非线性的控制通道和考虑生产场景之间的耦合以及无处不在的扰动，一种参数化和层次化的控

制系统架构被提出以响应瞬间变化的市场需求。对于反馈控制系统的设计，考虑到模糊建模技术在处理系统非线性上的巨大成功，本文建立了基于模糊模型的控制方程<sup>[22-25]</sup>。特别的，本文提出了一种模糊鲁棒滑

模并行控制器, 对系统中的不确定性和扰动表现出较强的鲁棒性。理论分析也表明闭环制造系统能够在有限时间内就以指数速率收敛到预设的状态中。该层次化控制方法有如下的特点:

1) 设计了一种层次化控制架构, 能够实时应对外界快速变化的市场需求和抑制系统中无处不在的扰动;

2) 控制器的设计被投影为凸优化问题, 从而在多项式时间内求解;

3) 针对连续时间PDE模型的滑模控制算法能够移除已有方法的限制, 应用于具有非线性控制通道和受扰动干扰的一般连续时间制造系统模型。

本文的结构如下: 第2章介绍了多生产线可重入制造系统的层次化建模和控制方法, 并且提出了本文要解决的问题; 第3章介绍了鲁棒控制器的设计和基于凸优化技术的数值求解控制器方法; 第4章展示了数值计算实例; 结论位于第5章。

## 2 层次化建模与控制性能指标

本文所考虑的控制系统是如图2所示的非线性耦合的多生产线可重入制造系统。复杂化学工厂和半导体制造业是可重入制造系统的典型代表<sup>[26-28]</sup>。工厂根据市场需求的实时反馈决定生产速率, 并综合考虑环境波动等扰动, 实施适合的控制策略调控生产速率。对于复杂化工反应来说, 可以通过调控催化剂的浓度来间接影响生产速率。基于可重入制造系统中通常使用的质量守恒定律<sup>[7-9]</sup>, 可重入制造系统的动力学行为可以由下面的连续模型来描述:

$$\frac{\partial \rho(s, t)}{\partial t} = -v_m \frac{\partial \rho(s, t)}{\partial s} + E.S., \quad (1)$$

其中:  $\rho(s, t)$ 是 $n$ 维产品密度函数, 分别对应 $n$ 个生产场景下的产品密度标量; 常数 $v_m$ 决定了生产场景下的产品移动速度;  $s \in [0, 1]$ 表示产品完成度的阶段变量,  $s=0$ 代表的是原料,  $s=1$ 是成品;  $t$ 是时间变量; E.S. 代表非线性控制通道和外界扰动影响的量化值。

**注 1** 对于具有海量工业和复杂加工技术的可重入制造系统, 离散事件模型面临维度灾难和快速解析等问题, 本文采用连续模型对可重入制造系统进行了近似逼近, 主要关注整体的统计学行为并忽略了工序和参数条件等局部细粒度。具体而言, 本文中提出的连续模型无法显式地建模具体的可重入操作、工艺和参数约束等, 这些具体信息可以从离散事件模型方法中获得, 例如, 可以参见文献[1-5]。特别的, 如图3所示, 以半导体制造为例, 本文中的连续模型将多工艺与系统整体行为进行了统计学建模, 因此忽略了多工艺之间的协同控制。可以根据本文中策略产生的控制信号, 使用基于离散事件模型方法对多工艺的协同控制进行设计和观察<sup>[1-5]</sup>。如何结合离散事件模型的细粒度能力和连续模型的整体描述能力将会是未来的研究方向。此外, 生产过程中的产品根据预先设

计的技术路线进行特定的工作台进行加工。

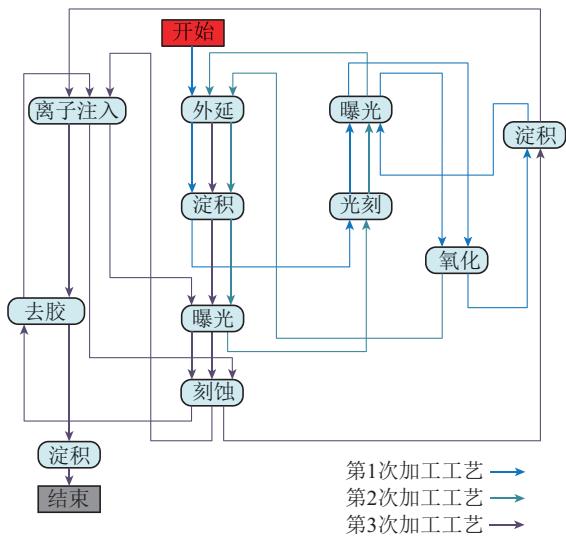


图 3 控制系统层次化架构

Fig. 3 The hierachial framework of the control system

一般而言, 制造系统的控制目标应该满足市场瞬息万变的需求, 也就是说让产品的生产速率能够跟踪市场需求。具体而言, 就是市场需求模块决定了一个新的生产目标时, 闭环制造系统的状态 $\rho(s, t)$ 将一致收敛到 $\rho_e$ 以实现产销平衡。换而言之, 制造系统的控制通道由实时的产品密度 $\rho(s, t)$ 和生产目标 $\rho_e$ 共同决定。这里也就意味着, 当制造系统处于 $\rho(s, t) = \rho_e$ 的平衡时, 控制通道应该在时间 $t$ 时失去控制的作用并立即关闭。这意味着当制造系统进入平衡工作模式并且没有外部干扰存在时, 制造系统不需要额外的控制动作。控制系统的层次化控制结构如图4所示, 市场需求会决定生产目标 $\rho_e$ , 并将 $\rho_e$ 反馈给控制系统和制造现场, 控制量通过非线性的控制输入通道输入到制造系统中以抑制系统扰动对性能的影响。

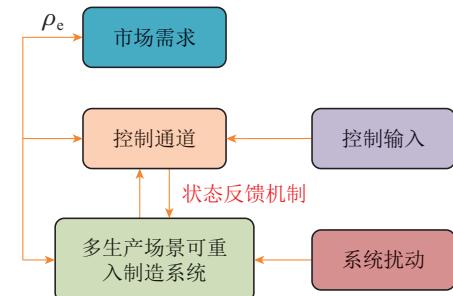


图 4 典型半导体产品加工工序图

Fig. 4 The diagram of typical semiconductor product processing process

本文使用如下符号:  $\mathcal{H} = \mathcal{L}_2([0, 1]; \mathbb{R}^n)$  代表希尔伯特空间 $\mathcal{H}$ 中的 $n$ 维向量函数, 其在 $[0, 1]$ 上均方可积; 给定 $\mathcal{H}$ 上的两个元素 $z_1$ 和 $z_2$ , 内积和范数分别为 $\langle z_1, z_2 \rangle = \int_0^1 \langle z_1(x), z_2(x) \rangle_{\mathbb{R}^n} dx$  和  $\|z_1\|_2 = \langle z_1, z_1 \rangle^{1/2}$ , 其

中 $\langle z_1(x), z_2(x) \rangle_{\mathbb{R}^n}$ 是 $\mathbb{R}^n$ 上的标准内积. 矩阵中可由对称性诱导的项用\*表示. 在区间 $s \in [0, 1]$ 上, 矩阵函数 $R(s) > 0$ 表明其是正定的;  $\lambda_{\min}(R(s))$ 和 $\lambda_{\max}(R(s))$ 定义了最小和最大的矩阵特征值. 符号T代表了矩阵的转秩.

综合上述控制系统模型并定义新变量 $y(s, t) = \rho(s, t) - \rho_e$ , 多生产线可重入制造系统的连续模型可以由以下的非线性双曲型PDE表示:

$$\frac{\partial y(s, t)}{\partial t} = -v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} + f(y(s, t), u(s, t), s) + H(s)d(s, t). \quad (2)$$

受限于以下的边界条件:

$$y(0, t) \equiv 0, \quad (3)$$

以及 $y(s, 0) = y_0(s)$ ,  $f(\cdot)$ 和 $H(s) \in \mathbb{R}^{p \times m}$ 分别表示非仿射非线性控制函数和扰动增益. 此外, 本文还定义了可重入制造系统的对应输出方程

$$z(s, t) = C_y(s)y(s, t) + C_u(s)u(s, t), \quad (4)$$

其中:  $y(s, t) = [y_1(s, t) \cdots y_n(s, t)]^T \in \mathcal{L}_2([0, 1]; \mathbb{R}^n)$ 是系统状态;  $u(s, t) = [u_1(s, t) \cdots u_m(s, t)]^T \in \mathcal{L}_2([0, 1]; \mathbb{R}^m)$ 是控制变量;  $v_m \in \mathbb{R}^n$ 代表生产线的移动速率, 是一个常矩阵;  $d(s, t) \in \mathbb{R}^p$ 是扰动向量;  $z(s, t) \in \mathbb{R}^w$ 是输出向量;  $C_u(s) \in \mathbb{R}^{w \times n}$ ,  $C_y(s) \in \mathbb{R}^{w \times m}$ .

为了进行控制器的设计, 下面引入了必要的假设:

### 假设 1

1) 函数 $f(\cdot)$ 在 $\mathcal{H}$ 上是足够光滑且局部利普希茨连续的, 其满足 $f(0, 0, s) = 0$ 使得 $[y^T(s, t) \ u^T(s, t)]^T = 0$ 是系统的平衡点;

2) 扰动 $d(s, t)$ 在无限时域上能量是有限的, 满足

$$\|d(s, t)\| \leq D(s), \quad (5)$$

其中 $D(s)$ 是关于 $s$ 的已知矩阵函数.

**注 2** 为了解决鲁棒控制设计问题, 本文在系统模型中引入了假设1. 虽然该假设并不能够在任意场景下均能被满足, 但是对于许多实际工业控制系统该假设是能够成立的. 具体而言, 假设1中条件1)保证了闭环控制系统解是存在且有界, 也即保证了实际工业制造系统的运行状态是无异常的, 这一假设对于精心设计的制造系统是能够被满足的; 假设1中条件2)说明了扰动 $d(s, t)$ 是有界的, 这在工业现场一般也是成立的, 因为具有优良设计的制造系统不会出现特别大的波动.

基于模糊建模方法<sup>[29-31]</sup>, 可重入制造系统的连续模型可以由以下的模糊模型等价表示:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} = & \\ -v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} + \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))[(A_i(s) + & \end{aligned}$$

$$\Delta A_i(s, t))y(s, t) + (G_i(s) + \Delta G_i(s, t))u(s, t)] + H(s)d(s, t), \quad (6)$$

其中:  $r$ 是模糊建模中选定的模糊规则的总数量;  $\zeta(s, t) = [\zeta_1(s, t) \ \cdots \ \zeta_l(s, t)]^T$ 是先验变量;  $A_i(s)$ 和 $G_i(s)$ 分别是 $n \times n$ 和 $n \times m$ 维 $s$ 的矩阵函数;  $\Delta A_i(s, t)$ 和 $\Delta G_i(s, t)$ 定义了对应的逼近误差, 其满足

$$\|[\Delta A_i^T(s, t) \ \Delta G_i^T(s, t)]^T\| \leq U_i(s), \quad (7)$$

其中 $U_i(s) > 0$ 是一系列提前计算得到的标量函数, 模糊隶属度函数 $w_i(\zeta(s, t))$ 满足

$$m_i(\zeta(s, t)) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t)) = 1. \quad (8)$$

本研究的目标是设计一个合理的控制器使得非线性制造系统能够平稳运行. 下面的定义给出该鲁棒控制策略的 $H_\infty$ 指标:

### 定义 1

1) 在没有扰动的情况下, 非线性PDE系统应该是在均方意义上指数稳定的, 也即存在两个正数 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 使得

$$\|y(s, t)\|_2^2 \leq \alpha_1 \|y_0(s)\|_2^2 e^{-2\alpha_2 t},$$

对于任意给定的有界 $y_0(s)$ 和 $\forall t \geq 0$ 成立;

2) 在扰动存在和零初始条件下, 给定任意时刻 $t_r$ , 下列的 $H_\infty$ 指标 $\gamma$ 应该被满足

$$\int_0^{t_r} \int_0^1 (z^T(s, t)z(s, t) - \gamma^2 d^T(s, t)d(s, t)) ds dt \leq 0.$$

总而言之, 综合考虑复杂制造系统中的扰动, 本文所提出的鲁棒控制策略将最大限度地抑制扰动, 并且产品密度将会以指数的速率收敛到当前决定的生产速率, 整个生产过程最终将具有恒定的期望生产率.

## 3 鲁棒控制策略

为了解决第2章中提出的控制问题, 本章发展了一种智能鲁棒控制策略用于控制模糊模型, 或等效地, 多生产线可重入制造系统. 该控制策略的核心思路是将闭环制造系统限制在一个线性滑模面, 使得系统能够根据预设的动力学形式进行演化. 该动力学形式也通常被称为滑模动态, 该鲁棒控制策略被称为滑模控制方法<sup>[32-34]</sup>.

### 3.1 模糊滑模控制器设计

具体而言, 设计如下的线性滑模面:

$$l(s, t) = L_y(s)y(s, t) + L_u(s)u(s, t) = 0, \quad (9)$$

以及如下的模糊并行滑模控制器:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(s, t)}{\partial t} = & \\ -L_u^{-1}(s)L_y(s)[-v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} + & \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t)) [A_i(s)y(s, t) + G_i(s)u(s, t)] - (\alpha(s) + \rho(s, t)) L_u^{-1}(s) \operatorname{sgn}(l(s, t)), \quad (10)$$

并且有  $u(0, t) \equiv 0$ , 其中:  $L_y(s) \in \mathbb{R}^{m \times n}$  和可逆矩阵函数  $L_u(s) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  是待设计的滑模面矩阵函数,  $\alpha(s) > 0$  是一个给定的光滑函数,  $v_m$  是系统给定的移动速度,

$$\begin{aligned} \rho(s, t) = & \\ & \sum_{i=1}^l m_i(\zeta(s, t)) \|L_y(s)\| U_i(s) \| [y^T(s, t) \ z^T(s, t)]^T \| + \\ & \|L_y(s)\| \|H(s)\| D(s). \end{aligned}$$

接下来, 将给出关于滑模面可达性的结果.

**定理 1** 通过使用本文中设计的鲁棒并行控制器(10), 多生产线的可重入制造系统或者对应的连续系统偏微分模型将在有限时间内达到并保持在该滑模面.

**证** 首先选择下列的Lyapunov函数:

$$\Pi(t) = \int_0^1 l^T(s, t) l(s, t) ds, \quad (11)$$

那么, 可以得到

$$\dot{\Pi}(t) = 2 \int_0^1 l^T(s, t) \dot{l}(s, t) ds. \quad (12)$$

对式(9)做微分可以得到

$$\frac{\partial l(s, t)}{\partial t} = L_y(s) \frac{\partial y(s, t)}{\partial t} + L_u(s) \frac{\partial u(s, t)}{\partial t}. \quad (13)$$

将式(6)代入式(13)中, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(s, t)}{\partial t} = & L_y(s) \sum_{i=1}^l m_i(\zeta(s, t)) \times \\ & [\Delta A_i(s)y(s, t) + \Delta G_i(s)u(s, t)] + \\ & L_y(s)H(s)d(s, t) - \\ & (\alpha(s) + \rho(s, t)) \operatorname{sgn}(l(s, t)). \end{aligned} \quad (14)$$

因此, 有

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}(t) = & \\ & 2 \int_0^1 l^T(s, t) [L_y(s) \sum_{i=1}^l m_i(\zeta(s, t)) [\Delta A_i(s)y(s, t) + \\ & \Delta G_i(s)u(s, t)] + L_y(s)H(s)d(s, t) - \\ & (\alpha(s) + \rho(s, t)) \operatorname{sgn}(l(s, t))] ds. \end{aligned} \quad (15)$$

定义常数  $\alpha$  为  $\alpha = \min_{s \in [0, 1]} \alpha(s)$ , 根据式(14)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}(t) \leqslant & -2\alpha \int_0^1 \|l(s, t)\| ds \leqslant \\ & -2\alpha \sqrt{\int_0^1 \|l(s, t)\|^2 ds} \int_0^1 1^2 ds = \\ & -2\alpha \sqrt{\Pi(t)}. \end{aligned} \quad (16)$$

因此, 通过使用本文所提出的控制器, 滑模面可以在有限时间内被驱动到零, 并从此时起就被保持为零.

这也就是说, 滑模面可以在有限时间内被达到并保持, 那么闭环控制系统就进入了通常所说的滑模动态, 表现出预期的动力学行为. 证毕.

为了方便后续的分析, 定义如下的新变量和常量:

$$\begin{aligned} \bar{y}(s, t) &= [y^T(s, t) \ u^T(s, t)]^T, \\ \bar{A}_i(s) &= [A_i^T(s) \ G_i^T(s)]^T, \\ C(s) &= [C_y^T(s) \ C_u^T(s)]^T, \\ L(s) &= [L_y^T(s) \ L_u^T(s)]^T, \\ R_1 &= [I_n \ 0_{n \times m}]^T, \\ R_2 &= [0_{m \times n} \ I_m]^T. \end{aligned}$$

因此, 滑模量变量(9)可以被表达为更紧凑的形式, 即

$$l(s, t) = L(s)\bar{y}(s, t) = 0. \quad (17)$$

### 3.2 闭环控制系统分析

当闭环制造系统被约束在设计的滑模面上, 由式(6)和式(10)组成的闭环系统就会表现出一种被称为滑模动态的全新动力学特征, 其动力学方程可以表述为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{y}(s, t)}{\partial t} = & \\ & (R_1 - R_2 L_u^{-1}(s) L_y(s)) (-v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial t}) + \\ & (R_1 - R_2 L_u^{-1}(s) L_y(s)) \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t)) [\bar{A}_i(s) \bar{y}(s, t) + \\ & R_1 \Delta \bar{A}_i(s, t) \bar{y}(s, t)] + R_1 H(s) d(s, t). \end{aligned} \quad (18)$$

边界条件为

$$\bar{y}(0, t) \equiv 0,$$

初始条件为  $\bar{y}(s, 0) = \bar{y}_0(s)$ .

下面的定理给出稳定性的充分条件.

**定理 2** 给定两个常量  $\gamma > 0$  和  $\rho > 0$ , 当存在一个函数矩阵  $P(s) > 0$ , 一系列标量函数  $\varepsilon_i(s) > 0$  和矩阵函数  $W_i(s)$  使得一系列可微线性矩阵不等式(spatial differential linear matrix inequalities, SDLMIs)是可行的, 即

$$\begin{bmatrix} -v_m \frac{\partial P(s)}{\partial s} + 2\rho P(s) + \Gamma_i(s) \\ H^T(s) R_1^T \\ U_i(s) P(s) \\ C(s) P(s) \\ * & * & * \\ -\gamma^2 I & * & * \\ 0 & -\varepsilon_i(s) I & * \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

由式(6)和式(10)组成的闭环制造系统表现出指数稳

定性并满足  $H_\infty$  指标.

$$\begin{aligned} \Gamma_i(s) = & (R_1 \bar{A}_i(s)P(s) + R_2 W_i(s)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s)P(s) + R_2 W_i(s))^T + \\ & \varepsilon_i(s) R_1 R_1^T. \end{aligned} \quad (20)$$

滑模面函数矩阵可由  $L(s) = R_2^T P^{-1}(s)$  计算得到.

这里给出关于指数稳定的相关判据:

**引理1** 对于非线性系统(2), 如果存在一个常量  $\rho > 0$ , 使得对于式(22)中的  $V(t)$  满足

$$\dot{V}(t) + 2\rho V(t) \leq 0, \quad (21)$$

那么闭环控制系统是指数稳定的<sup>[35]</sup>.

**证** 选择如下的Lyapunov函数:

$$V(t) = \int_0^1 \bar{y}^T(s, t) P^{-1}(s) \bar{y}(s, t) ds. \quad (22)$$

该Lyapunov函数沿式(18)轨迹的微分为

$$\dot{V}(t) = 2 \int_0^1 \bar{y}^T(s, t) P^{-1}(s) \frac{\partial \bar{y}(s, t)}{\partial t} ds. \quad (23)$$

将式(18)代入式(23)可得

$$\dot{V}(t) = \int_0^1 T(s, t) ds, \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} T(s, t) = & 2\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)[(R_1 - \\ & R_2 L_u^{-1}(s)L_y(s))(-v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial t}) + \\ & (R_1 - R_2 L_u^{-1}(s)L_y(s)) \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))[\bar{A}_i(s)\bar{y}(s, t) + \\ & \Delta \bar{A}_i(s, t)\bar{y}(s, t)] + R_1 H(s)d(s, t)]. \end{aligned} \quad (25)$$

由于滑模面矩阵为  $L(s) = R_2^T P^{-1}(s)$ , 当闭环系统处于滑模动态时, 根据式(17)有

$$R_2^T P^{-1}(s) \bar{y}(s, t) = \bar{y}^T(s, t) P^{-1}(s) R_2 = 0. \quad (26)$$

因此, 有

$$\begin{aligned} T(s, t) = & 2\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)[R_1(-v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial t}) + \\ & R_1 \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))[\bar{A}_i(s)\bar{y}(s, t) + \\ & \Delta \bar{A}_i(s, t)\bar{y}(s, t)] + R_2(-v_m \frac{\partial u(s, t)}{\partial t}) + \\ & R_2 \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))Y_i(s)\bar{y}(s, t) + \\ & R_1 H(s)d(s, t)]. \end{aligned} \quad (27)$$

合并同类项可以得到

$$\begin{aligned} T(s, t) = & 2\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)[(-v_m \frac{\partial \bar{y}(s, t)}{\partial t}) + \\ & \dots] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))[(R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s))\bar{y}(s, t)] + \\ & \sum_{i=1}^r m_i(\zeta(s, t))R_1 \Delta \bar{A}_i(s, t)\bar{y}(s, t) + \\ & R_1 H(s)d(s, t)]. \end{aligned} \quad (28)$$

此外, 有

$$\begin{aligned} & 2\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)R_1 \Delta \bar{A}_i(s, t)\bar{y}(s, t) \leqslant \\ & \varepsilon_i(s)\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)R_1 R_1^T P^{-1}(s)\bar{y}(s, t) + \\ & \frac{1}{\varepsilon_i(s)}\bar{y}^T(s, t)\Delta \bar{A}_i^T(s, t)\Delta \bar{A}_i(s, t)\bar{y}(s, t) \leqslant \\ & \varepsilon_i(s)\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)R_1 R_1^T P^{-1}(s)\bar{y}(s, t) + \\ & \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)}\bar{y}^T(s, t)\bar{y}(s, t). \end{aligned} \quad (29)$$

根据文献[35]中的推导步骤(21)–(23), 类似可得

$$\begin{aligned} & 2\bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)(-v_m \frac{\partial \bar{y}(s, t)}{\partial t}) \leqslant \\ & v_m \bar{y}^T(s, t) \frac{\partial P^{-1}(s)}{\partial s} \bar{y}(s, t). \end{aligned} \quad (30)$$

当无扰动的时候, 闭环控制系统是指数稳定的. 那么, 有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) + 2\rho V(t) = & \\ & \int_0^1 (T(s, t) + 2\rho \bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)\bar{y}(s, t)) ds. \end{aligned} \quad (31)$$

由式(29)可以得到

$$\begin{aligned} & T(s, t) + 2\rho \bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)\bar{y}(s, t) \leqslant \\ & \bar{y}^T(s, t)(v_m \frac{\partial P^{-1}(s)}{\partial s}) + \bar{y}^T(s, t)[2\rho P^{-1}(s) + \\ & P^{-1}(s)(R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s))^T P^{-1}(s) + \\ & \varepsilon_i(s)P^{-1}(s)R_1 R_1^T P^{-1}(s) + \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)}]\bar{y}(s, t). \end{aligned} \quad (32)$$

令

$$\begin{aligned} & v_m \frac{\partial P^{-1}(s)}{\partial s} + 2\rho P^{-1}(s) + \\ & P^{-1}(s)(R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s))^T P^{-1}(s) + \\ & \varepsilon_i(s)P^{-1}(s)R_1 R_1^T P^{-1}(s) + \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)} < 0, \end{aligned} \quad (33)$$

则

$$T(s, t) + 2\rho \bar{y}^T(s, t)P^{-1}(s)\bar{y}(s, t) < 0. \quad (34)$$

相应的, 有

$$\dot{V}(t) + 2\rho V(t) < 0. \quad (35)$$

根据引理1, 无扰动闭环控制系统是指数稳定的.

在式(33)同时左乘和右乘  $P(s)$ , 并考虑到

$$\frac{\partial P(s)}{\partial s} = -P(s) \frac{\partial P^{-1}(s)}{\partial s} P(s),$$

可以得到

$$\begin{aligned} & -v_m \frac{\partial P(s)}{\partial s} + 2\rho P(s) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s)P(s)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s)P(s))^T + \\ & \varepsilon_i(s)R_1 R_1^T + \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)}P(s)P(s) < 0. \end{aligned} \quad (36)$$

此外, 根据舒尔补并令  $W_i(s) = Y_i(s)P(s)$ , 式(36)可以转变为

$$\begin{bmatrix} -v_m \frac{\partial P(s)}{\partial s} + 2\rho P(s) + \Gamma_i(s) & * \\ U_i(s)P(s) & -\varepsilon_i(s)I \end{bmatrix} < 0, \quad (37)$$

其中  $\Gamma_i(s)$  定义在式(20)中.

下面考虑扰动存在时,  $H_\infty$  指标  $\gamma$  能够被满足.

定义  $\theta(s, t) = [\bar{y}^T(s, t) \ d^T(s, t)]^T$ . 沿闭环控制系统(18)的轨迹并结合式(28)–(29), 函数  $V(t)$  满足

$$\begin{aligned} & \dot{V}(t) + 2\rho V(t) + \\ & \int_0^1 (z^T(s, t)z(s, t) - \gamma^2 d^T(s, t)d(s, t))ds \leq \\ & \int_0^1 \theta^T(s, t)\Theta(s, t)(s, t)ds, \end{aligned} \quad (38)$$

其中:

$$\Theta(s, t) = \begin{bmatrix} v_m \frac{\partial P^{-1}(s)}{\partial s} + \Lambda_i(s) & * \\ H^T(s)R_1^T P^{-1}(s) & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$\Lambda_i(s) =$

$$\begin{aligned} & P^{-1}(s)(R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s) + R_2 Y_i(s))^T P^{-1}(s) + 2\rho P^{-1}(s) + \\ & \varepsilon_i(s)P^{-1}(s)R_1 R_1^T P^{-1}(s) + \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)}. \end{aligned} \quad (40)$$

将式(39)同时左乘和右乘正定函数矩阵  $\begin{bmatrix} P(s) & * \\ 0 & I \end{bmatrix}$ , 可以产生

$$\begin{bmatrix} -v_m \frac{\partial P(s)}{\partial s} + 2\rho P(s) + \Xi_i(s) & * \\ H^T(s)R_1^T & -\gamma^2 I \end{bmatrix}, \quad (41)$$

其中

$$\Xi_i(s) = \Gamma_i(s) + \frac{U_i^2(s)}{\varepsilon_i(s)}P(s)P(s). \quad (42)$$

通过舒尔补可以得到式(41)等价于

$$\begin{bmatrix} -v_m \frac{\partial P(s)}{\partial s} + 2\rho P(s) + \Gamma_i(s) \\ H^T(s)R_1^T \\ U_i(s)P(s) \\ C(s)P(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * \\ -\gamma^2 I & * & * \\ 0 & -\varepsilon_i(s)I & * \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \quad (43)$$

如果式(43)被满足, 那么矩阵函数

$$\Theta(s, t) < 0. \quad (44)$$

因此, 就有

$$\begin{aligned} & \int_0^1 (z^T(s, t)z(s, t) - \gamma^2 d^T(s, t)d(s, t))ds + \\ & \dot{V}(t) + 2\rho V(t) < 0. \end{aligned} \quad (45)$$

对式(45)积分并结合零初始状态条件, 有

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_0^1 (z^T(s, t)z(s, t) - \gamma^2 d^T(s, t)d(s, t))dsdt + \\ & V(t) + 2\rho \int_0^t V(t)dt < 0. \end{aligned} \quad (46)$$

因为  $V(t) \geq 0$  始终成立, 可以得到

$$\int_0^t \int_0^1 (z^T(s, t)z(s, t) - \gamma^2 d^T(s, t)d(s, t))dsdt < 0. \quad (47)$$

根据定义 1, 该闭环控制系统满足控制目标, 因此证明完成. 证毕.

**注 3** 定理 1 和定理 2 的证明都未提前说明关于变量  $y(s, t)$ ,  $u(s, t)$  和  $l(s, t)$  解的存在性和唯一性. 由于非线性函数  $f(\cdot)$  是光滑且局部利普希茨连续的, 结合文献中的相关结果<sup>[36]</sup>, 如果初始状态  $z_0(s)$  有界, 可以得到  $\bar{y}(s, t) = [y^T(s, t) \ u^T(s, t)]^T$  的解在任意给定的有限时域上是存在和唯一. 因此, 由于  $l(s, t)$  是线性依赖  $y(s, t)$  和  $u(s, t)$ , 那么  $l(s, t)$  的解也在任意给定的有限时域上存在且唯一.

### 3.3 控制器综合的凸优化算法

由于之前两节提供的控制器设计具有无穷维的特征, 本节中提出一种数值方法进行近似求解 SDLMIs 以获得离散的控制器参数序列.

为了求解连续维度下的 SDLMIs, 本文使用了反向有限差分方法, 将 SDLMIs 用一系列线性矩阵不等式 (linear matrix inequalities, LMI) 进行近似, 然后使用成熟的凸优化算法进行求解. 具体而言, 首先将完成度区间  $[0, 1]$  进行离散化, 得到一个有理数的有限集合  $X := \{s_k, k \in \mathcal{N}, s_0 = 0, s_N = 1\}$ , 其中:  $s_k - s_{k-1} = \epsilon = \frac{1}{N}$ ,  $\mathcal{N} := \{0, 1, \dots, N\}$ ,  $N$  是一个可调整的正整数, 这些参数都是提前给定的. 然后在集合  $X$  上求解控制器参数. 那么, SDLMIs 可以由下列的 LMIs 进行表示:

$$\begin{bmatrix} P(s_k) - P(s_{k-1}) \\ \epsilon \\ -v_m \frac{P(s_k) - P(s_{k-1})}{\epsilon} + 2\rho P(s_k) + \Gamma_i \\ H^T(s_k)R_1^T \\ U_i(s_k)P(s_k) \\ C(s_k)P(s_k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} * & * & * \\ -\gamma^2 I & * & * \\ 0 & -\varepsilon_i(s_k)I & * \\ 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (48)$$

其中

$$\begin{aligned} \Gamma_i = & (R_1 \bar{A}_i(s_k) P(s_k) + R_2 W_i(s_k)) + \\ & (R_1 \bar{A}_i(s_k) P(s_k) + R_2 W_i(s_k))^T + \\ & \varepsilon_i(s_k) R_1 R_1^T. \end{aligned} \quad (49)$$

算法1的数值方法给出了一种可行的该鲁棒控制策略实施方法.

### 算法1 控制器综合的近似求解数值解法.

**步骤1** 提前选定正常数 $N, \gamma$ 和 $\varrho$ ;

**步骤2** 为了使初始化合法, 给定一个矩阵 $P(x_{-1}) > 0$ 和一个折扣系数 $\varrho \in (0, 1)$ ; 设 $k = 0$ ;

**步骤3** 求解LMIs获得可行的解. 如果存在可行解, 进入步骤4, 否则, 更新 $\varrho = \gamma\varrho$ , 并返回步骤2;

**步骤4** 如果 $k = N$ , 返回滑模面矩阵序列并结束算法, 反之则设 $k = k + 1$ , 并返回步骤3.

## 4 数值实验

本文中的控制器设计问题对应于实际中广泛存在的工况, 也即如果快速地实现工业制造系统对外界的实时需求的稳定响应. 换句话说, 当市场需求决定一个期望的数值 $\rho_e$ , 那么制造系统能够在给定的时间间隔内输出密度为 $\rho_e$ 的产品. 基于本文中所提出的层次化控制方法, 系统原料的输入速率首先被设置为 $\rho_e$ , 然后, 构造的控制器能够保证成品的输出速率将以指数速率趋近于 $\rho_e$ .

本章中以两生产线为例进行数值实验来演示提出的层次化控制方法和验证该控制策略的有效性和优点. 该实验模型广泛存在于半导体加工工业中, 控制手段是通过调整催化剂和化学试剂的浓度来调节生产效率以实现期望的生产速度. 由于文中的方法使用连续模型对离散事件模型进行近似逼近, 因此可重入制造系统的可重入操作、参数和约束等条件都被忽略了, 这在基于连续模型方法的分析控制中是十分常见的<sup>[8-9, 12]</sup>. 这些具体工艺信息可以在基于离散事件模型的方法中获取, 可以参考注1中的相关离散事件模型方法. 针对一类典型的半导体产品加工场景, 图3给出了具体的工艺流程图, 可以明确地观察到加工流程包括外延、氧化、掺杂、化学气相沉积、物理气相沉积、光刻和刻蚀等多道工序, 并且存在严重的可重入现象. 具体而言, 整个加工过程经历了3种加工路线, 每一次加工路线都涉及到可重入操作, 需要产品的不同阶段进入相同的工作台重复之前的加工步骤, 所以, 几乎每个工作台都被处在加工流程中的不同阶段的

同一个工件的多次访问状态, 是一类典型具有复杂制造工艺的可重入制造系统.

首先设置市场需求 $\rho_e = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$ , 根据本文中提到的构造流程, 定义

$$y(s, t) = [\rho_1(s, t) \ \rho_2(s, t)]^T - \rho_e, \quad (50)$$

对应控制系统有以下的动力学特征:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_1(s, t)}{\partial t} = & -2 \frac{\partial y_1(s, t)}{\partial s} + f_1(y(s, t), u(s, t), s) + \\ & H_1(s)d(s, t), \\ \frac{\partial y_2(s, t)}{\partial t} = & -2 \frac{\partial y_2(s, t)}{\partial s} + f_2(y(s, t), s) + \\ & H_2(s)d(s, t), \end{aligned}$$

输出方程为

$$z(s, t) = y(s, t),$$

其中:

$$\begin{aligned} f_1(y(s, t), u(s, t), s) = & y_1(s, t) + \frac{s^2}{4} e^{\frac{y_1^2(s, t)}{16}} y_1(s, t) + \frac{y_1^3(s, t)}{4} + \\ & y_2(s, t) + y_1^2(s, t)u(s, t), \\ f_2(y(s, t), s) = & (0.5 + 0.1 \sin(\pi s))y_1(s, t) + \frac{1}{6} e^{\frac{x}{6}} y_2(s, t), \\ H(s) = & \begin{bmatrix} 5s \\ 5 \end{bmatrix}, \\ d(s, t) = & (8^s - 1)e^{-0.1t} \sin(100\pi t). \end{aligned}$$

控制通道中的非线性可以被表示为

$$\begin{bmatrix} f_1(y(s, t), u(s, t), s) \\ f_2(y(s, t), s) \end{bmatrix} = \bar{f}(y(s, t), s)y(s, t) + g(y(s, t), s)u(s, t),$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{f}(y(s, t), s) = & \begin{bmatrix} 1 + \frac{s^2}{4} e^{\frac{y_1^2(s, t)}{16}} + \frac{y_1^2(s, t)}{4} & 1 \\ 0.5 + 0.1 \sin(\pi s) & \frac{1}{6} e^{\frac{x}{6}} \end{bmatrix}, \\ g(y(s, t), s) = & \begin{bmatrix} s y_1^2(s, t) \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

通过选择先验变量 $\zeta(s, t) = y_1^2(s, t)$ 以及假设 $y_1(s, t) \in [-4, 4]$ , 可以构造如下的模糊模型:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = & -v_m \frac{\partial y(s, t)}{\partial s} + \sum_{i=1}^2 m_i(\zeta(s, t))[(A_i(s) + \\ & \Delta A_i(s, t))y(s, t) + (G_i(s) + \Delta G_i(s, t))u(s, t)] + \\ & H(s)d(s, t), \end{aligned}$$

其中系统矩阵为

$$A_1(s) = \begin{bmatrix} 1 + \frac{s^2}{4} & 1 \\ 0.5 + 0.1 \sin(\pi s) & \frac{1}{6} e^{\frac{s}{6}} \end{bmatrix},$$

$$G_1(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_2(s) = \begin{bmatrix} 5 + \frac{e}{4} s^2 & 1 \\ 0.5 + 0.1 \sin(\pi s) & \frac{1}{6} e^{\frac{s}{6}} \end{bmatrix},$$

$$G_2(s) = \begin{bmatrix} 16s \\ 0 \end{bmatrix},$$

以及模糊隶属度函数为

$$m_1(\zeta(y(s, t))) = 1 - \frac{y_1^2(s, t)}{16},$$

$$m_2(\zeta(y(s, t))) = \frac{y_1^2(s, t)}{16}.$$

上界函数  $U_1(s) = U_2(s)$  可以近似地由

$$U_1(s) = U_2(s) = \max_{y_1(s, t) \in [-4, 4]} \|\bar{f}(y(s, t), s) - \sum_{i=1}^2 m_i(\zeta(s, t)) \bar{A}_i(s)\|$$

计算得到。在本次实验中, 可以得到  $U_1(s) = U_2(s) = 0.44s^2$ . 此外, 也可以得到函数  $D(s) = 8s - 1$ .

由于模糊建模的流程已经完成, 接下来应用算法1进行控制器的设计。通过选择如下的参数:

$$N = 100, \rho = 0.01,$$

可以得到离散的滑模面矩阵序列并展示在图5中, 并得到  $\gamma_{\min} = 0.1$ . 图5说明了算法1的可行性并给出了控制器设计的结果, 但是由于离散化和计算精度的问题, 算法1的解并不是那么光滑。

本次实验设置实验时长为2 h, 离散化的时间间隔  $\Delta t = \frac{2}{10000}$  h, 给定初始条件为

$$y_0(s) = \begin{bmatrix} -3 \sin(\frac{\pi}{2}s) \\ -3 \ln(\frac{s+1}{2}) \end{bmatrix}$$

和  $u_0(s) = 0$ . 通过设定参数  $\alpha(s) = 1 + 5 \sin(\frac{\pi}{2}s)$ , 并且替代符号函数  $\text{sgn}(l(s, t))$  为

$$\frac{l(s, t)}{\|l(s, t)\| + 0.05},$$

以抑制数值计算过程中的抖振现象, 可以得到图6-7中的系统状态。图8和图9分别描述了控制量输入  $u(s, t)$  以及滑模面变量  $l(s, t)$ . 给定零初始状态, 对于

扰动的抑制指标  $\frac{\sqrt{\int_0^t \int_0^1 z^T(s, \tau) z(s, \tau) ds d\tau}}{\sqrt{\int_0^t \int_0^1 d^T(s, \tau) d(s, \tau) ds d\tau}}$  在图9

中给出, 可以看出该比例最小为0.044, 小于最小的扰动抑制程度  $\gamma_{\min} = 0.1$ .

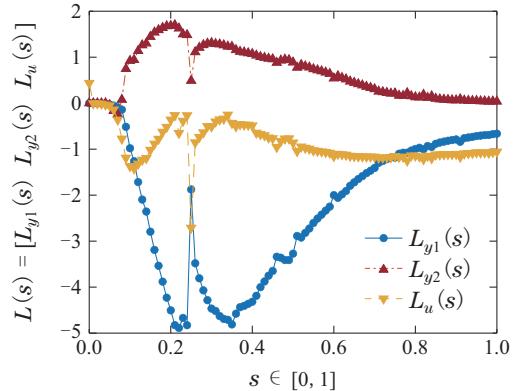


图5 滑模面矩阵序列

Fig. 5 The series of the sliding surface matrix

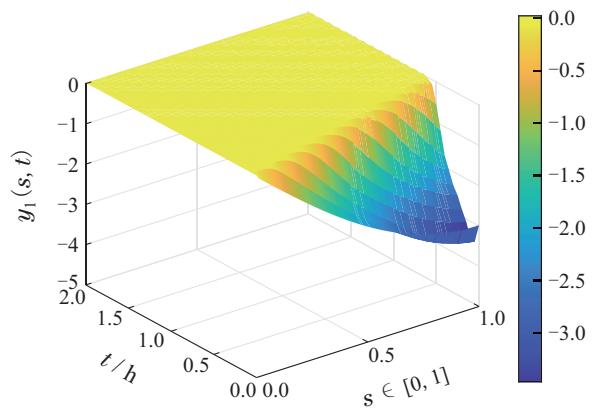


图6 系统状态  $y_1(s, t)$

Fig. 6 The system state  $y_1(s, t)$

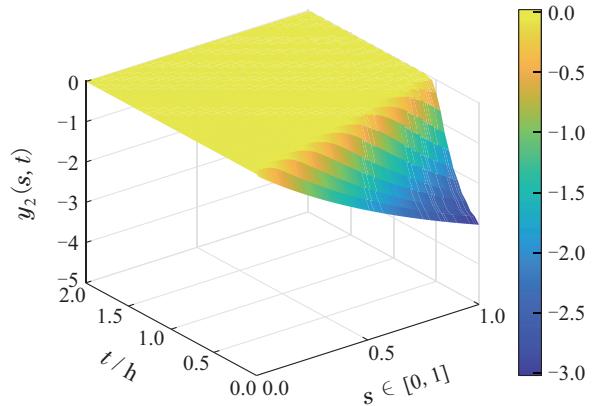


图7 系统状态  $y_2(s, t)$

Fig. 7 The system state  $y_2(s, t)$

图6-7说明了在本文中控制器的调节下, 期望生产目标和实时产品密度的误差能够以指数的速率收敛到零, 实现快速响应市场需求的目标; 图8表明表明控制输入的表现与分析一致, 首先增大控制量将系统状态约束在滑模面上, 随后保证系统的指数稳定性并呈指数性衰减; 图9的滑模面变量也与理论分析相一致,

首先,在有限时间内快速地被驱动到零并随后一直保持在零,保证了预先设计的滑模动态能够被实现;图10的结果表明了定理2中 $H_\infty$ 指标能够被满足,这与理论推导得到的结果是相符的,说明了本文方法的有效性.

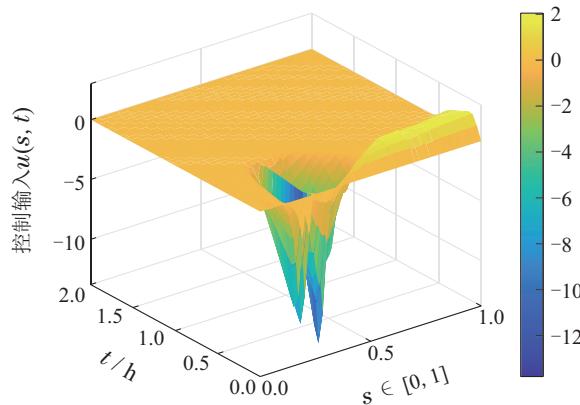


图 8 控制输入  $u(s, t)$   
Fig. 8 The control input  $u(s, t)$

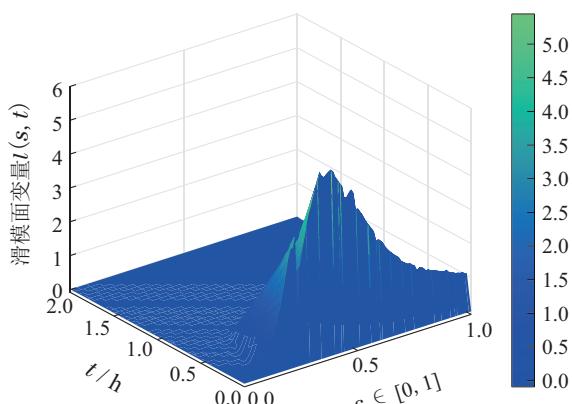


图 9 滑模面变量态  $l(s, t)$   
Fig. 9 The sliding surface variable  $l(s, t)$

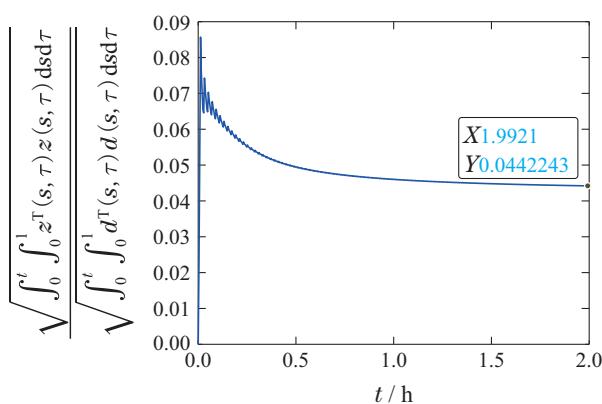


图 10  $H_\infty$ 指标  
Fig. 10 The  $H_\infty$  performance

图11–12分别描述了两条生产线上产品密度的变化情况,说明了在该层次化智能控制策略的调节下,生产线上的产品生产速率能够快速响应市场需求. 从

图8和图11–12中,可以观察到系统状态和控制量都一致趋近于零,这表明制造系统如预期的一样最终稳定在输出速率 $\rho_e$ . 注意到闭环制造系统在实现平稳运行之前,本文设计的滑模面  $l(s, t)$  就能够被保证达到. 这与本文中的理论分析相一致,闭环制造系统首先被驱动进入一种特殊的动力学状态,然后表现出指数稳定性. 需要指出的是,闭环制造系统应该从初始时刻就表现出这种特殊的动力学状态,这种与理论分析的偏差主要来源于对符号函数的逼近以及离散数值方法的使用.

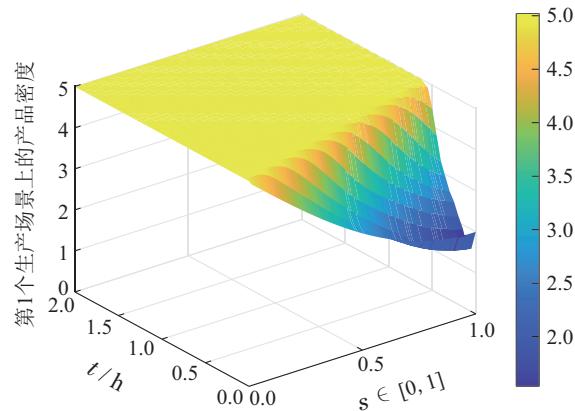


图 11 第1条生产线上的产品密度  
Fig. 11 The product density on the first line

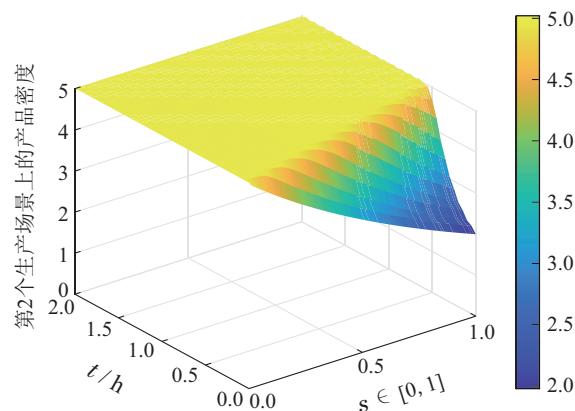


图 12 第2条生产线上的产品密度  
Fig. 12 The product density on the second line

为了进一步的验证该方法的抗扰动性,在零初始条件的条件下,外界扰动  $d(x, t)$  对输出  $z(s, t)$  影响的结果如下图13–14所示. 从抗扰动实验结果来看,外界扰动对输出的影响可以被快速抑制并实现预期的  $H_\infty$  控制性能,说明了本文中方法具有预期的抗扰动性.

据作者所知,多生产线可重入制造系统的控制方法在文献中还少见,部分基于模糊模型的智能控制方法也能应用到该系统中. 一种针对随机PDE模糊模型的积分滑模方法可以拓展至该系统模型(6),但是该方法要求系统的控制通道是恒定的,这在许多工业控制

问题中是不现实的<sup>[37]</sup>; Wu 等人<sup>[38–39]</sup>基于模糊模型的  $H_\infty$  方法应用到模型(6)上, 但是需要进一步考虑对模糊建模过程中产生的逼近误差进行处理。

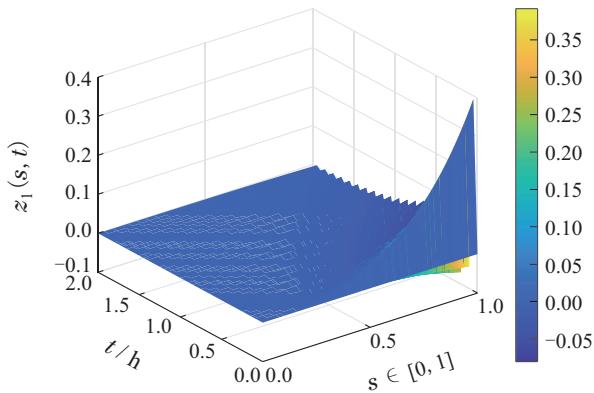


图 13 零初始条件下的  $z_1(s, t)$   
Fig. 13  $z_1(s, t)$  under the zero initial condition

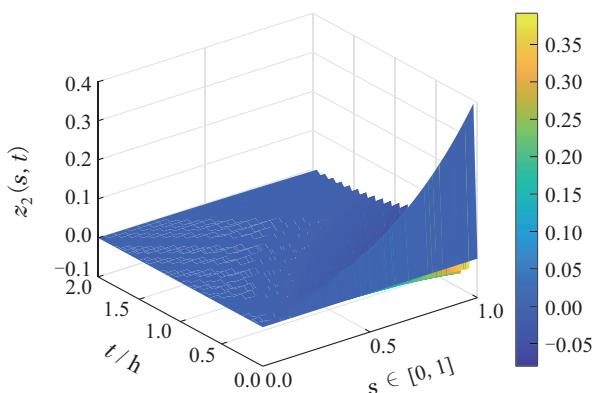


图 14 零初始条件下的  $z_2(s, t)$   
Fig. 14 The sliding surface variable  $z_2(s, t)$

## 5 结论

本文为一类多生产线可重入制造系统设计了层次化架构和对应的鲁棒控制器。基于以双曲型偏微分方程描述的连续模型, 本文在控制系统中引入了层次化的设计思想, 构造了一种模糊滑模控制器使得闭环制造系统能够有效抑制扰动并快速实现平稳运行。针对控制器设计的无穷维特性, 本文提出了一种凸优化算法在多项式时间内近似求解控制器。该层次化智能控制策略可以应用于具有海量工艺和复杂加工技术的场景, 如国家目前大力发展的半导体制造产业和复杂化工品生产领域。

未来的研究兴趣主要集中在高度可重入制造系统以及本文方法的实际应用。

## 参考文献:

- [1] LUO J, ZHOU M. Petri-net controller synthesis for partially controllable and observable discrete event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 62(3): 1301–1313.
- [2] GAO Na, HAN Xiaoguang, CHEN Zengqiang, et al. Observability analysis of bounded Petri net systems via a matrix approach. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(1): 71–78.  
(高娜, 韩晓光, 陈增强. 等. 基于矩阵方法的有界Petri网系统的能观性分析. 控制理论与应用, 2018, 35(1): 71–78.)
- [3] QUE Caixiong, LIU Fuchun, ZHAO Rui, et al. On-line pattern diagnosis of discrete event systems with Petri net diagnosers. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(7): 1621–1627.  
(阙蔡雄, 刘富春, 赵锐, 等. 基于Petri网诊断器的离散事件系统模式故障的在线诊断. 控制理论与应用, 2020, 37(7): 1621–1627.)
- [4] LUO J, ZHOU M. Queueing network models for analysis of nonstationary manufacturing systems. *International Journal of Production Research*, 2018, 56(1): 22–42.
- [5] MOHAMMADI M, DAUZÈRE P, YUGMA C. Performance evaluation of single and multi-class production systems using an approximating queueing network. *International Journal of Production Research*, 2019, 57(5): 1497–1523.
- [6] ARMBRUSTER D, MARTHALER D E, RINGHOFER C, et al. A continuum model for a re-entrant factory. *Operations Research*, 2006, 54(5): 933–950.
- [7] VAN D B, LEFEBER E, ROODA K. Modeling and control of a manufacturing flow line using partial differential equations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(1): 130–136.
- [8] DONG M, HE F. A continuum model for a re-entrant factory. *Operational Research*, 2006, 54(5): 933–950.
- [9] HAN K, FRIESZ T L, YAO T. A variational approach for continuous supply chain networks. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2012, 52(1): 663–686.
- [10] LA M M, ARMBRUSTER D, HERTY M, et al. Control of continuum models of production systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(11): 2511–2526.
- [11] DONG M, HE F, WU Z. Optimal control of a continuum model for single-product re-entrant manufacturing systems. *International Journal of Production Research*, 2011, 49(21): 6363–6385.
- [12] DIAGNE M, KARAFYLIS I. Event-triggered boundary control of a continuum model of highly re-entrant manufacturing systems. *Automatica*, 2021, 134: 109902.
- [13] ARNOLD C, KIEL D, VOIGT K I. How the industrial internet of things changes business models in different manufacturing industries. *International Journal of Innovation Management*, 2016, 20(8): 1640015.
- [14] LIAO Y, LOURES E F R, DESCHAMPS F. Industrial internet of things: A systematic literature review and insights. *IEEE Internet of Things Journal*, 2018, 5(6): 4515–4525.
- [15] SISINNI E, SAIFULLAH A, HAN S, et al. Event-triggered boundary control of a continuum model of highly re-entrant manufacturing systems. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(11): 4724–4734.
- [16] WINDMANN S, JIAO S, NIGGEMANN O, et al. A stochastic method for the detection of anomalous energy consumption in hybrid industrial systems. *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Informatics*. New York: IEEE, 2013: 194–199.
- [17] PANCHAL D, KUMAR D. Stochastic behaviour analysis of real industrial system. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 2017, 8(2): 1126–1142.
- [18] WANG Q, DAI W, MA X, et al. Driving amount based stochastic configuration network for industrial process modeling. *Neurocomputing*, 2020, 394: 61–69.
- [19] LI Z, DUAN Z, CHEN G, et al. Consensus of multiagent systems and synchronization of complex networks: A unified viewpoint. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2009, 57(1): 213–224.
- [20] YU W, CHEN G, LU J, et al. Synchronization via pinning control on general complex networks. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, 51(2): 1395–1416.

- [21] LU R, YU W, LU J, et al. Driving amount based stochastic configuration network for industrial process modeling. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(11): 2110 – 2118.
- [22] QIU J, DING S, GAO H, et al. Fuzzy-model-based reliable static output feedback  $H_\infty$  control of nonlinear hyperbolic PDE systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(2): 388 – 400.
- [23] WU H, WANG Z. Observer-based  $H_\infty$  sampled-data fuzzy control for a class of nonlinear parabolic PDE systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(2): 454 – 473.
- [24] WANG J, TSAI S, LI H, et al. Spatially piecewise fuzzy control design for sampled-data exponential stabilization of semilinear parabolic PDE systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 28(3): 474 – 486.
- [25] WANG J, WU H. Design of suboptimal local piecewise fuzzy controller with multiple constraints for quasi-linear spatiotemporal dynamic systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 51(5): 2433 – 2445.
- [26] YAN C B, HASSOUN M, MEERKOV S M. Equilibria, stability, and transients in re-entrant lines under FBFS and LBFS dispatch and constant release. *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 2012, 25(2): 211 – 229.
- [27] JIA W, JIANG Z, LI Y. Combined scheduling algorithm for re-entrant batch-processing machines in semiconductor wafer manufacturing. *International Journal of Production Research*, 2015, 53(6): 1866 – 1879.
- [28] HAN J, CAI M, LIN Y, et al. 3D re-entrant nanograss on microcones for durable superamphiphobic surfaces via laser-chemical hybrid method. *Applied Surface Science*, 2018, 456: 3726 – 736.
- [29] LI C, ZHOU J, FU B, et al. T-S fuzzy model identification with a gravitational search-based hyperplane clustering algorithm. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 20(2): 305 – 317.
- [30] GAO Q, ZENG X, FENG G, et al. T-S-fuzzy-model-based approximation and controller design for general nonlinear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2012, 42(2): 1143 – 1154.
- [31] FENG G. *Analysis and Synthesis of Fuzzy Control Systems: A Model-Based Approach*. Boca Raton: CRC Press, 2018.
- [32] YOUNG K D, UTKIN V I, OZGUNER U. A control engineer's guide to sliding mode control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(3): 328 – 342.
- [33] FENG Y, HAN F, YU X. Chattering free full-order sliding-mode control. *Automatica*, 2014, 50(4): 1310 – 1314.
- [34] WANG J, YANG C, SHEN H, et al. Sliding-mode control for slow-sampling singularly perturbed systems subject to Markov jump parameters. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2020, 51(12): 7579 – 7586.
- [35] WANG J, WU H, LI H. Distributed fuzzy control design of nonlinear hyperbolic PDE systems with application to nonisothermal plug-flow reactor. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2011, 19(3): 514 – 526.
- [36] CHOW P. *Stochastic Partial Differential Equations*. Boca Raton, FL, USA: Chapman & Hall/CRC Press, 2015.
- [37] SONG X, WANG M, SONG S, et al. Observer-based sliding mode control for stochastic hyperbolic PDE systems with quantized output signal. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, 393: 125643.
- [38] ZHU H, WU H, WANG J.  $H_\infty$  disturbance attenuation for nonlinear coupled parabolic PDE-ODE systems via fuzzy-model-based control approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2017, 47(8): 1814 – 1825.
- [39] WANG Z, WU H, LI H. Estimator-based  $H_\infty$  sampled-data fuzzy control for nonlinear parabolic PDE systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2020, 50(7): 2491 – 2500.

### 作者简介:

- 张春阳** 硕士研究生, 目前研究方向为智能控制理论与深度学习,  
E-mail: chunyangzhang@buaa.edu.cn;
- 高 庆** 教授, 目前研究方向为智能系统、控制理论和工业互联网,  
E-mail: gaoqing@buaa.edu.cn;
- 吕金虎** 教授, 目前研究方向为工业互联网与复杂网络, E-mail:  
jhlu@iss.ac.cn;
- 陈 巍** 教授, 目前研究方向为复杂系统, E-mail: jchwei@buaa.  
edu.cn;
- 王健男** 讲师, 目前研究方向为复杂系统, E-mail: wangjiannan@  
buaa.edu.cn.