第 41卷第 12 期
2024 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 41 No. 12
Dec. 2024

高斯过程泊松多伯努利混合滤波算法及其变分优化

李翠芸†, 许 琦, 姬红兵, 谢金池
(西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对现有算法对多扩展目标跟踪精度低的问题, 本文提出了一种高斯过程泊松多伯努利混合(GP-PMBM)滤波算法及其变分优化. 首先, 基于高斯过程原理建立了增广状态空间模型, 接着, 将其与泊松多伯努利混合滤波器相结合, 提出GP-PMBM算法. 然后, 针对因使用非线性滤波技术而导致GP-PMBM滤波精度下降的问题, 使用变分贝叶斯优化更新结果, 实现了对目标状态的优化更新, 提升了滤波器的估计精度. 仿真结果表明, 与已有的滤波算法相比, 所提算法具有更高的跟踪精度, 并且, 在只有部分量测的场景中跟踪性能更稳定.

关键词: 目标跟踪; 泊松多伯努利混合滤波; 高斯过程; 变分贝叶斯优化

引用格式: 李翠芸, 许琦, 姬红兵, 等. 高斯过程泊松多伯努利混合滤波算法及其变分优化. 控制理论与应用, 2024, 41(12): 2325 – 2334

DOI: 10.7641/CTA.2023.20694

Gaussian process Poisson multi-Bernoulli mixture filtering and its variational optimization

LI Cui-yun†, XU Qi, JI Hong-bing, XIE Jin-chi
(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi’an Shaanxi 710071, China)

Abstract: In response to the problem of low tracking accuracy for multi-object tracking in existing algorithms, a Gaussian process Poisson multi-Bernoulli mixture (GP-PMBM) filtering algorithm and its variational optimization are proposed. Firstly, an augmented state space model is established based on the principles of Gaussian processes. Subsequently, to address the issue of decreased filtering accuracy in GP-PMBM caused by the use of nonlinear filtering techniques, variable Bayesian optimization is utilized to update the results, achieving optimized updates of the target states and enhancing the estimation accuracy of the filter. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm has higher tracking accuracy compared to existing filtering algorithms and exhibits more stable tracking performance in scenarios with only partial measurements.

Key words: target tracking; Poisson multi-Bernoulli mixture filtering; Gaussian process; variable Bayesian optimization

Citation: LI Cuiyun, XU Qi, JI Hongbing, et al. Gaussian process Poisson multi-Bernoulli mixture filtering and its variational optimization. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(12): 2325 – 2334

1 引言

传统多目标跟踪(multiple target tracking, MTT)方法[1–3]大多基于点目标模型, 得益于现代传感器分辨率的不断提升, 目标量测不只源于目标的质心, 每个目标在每个采样周期内会产生多个量测, 称这样的目标为扩展目标(extended target, ET)[4–5], 其对应的跟踪问题为扩展目标跟踪.

多目标跟踪的首要难题是确定关联关系, 对于多扩展目标(multi ET, MET), 目标和量测之间的关联关系更加复杂. 2003年, 由Mahlar[6]提出的随机有限集(random finite set, RFS)理论有效地避免了目标和量测之间复杂的关联, 并且在跟踪过程中, 精度和鲁棒性都得到了提高, 因此, 此方法一经提出, 就在多目标跟踪领域掀起了一阵浪潮. 泊松多伯努利混合(poisson multi-Bernoulli mixture, PMBM)[7]滤波器被提出之后, 在目标漏检、新生等场景中表现较好. 文献[8]中, Smith等人将PMBM滤波器和其他滤波器对比, 证明了PMBM滤波器的跟踪性能较强.

多扩展目标跟踪另一个核心问题是如何利用目标的多个量测获取目标形状的最优估计, 近几年对扩展目标形状估计的研究已经取得了一些成果, 其中随机矩阵模型(random matrix model, RMM)[9]和随机超曲

收稿日期: 2022−08−05; 录用日期: 2023−10−11.
†通信作者. E-mail: cyli@xidian.edu.cn.
本文责任编委: 潘泉.
国家自然科学基金项目(61871301)资助.
Supported by the National Natural Science Foundation of China (61871301).

面模型(random hypersurface model, RHM)[10]是最具代表性的两种算法. RMM用椭圆表征目标的形状, 对非椭圆形状目标的估计效果一般. 而RHM采用径向函数建模目标形状, 进而表示复杂形状的目标, 但该模型受先验信息的影响较大, 初始化的精度会直接影响对目标的估计效果. 2015年, Wahlstrom[11]等人提出了高斯过程在目标跟踪领域的应用, 对星凸形状的目标有不错的估计效果. 之后, 文献[5]中提出了一种将目标扩展状态建模为高斯过程的GPR-GM-CMemBer滤波器. 但该方法将目标运动状态建模为量测中心, 无法通过扩展状态来更新中心位置, 在只能获得部分量测的场景下对目标的跟踪效果较差. 此外, 基于高斯过程模型的跟踪算法还存在其他问题, 比如这些算法都需要使用非线性卡尔曼滤波器, 而算法对非线性量测模型处理的不佳可能会导致目标估计性能的大幅度下降.

针对以上问题, 本文提出了一种高斯过程(Gaussian process, GP) PMBM 滤波算法及其变分优化. 使用高斯过程模型对量测进行建模, 同时对目标状态和形状参数滤波更新, 然后使用变分贝叶斯优化GP-PMBM的更新结果, 借助高斯过程模型对目标的精准建模和变分贝叶斯的优秀推断能力, 提升了PMBM滤波算法对不同场景下目标运动和形状的估计性能. 最后, 仿真实验验证了所提算法的有效性和准确性.

2 问题描述

2.1 高斯过程

高斯过程(GP)[12]是一种适合于在空间中进行量测建模的随机过程, 可利用GP来模拟径向函数, 进而表示星凸目标. GP可以被认为是一组函数的分布, 仅由它的均值函数$\mu(u)$和协方差函数$k(u,u')$定义, 即

$$f(u)\sim\mathcal{GP}(\mu(u),k(u,u')), \tag{1}$$

其中:

$$\mu(u)=\mathrm{E}[f(u)], \tag{2}$$

$$k(u,u')=\mathrm{E}[(f(u)-\mu(u))(f(u)-\mu(u'))^{\mathrm{T}}]. \tag{3}$$

GP是多元高斯概率分布的延伸, 其有限个输入$u_1,\cdots,u_n$的函数值$f(u_1),\cdots,f(u_n)$是正态分布的, 即

$$\begin{bmatrix}f(u_1)\\ \vdots\\ f(u_n)\end{bmatrix}\sim\mathcal{N}(\mu,K), \tag{4}$$

其中:

$$\mu=\begin{bmatrix}\mu(u_1)\\ \vdots\\ \mu(u_n)\end{bmatrix},\ K=\begin{bmatrix}k(u_1,u_1)\cdots k(u_1,u_n)\\ \vdots \qquad\qquad \vdots\\ k(u_n,u_1)\cdots k(u_n,u_n)\end{bmatrix}. \tag{5}$$

使用高斯过程模型建模扩展目标的算法中, 协方差函数如何构造也是十分重要的, 本文采用参考文献[12]中的平方指数法计算协方差函数, 即

$$k(u,u')=\sigma_{\mathrm{f}}^2\exp(-\frac{2\sin(|u-u'|/2)}{l^2})+\sigma_{\mathrm{r}}^2, \tag{6}$$

其中: σ_{f}^2是各角度的先验协方差, σ_{r}^2是半径均值的先验协方差, l是目标形状的长度尺度.

2.2 基于高斯过程的增广状态空间模型

设k时刻, 用RFS表示的状态集为

$$X_k=\{x_{k,i}\}_{i=1}^{N_k}, \tag{7}$$

其中: $x_{k,i}$为k时刻第i个目标的状态, N_k为目标数.

为了将高斯过程应用到PMBM中, 本节提出了一个状态空间模型, 同时估计目标的量测率、运动状态和扩展状态. 将k时刻第i个目标的状态$x_{k,i}$表示为

$$x_{k,i}=\{x_{k,i}^{\mathrm{g}},x_{k,i}^{\mathrm{c}},x_{k,i}^{\mathrm{f}}\}, \tag{8}$$

$$x_{k,i}^{\mathrm{c}}=[(x_{k,i}^{\mathrm{m}})^{\mathrm{T}}(x_{k,i}^{\mathrm{v}})^{\mathrm{T}}\varphi_{k,i}]^{\mathrm{T}}, \tag{9}$$

$$x_{k,i}^{\mathrm{f}}=[f(\theta_{k,1})\ \ \cdots\ \ f(\theta_{k,N^{\mathrm{f}}})]^{\mathrm{T}}, \tag{10}$$

其中: $x_{k,i}^{\mathrm{g}}$表示量测率, $x_{k,i}^{\mathrm{c}}$表示运动状态矢量, $x_{k,i}^{\mathrm{f}}$表示扩展状态矢量, $x_{k,i}^{\mathrm{m}}, x_{k,i}^{\mathrm{v}}, \varphi_{k,i}$分别表示目标的位置、速度和运动方向, $\theta_{k,i}$表示第i个目标轮廓点相对于质心的角度, $f(\theta_{k,i})$为角度$\theta_{k,i}$对应的半径值.

对于上述提出的增广状态空间模型, 量测率需要根据该时刻目标被分配的量测数量单独估计, 用$\bar{x}_{k,i}$表示目标的运动和扩展的联合状态矢量, 则其状态转移方程可以表示为

$$\bar{x}_{k,i}=F\bar{x}_{k-1,i}+w_{k-1,i},w_{k-1,i}\sim N(0,Q), \tag{11}$$

$$\bar{x}_{k,i}=\begin{bmatrix}x_{k,i}^{\mathrm{c}}\\ x_{k,i}^{\mathrm{f}}\end{bmatrix},\ F=\begin{bmatrix}F^{\mathrm{c}} & 0\\ 0 & F^{\mathrm{f}}\end{bmatrix},\ Q=\begin{bmatrix}Q^{\mathrm{c}} & 0\\ 0 & Q^{\mathrm{f}}\end{bmatrix}, \tag{12}$$

$$F^{\mathrm{f}}=\mathrm{e}^{-\iota T_{\mathrm{s}}}I,Q^{\mathrm{f}}=\left(1-\mathrm{e}^{-2\iota T_{\mathrm{s}}}\right)K\left(\theta^{\mathrm{f}},\ \theta^{\mathrm{f}}\right), \tag{13}$$

其中: F^{c}和Q^{c}分别表示运动状态的状态转移矩阵和噪声协方差, F^{f}和Q^{f}分别表示扩展状态转移矩阵和噪声协方差, ι为遗忘因子.

将k时刻第i个目标分配的量测集表示为

$$z_k=[z_{k,1}^{\mathrm{T}}\ \ \cdots\ \ z_{k,M_k}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, \tag{14}$$

其中M_k为量测的数量.

考虑使用非线性的星凸目标量测模型描述目标形状, 则扩展目标量测集z_k中第l个量测可表示为

$$z_{k,l}=e_{k,l}+\underbrace{x_{k,i}^{\mathrm{m}}+p(\gamma_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}}))H^{\mathrm{f}}(\bar{\gamma}_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}},\varphi_{k,l}))x_{k,i}^{\mathrm{f}}}_{h_{k,l}(\bar{x}_{k,i})}, \tag{15}$$

$$\gamma_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}})=\angle(z_{k,l}-x_{k,i}^{\mathrm{m}}), \tag{16}$$

$$\bar{\gamma}_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}},\varphi_{k,l})=\gamma_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}})-\varphi_{k,l}, \tag{17}$$

其中: $x_{k,i}^{\mathrm{m}}$表示k时刻的目标质心, $p(\gamma_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}}))$为单位方向矢量, $\gamma_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}})$为量测相对质心的角度, $\bar{\gamma}_{k,l}(x_{k,i}^{\mathrm{m}},\varphi_{k,l})$为局部坐标系下量测方向角度, $e_{k,l}\sim\mathcal{N}(0,R)$为高斯白噪声, $\varphi_{k,l}$为目标运动方向.

总的来说, 标准量测方程为

$$z_k=h_k(\bar{x}_{k,i})+e_k, \tag{18}$$

其中

$$h_k(\bar{x}_{k,i})=[h_{k,1}^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{k,i})\ \ \cdots\ \ h_{k,M_k}^{\mathrm{T}}(\bar{x}_{k,i})]^{\mathrm{T}}. \tag{19}$$

2.3　增广状态空间模型的更新实现

基于上述模型, 扩展目标k时刻的状态空间分布可表示为

$$\begin{aligned}&p_k(x_k)=p_k\left(x_{\mathrm{g},k}\right)p\left(x_{\mathrm{c},k}|x_{\mathrm{f},k}\right)p\left(x_{\mathrm{f},k}\right)=\\&\mathcal{G}\left(x_{\mathrm{g},k};\alpha_k,\beta_k\right)\mathcal{N}\left(x_{\mathrm{c},k};\mu_{\mathrm{c},k},P_{\mathrm{c},k}\right)\cdot\\&\mathcal{N}\left(x_{\mathrm{f},k};\mu_{\mathrm{f},k},P_{\mathrm{f},k}\right)=\\&\mathcal{G}\left(x_{\mathrm{g},k};\alpha_k,\beta_k\right)\mathcal{N}\left(x_k;\mu_k,P_k\right),\end{aligned} \tag{20}$$

其中: $\mathcal{G}(\cdot)$表示伽马分布, $\mathcal{N}(\cdot)$表示高斯分布, $x_{\mathrm{g},k}$为量测率, x_k为运动状态$x_{\mathrm{c},k}$与扩展状态$x_{\mathrm{f},k}$的联合.

考虑到量测方程是非线性的, 使用扩展卡尔曼滤波进行更新. 将k时刻更新前和更新后的目标状态分别表示为$\zeta_+=\{\alpha_+,\beta_+,\mu_+,P_+\}$和$\zeta=\{\alpha,\beta,\mu,P\}$, 则更新步骤如下:

$$\begin{cases}\alpha=\alpha_++|W|,\\\beta=\beta_++1,\\z_+=h_k(\mu_+),\\H_k=\dfrac{\mathrm{d}h_k(x_k)}{\mathrm{d}x_k},\\S=H_kP_+H_k^{\mathrm{T}}+R_k,\\S=K_k=P_+H_k^{\mathrm{T}}(S)^{-1},\\\mu=\mu_++K_k(z_k-z_+),\\P=P_++K_kH_kP_+,\end{cases} \tag{21}$$

其中: α,β为伽马分布形状参数和逆尺度参数, μ, P为高斯分布均值和协方差, W为量测划分单元, H_k, S, K_k为量测矩阵、新息协方差矩阵和卡尔曼增益, R_k为量测噪声协方差.

为了执行状态更新递归, 需要计算H_k, 即需要计算量测函数的梯度, 解析表示如下:

$$\frac{\mathrm{d}h_k(x_k)}{\mathrm{d}x_k}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x_k}[h_{k,1}^{\mathrm{T}}(x_k)\ \ \cdots\ \ h_{k,M_k}^{\mathrm{T}}(x_k)]^{\mathrm{T}}, \tag{22}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}x_k}=[\frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{m}}}\ \ \frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{f}}}\ \ \frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}\varphi_k}], \tag{23}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}x_k^{\mathrm{m}}}=\\&I+\frac{\partial p_{k,l}(v)}{\partial v}\Big|_{v=x_k^{\mathrm{m}}}H^{\mathrm{f}}(\bar{\gamma}_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}},\varphi_k))x_k^{\mathrm{f}}+\\&p_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}})\frac{\partial H^{\mathrm{f}}(\theta)}{\partial\theta}\Big|_{\theta=\bar{\gamma}_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}},\varphi_k)}\times\\&\frac{\partial\gamma_{k,l}(v)}{\partial v}\Big|_{v=x_k^{\mathrm{m}}}x_k^{\mathrm{f}},\end{aligned} \tag{24}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}x_k^{\mathrm{f}}}=p_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}})H^{\mathrm{f}}(\bar{\gamma}_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}},\varphi_k)), \tag{25}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}\varphi_k}=\\&-p_{k,l}(x_k^{\mathrm{c}})\frac{\partial H^{\mathrm{f}}(\theta)}{\partial\theta}\Big|_{\theta=\bar{\gamma}_{k,l}(x_k^{\mathrm{m}},\varphi_k)}x_k^{\mathrm{f}},\end{aligned} \tag{26}$$

其中:

$$\frac{\partial p_{k,l}(v)}{\partial v}=\frac{(z_{k,l}-v)(z_{k,l}-v)^{\mathrm{T}}}{z_{k,l}-v}-\frac{1}{z_{k,l}-v}I, \tag{27}$$

$$\frac{\partial H^{\mathrm{f}}(\theta)}{\partial\theta}=\frac{\partial K(\theta,\theta^{\mathrm{f}})}{\partial\theta}\left[K(\theta^{\mathrm{f}},\theta^{\mathrm{f}})\right]^{-1}, \tag{28}$$

$$\frac{\partial\gamma_{k,l}(v)}{\partial v}=\frac{1}{z_{k,l}-v}[z-v\ \ \ z-v], \tag{29}$$

$$\frac{\partial K(\theta,\theta^{\mathrm{f}})}{\partial\theta}=\frac{\partial}{\partial\theta}[k(\theta,\theta_1^{\mathrm{f}})\ \ \cdots\ \ k(\theta,\theta_{N^{\mathrm{f}}}^{\mathrm{f}})], \tag{30}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial k(\theta,\theta_i^{\mathrm{f}})}{\partial\theta}=&-\frac{1}{l^2}\sin(\theta-\theta_i^{\mathrm{f}})\times\\&\sigma_{\mathrm{f}}^2\exp(-\frac{2\sin(|\theta-\theta_i^{\mathrm{f}}|/2)}{l^2}).\end{aligned} \tag{31}$$

3　基于高斯过程的PMBM滤波算法及其变分优化

上节详细推导了基于高斯过程的增广状态空间模型的建立和更新过程. 在解决非线性滤波的问题中, 本文利用扩展卡尔曼算法对GP非线性量测方程的高斯加权积分进行近似. 下面第1节将详细推导GP-PMBM具体滤波过程. 另外由于GP-PMBM采用了非线性量测模型而依赖于非线性卡尔曼滤波, 这通常会带来估计精度下降的问题. 第2节将使用变分贝叶斯技术近似不可观测变量, 借助贝叶斯近似复杂分布的能力达到提升算法估计精度的目的.

3.1　GP-PMBM滤波算法

步骤 1　GP-PMBM预测.

GP-PMBM 的预测主要分为泊松点过程 (Poisson point process, PPP) 预测和多伯努利混合 (multi-Bernoulli mixture, MBM)预测.

1) PPP预测.

预测后的PPP项主要包含以下新生目标和存活目标:

$$\begin{cases} D_+^{\mathrm{u}}(x) = D^{\mathrm{b}}(x) + D^{\mathrm{s}}(x), \\ D^{\mathrm{b}}(x) = \sum\limits_{n=1}^{N^{\mathrm{b}}} \omega^{\mathrm{b},n} \mathcal{G}(x_{\mathrm{g},k}; \alpha_k^{\mathrm{b},n}, \beta_k^{\mathrm{b},n}) \times \\ \qquad \mathcal{N}t(x_{\mathrm{c},k}; \mu_{\mathrm{c},k}^{\mathrm{b},n}, P_{\mathrm{c},k}^{\mathrm{b},n}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k}; \mu_{\mathrm{f},k}^{\mathrm{b},n}, P_{\mathrm{f},k}^{\mathrm{b},n}), \\ D^{\mathrm{s}}(x) = \sum\limits_{n=1}^{N_+^{\mathrm{s}}} \omega_+^{\mathrm{s},n} \mathcal{G}(x_{\mathrm{g},k}; \alpha_+^{\mathrm{s},n}, \beta_+^{\mathrm{s},n} t) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{\mathrm{c},k}; \mu_{\mathrm{c},+}^{\mathrm{s},n}, P_{\mathrm{c},+}^{\mathrm{s},n}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k}; \mu_{\mathrm{f},+}^{\mathrm{s},n}, P_{\mathrm{f},+}^{\mathrm{s},n}), \end{cases} \tag{32}$$

其中: 下标为+的符号表示预测结果, 新生目标和存活目标的PPP强度分别表示为$D^{\mathrm{b}}(x)$和$D^{\mathrm{s}}(x)$, 新生目标和存活目标权值分别表示为$\omega^{\mathrm{b},n}$和$\omega_+^{\mathrm{s},n}$, 权值之和为目标个数.

2) MBM预测.

MBM项参数除了具体的分布参数还包含全局假设权值$\mathcal{W}$和存在概率r. 公式表示为

$$\begin{cases} f_+^{j,i} = \mathcal{G}(x_{\mathcal{R},k}; \alpha_+^{j,i}, \beta_+^{j,i}) \cdot \\ \qquad \mathcal{N}(x_{\mathrm{c},k}; \mu_{\mathrm{c},+}^{j,i}, P_{\mathrm{c},+}^{j,i}) \mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k}; \mu_{\mathrm{f},+}^{a,j,i}, P_{\mathrm{f},+}^{a,j,i}), \\ \mathcal{W}_+^j = \mathcal{W}^j, \\ r_+^{j,i} = p_{\mathrm{s}} r^{j,i}, \end{cases} \tag{33}$$

其中p_{s}为存活概率, 预测前和预测后目标状态分别表示为$\zeta = \{\alpha, \beta, \mu, P\}$和$\zeta_+ = \{\alpha_+, \beta_+, \mu_+, P_+,\}$, 则预测过程中目标状态的各参数计算公式如下:

$$\begin{cases} \alpha_+ = \alpha/\eta, \\ \beta_+ = \beta/\eta, \\ \mu_+ = F\mu, \\ P_+ = FPF + Q, \end{cases} \tag{34}$$

其中η表示量测率的遗忘因子,

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_{\mathrm{c}} \\ \mu_{\mathrm{f}} \end{bmatrix}, \ P = \begin{bmatrix} P_{\mathrm{c}} & 0 \\ 0 & P_{\mathrm{f}} \end{bmatrix}. \tag{35}$$

步骤 2 量测分组和划分.

在预测结束后需要进行量测分组和划分[13]以做好更新准备.

步骤 3 GP-PMBM更新.

GP-PMBM更新又分为PPP更新和MBM更新.

1) PPP更新.

漏检情况下的更新不需要量测参与, 公式表示为

$$\begin{aligned} D^{\mathrm{u}}(x) = & \sum_{n=1}^{N_+^{\mathrm{u}}} [\omega_1^{\mathrm{u},n} \mathcal{G}(x_{\mathrm{g},k}; \alpha_1^{\mathrm{u},n}, \beta_1^{\mathrm{u},n}) \times \\ & \mathcal{N}(x_{\mathrm{c},k}; \mu_{\mathrm{c},1}^{\mathrm{u},n}, P_{\mathrm{c},1}^{\mathrm{u},n}) \mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k}; \mu_{\mathrm{f},1}^{\mathrm{u},n}, P_{\mathrm{f},1}^{\mathrm{u},n})] + \\ & \sum_{n=1}^{N_+^{\mathrm{u}}} [\omega_2^{\mathrm{u},n} \mathcal{G}(x_{\mathrm{g},k}; \alpha_2^{\mathrm{u},n}, \beta_2^{\mathrm{u},n}) \times \\ & \mathcal{N}(x_{\mathrm{c},k}; \mu_{\mathrm{c},2}^{\mathrm{u},n}, P_{\mathrm{c},2}^{\mathrm{u},n}) \mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k}; \mu_{\mathrm{f},2}^{\mathrm{u},n}, P_{\mathrm{f},2}^{\mathrm{u},n})], \end{aligned} \tag{36}$$

其中: N_+^{u}表示量测数目, $\omega_1^{\mathrm{u},n}$是第n个分量被漏检的概率, $\omega_2^{\mathrm{u},n}$是第n个分量量测率为零的概率, 公式表示为

$$\begin{cases} \omega_1^{\mathrm{u},n} = (1 - p_{\mathrm{D}})\, \omega_+^{\mathrm{p},n}, \\ \zeta_1^{\mathrm{u},n} = \zeta_+^{\mathrm{p},n}, \\ \omega_2^{\mathrm{u},n} = p_{\mathrm{D}} (\dfrac{\beta_+^{\mathrm{u},n}}{\beta_+^{\mathrm{u},n} + 1})^{\alpha_+^{\mathrm{u},n}} \omega_+^{\mathrm{p},n}, \\ \zeta_2^{\mathrm{u},n} = \{\alpha_+^{\mathrm{p}}, \beta_+^{\mathrm{p}} + 1, \mu_+^{\mathrm{p}}, P_+^{\mathrm{p}}\}, \end{cases} \tag{37}$$

其中: p_{D}为检测概率, $\zeta_+^{\mathrm{p},n}$表示PPP项的预测参数, $\omega^{\mathrm{p},n}$表示PPP项的预测权值.

PPP目标首次被检测到则转化为Bernoulli目标, 公式表示为

$$\begin{cases} r_C^{\mathrm{u}} = \begin{cases} 1, & \text{如果}|C| > 1, \\ \dfrac{\mathcal{L}_C}{\kappa^C + \mathcal{L}_C}, & \text{如果}|C| = 1, \end{cases} \\ f_C^{\mathrm{u}}(x) = \dfrac{\begin{array}{c}\sum\limits_{n=1}^{N_+^{\mathrm{u}}} [\omega_+^{\mathrm{p},n} p_{\mathrm{D}} \ell_C^{\mathrm{u},n} \times \\ \mathcal{G}(x_{\mathrm{g},k}; \alpha^{\mathrm{u},n,C}, \beta^{\mathrm{u},n,C}) \times \\ \mathcal{N}(x; \mu^{\mathrm{u},n,C}, P^{\mathrm{u},n,C})]\end{array}}{\sum\limits_{n=1}^{N_+^{\mathrm{u}}} \omega_+^{\mathrm{p},n} p_{\mathrm{D}} \ell_C^{\mathrm{u},n}}, \\ \mathcal{L}_C^{\mathrm{u}} = \sum\limits_{n=1}^{N_+^{\mathrm{u}}} \omega_+^{\mathrm{p},n} p_{\mathrm{D}} \ell_C^{\mathrm{u},n}, \end{cases} \tag{38}$$

其中: r_C^{u}, $f_C^{\mathrm{u}}(\xi)$分别为转化成Bernoulli目标的存在概率和概率密度函数, $\mathcal{L}_C^{\mathrm{u}}$是量测单元似然, κ^C是杂波强度, x表示目标质心运动状态$x_{\mathrm{c},k}$和扩展状态$x_{\mathrm{f},k}$的联合状态, $\ell_C^{\mathrm{u},n}$为经过量测单元C更新后第n个Bernoulli目标的量测似然. 具体计算如下:

$$\begin{cases} \alpha^{\mathrm{u},n,C} = \alpha_+ + |W|, \\ \beta^{\mathrm{u},n,C} = \beta_+ + 1, \\ \mu^{\mathrm{u},n,C} = \mu_+ + K_k(z_k - z_+), \\ P^{\mathrm{u},n,C} = P_+ - K_k H P_+, \\ z_+ = h_k(\mu_+), \\ H_k = \dfrac{\mathrm{d}h_{k,l}(x_k)}{\mathrm{d}x_k}, \\ S = H_k P_+ H_k^{\mathrm{T}} + R_k, \\ K_k = P_+ H_k^{\mathrm{T}} (S)^{-1}, \\ \ell_C^{\mathrm{u},n} = \prod\limits_{z_k \in W} \mathcal{N}(z_k; H_k \mu_{\mathrm{f}}^{\mathrm{u},n,C}, R_k) \dfrac{\Gamma(\alpha)(\beta_+)^{\alpha_+}}{\Gamma(\alpha_+)(\beta)^{\alpha}}, \end{cases} \tag{39}$$

其中: H表示量测矩阵, W表示量测划分单元, S为新息协方差矩阵, K_k为增益矩阵, $\Gamma(\alpha)$为参数为α的伽玛函数.

2) MBM更新.

被漏检而产生空测量的Bernoulli目标的存在概率、空间分布与空量测集似然分别为

$$\begin{cases} r_{\varnothing}^{j,i} = \dfrac{r_{+}^{j,i} q_{\rm D}^{j,i}}{1 - r_{+}^{j,i} + r_{+}^{j,i} q_{\rm D}^{j,i}}, \\ f_{\varnothing}^{j,i}(x) = \omega_1^{j,i} p(\zeta_1^{j,i,\varnothing}) + \omega_2^{j,i} p(\zeta_2^{j,i,\varnothing}), \\ \mathcal{L}_{\varnothing}^{j,i} = 1 - r_{+}^{j,i} + r_{+}^{j,i} q_{\rm D}^{j,i}. \end{cases} \tag{40}$$

具体计算如下:

$$\begin{cases} p(\zeta_1^{j,i,\varnothing}) = \mathcal{G}(x_{{\rm g},k}; \alpha_1^{j,i,\varnothing}, \beta_1^{j,i,\varnothing}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm c},k}; \mu_{{\rm c},1}^{j,i,\varnothing}, P_{{\rm c},1}^{j,i,\varnothing}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm f},k}; \mu_{{\rm f},1}^{j,i,\varnothing}, P_{{\rm f},1}^{j,i,\varnothing}), \\ p(\zeta_2^{j,i,\varnothing}) = \mathcal{G}(x_{{\rm g},k}; \alpha_2^{j,i,\varnothing}, \beta_2^{j,i,\varnothing}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm c},k}; \mu_{{\rm c},2}^{j,i,\varnothing}, P_{{\rm c},2}^{j,i,\varnothing}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm f},k}; \mu_{{\rm f},2}^{j,i,\varnothing}, P_{{\rm f},2}^{j,i,\varnothing}), \\ q_{\rm D}^{j,i} = 1 - p_{\rm D} + p_{\rm D} (\dfrac{\beta_{+}^{j,i}}{\beta_{+}^{j,i} + 1})^{\alpha_{+}^{j,i}}, \\ \omega_1^{j,i} = (q_{\rm D}^{j,i})^{-1} (1 - p_{\rm D}), \\ \omega_2^{j,i} = (q_{\rm D}^{j,i})^{-1} p_{\rm D} (\dfrac{\beta_{+}^{j,i}}{\beta_{+}^{j,i} + 1})^{\alpha_{+}^{j,i}}, \\ \zeta_1^{j,i} = \zeta_{+}^{j,i}, \zeta_2^{j,i} = \{\alpha_{+}^{j,i}, \beta_{+}^{j,i} + 1, \mu_{+}^{j,i}, p_{+}^{j,i}\}, \end{cases} \tag{41}$$

其中: $\omega_1^{j,i}$和$\omega_2^{j,i}$分别表示伯努利项发生漏检时的权值和没匹配到量测时的权值, $r_{\varnothing}^{j,i}$和$f_{\varnothing}^{j,i}(x)$分别表示更新后伯努利项的存在概率和概率密度函数, $\mathcal{L}_{\varnothing}^{j,i}$表示空集量测似然.

被检测到情况下需要量测参与, 存在概率、空间分布与量测集似然分别为

$$\begin{cases} r_C^{j,i} = 1, \\ f_C^{j,i}(xt) = \mathcal{G}(x_{{\rm g},k}; \alpha_C^{j,i}, \beta_C^{j,i}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm c},k}; \mu_{{\rm c},C}^{j,i}, P_{{\rm c},C}^{j,i}) \times \\ \qquad \mathcal{N}(x_{{\rm f},k}; \mu_{{\rm f},C}^{j,i}, P_{{\rm f},C}^{j,i}), \\ \mathcal{L}_C^{j,i} = r_{+}^{j,i} p_{\rm D} \ell_C^{j,i}. \end{cases} \tag{42}$$

状态参数集$\xi_C^{j,i} = \{\alpha_C^{j,i}, \beta_C^{j,i}, \mu_C^{j,i}, P_C^{j,i}\}$及量测集似然$\mathcal{L}_C^{j,i}$的更新过程与有量测参与的PPP更新类似, 具体计算可以参照式(38) .

步骤 4　修剪、合并.

在更新中, 算法会产生一些权值低于阈值的假设, 修剪它们可以有效减少滤波器计算量.

3.2　变分更新

变分贝叶斯(variable Bayesian, VB)是一种用于近似复杂分布的技术, 主要应用于包含观测变量和不可观测变量的复杂的统计模型, VB可以用于近似不可观测变量的分布, 以支持统计推断. 具体近似过程可参考文献[14]. 上述高斯过程模型能够更准确地描述目标形状, 但其量测方程的非线性使其依赖于非线性卡尔曼滤波, 这通常会带来估计精度下降的问题. 本节尝试使用变分贝叶斯技术解决该问题, 在上节中的GP-PMBM 更新之后进行以下的变分优化并提出了VBGP-PMBM, 详细过程如图1所示.

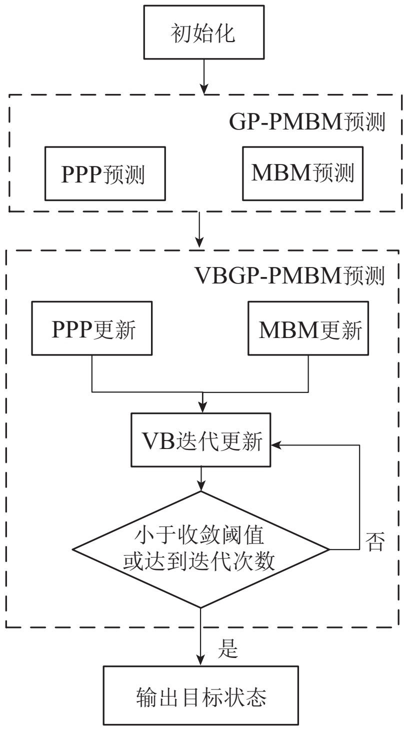

图 1 VBGP-PMBM算法流程图

Fig. 1 Flow chart of VBGP-PMBM

假设在时间k, 目标运动状态和扩展状态的预测密度为

$$p(x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k} | z_{1:k-1}) = \mathcal{N}(x_{{\rm c},k}; \mu_{{\rm c},k|k-1}, P_{{\rm c},k|k-1}) \times \\ \mathcal{N}(x_{{\rm f},k}; \mu_{{\rm f},k|k-1}, P_{{\rm f},k|k-1}), \tag{43}$$

量测似然函数为

$$p(z_k | x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k}) = \mathcal{N}(z_k; h_k(x_k), R_k), \tag{44}$$

遵循变分贝叶斯方法, 可以把后验密度分解为

$$p(x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k} | z_k) \approx Q(x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k}) = \\ Q_{\rm c}(x_{{\rm c},k}) Q_{\rm f}(x_{{\rm f},k}), \tag{45}$$

其中$Q_{\rm c}(x_{{\rm c},k})$和$Q_{\rm f}(x_{{\rm f},k})$分别表示运动状态和扩展状态的分解密度.

变分公式求近似后验, 要使真实后验和近似后验之间的KL散度最小. 公式如下:

$$p_1 = p(x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k}, z_k | z_{1:k-1}), \tag{46}$$

$$Q_{\rm c}(x_{{\rm c},k}) \propto \exp({\rm E}_{Q_{\rm c}}(\log p_1)), \tag{47}$$

$$Q_{\rm f}(x_{{\rm f},k}) \propto \exp({\rm E}_{Q_{\rm f}}(\log p_1)), \tag{48}$$

又根据

$$p(x_{{\rm c},k}, x_{{\rm f},k}, z_k | z_{1:k-1}) =$$

$$p(z_k|x_{\mathrm{c},k},x_{\mathrm{f},k})\cdot p(x_{\mathrm{c},k},x_{\mathrm{f},k}|z_{1:k-1}),\tag{49}$$

可得

$$Q_{\mathrm{c}}(x_{\mathrm{c},k})\propto\exp(\mathrm{E}_{Q_{\mathrm{c}}}[\log p(z_k|x_{\mathrm{c},k},x_{\mathrm{f},k})]+\mathrm{E}_{Q_{\mathrm{c}}}[\log p(x_{\mathrm{c},k}|z_{1:k-1})]),\tag{50}$$

$$Q_{\mathrm{f}}(x_{\mathrm{f},k})\propto\exp(\mathrm{E}_{Q_{\mathrm{f}}}[\log p(z_k|x_{\mathrm{c},k},x_{\mathrm{f},k})]+\mathrm{E}_{Q_{\mathrm{f}}}[\log p(x_{\mathrm{f},k}|z_{1:k-1})]),\tag{51}$$

由此可得运动状态、扩展状态的近似分布为

$$Q_{\mathrm{c}}(x_{\mathrm{c},k})=\mathcal{N}(x_{\mathrm{c},k};\mu_{\mathrm{c},k},P_{\mathrm{c},k}),\tag{52}$$

$$Q_{\mathrm{f}}(x_{\mathrm{f},k})=\mathcal{N}(x_{\mathrm{f},k};\mu_{\mathrm{f},k},P_{\mathrm{f},k}).\tag{53}$$

利用定点迭代方法可以保证算法收敛到对应于KL散度局部最小值的解, 通过将一个变量固定在其最近的估计值, 迭代计算另一个变量获得估计的密度. 假设目标参数初始化为$\alpha^{(j,i)(0)}=\alpha^{(j,i)}$, $\beta^{(j,i)(0)}=\beta^{(j,i)}$, $\mu_m^{(j,i)(0)}=\mu_m^{(j,i)}$, $P_m^{(j,i)(0)}=P_m^{(j,i)}$, $\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)(0)}=\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)}$, $P_{\mathrm{f}}^{(j,i)(0)}=P_{\mathrm{f}}^{(j,i)}$. $t\in[1,M]$, M是最大迭代次数. 目标状态参数计算如下:

1) 运动状态参数.

$$\begin{cases}H_k^{(t-1)}=\dfrac{\mathrm{d}h_k(x_k^{(t-1)})}{\mathrm{d}x_k},\\ S_k^{(t)}=H_k^{(t-1)}P_{\mathrm{c}}^{(j,i)}(H_k^{(t-1)})^{\mathrm{T}}+R_k,\\ K_k^{(t)}=P_{\mathrm{c}}^{(j,i)}H_k^{(t-1)}(S_k^{(t)})^{-1},\\ \mu_{\mathrm{c}}^{(j,i)(t)}=\mu_{\mathrm{c}}^{(j,i)}+K_k^{(t)}(z-H_k^{(t-1)}\mu),\\ P_{\mathrm{c}}^{(j,i)(t)}=P_{\mathrm{c}}^{(j,i)}-K_k^{(t)}H_k^{(t-1)}P_{\mathrm{c}}^{(j,i)}.\end{cases}\tag{54}$$

2) 扩展状态参数.

结合式(48)和量测模型有

$$E_{Q_{\mathrm{c}}}[\log p(z_k|x_{\mathrm{c},k},x_{\mathrm{f},k})]=-0.5((x_k^{\mathrm{f}})^{\mathrm{T}}\mathrm{E}\underbrace{[H_k^{\mathrm{T}}(x_k)R_k^{-1}H_k(x_k)]}_{\eta_1(x_k)}x_k^{\mathrm{f}}+2(x_k^{\mathrm{f}})^{\mathrm{T}}\mathrm{E}\underbrace{[H_k^{\mathrm{T}}(x_k)R_k^{-1}(z-x)]}_{\eta_2(x_k)}x_k^{\mathrm{f}}.\tag{55}$$

使用无轨迹变换计算非线性函数的期望, 选取多个sigma点χ_k^{s}及其权重w^{s}, 选取规则可参考文献[10]. 得到两个函数的均值为

$$\mu_{\eta_1(x_k)}=\sum_{s=0}^{N}w^{\mathrm{s}}\eta_1(\chi_k^{\mathrm{s}}),\ \mu_{\eta_2(x_k)}=\sum_{s=0}^{N}w^{\mathrm{s}}\eta_2(\chi_k^{\mathrm{s}}),\tag{56}$$

分析计算其平均值$\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}$和协方差$P_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}$得

$$\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}=((P_{\mathrm{f}}^{(j,i)})^{-1}+\mu_{\eta_1(x_k)})^{-1}\times((P_{\mathrm{f}}^{(j,i)})^{-1}\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)}+\mu_{\eta_2(x_k)}),\tag{57}$$

$$P_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}=((P_{\mathrm{f}}^{(j,i)})^{-1}+\mu_{\eta_1(x_k)})^{-1},\tag{58}$$

若在一次迭代后满足条件$\|\mu^{(u,n)(m+1)}-\mu^{(u,n)(m)}\|_2<\mathrm{threshold}$(收敛阈值), 则迭代提前结束. VB优化更新主要步骤见表1.

表 1 算法1: VB优化更新主要步骤

Table 1 Algorithm 1: Main steps of VB optimization and update

输入: 目标状态参数, 最大迭代次数M, 收敛阈值threshold
输出: 目标运动状态和扩展状态参数
foreach t in $[1,M]$ **do**
  参照式(53)计算$\mu_{\mathrm{c}}^{(j,i)(t)}$, $P_{\mathrm{c}}^{(j,i)(t)}$;
  参照式(56)–(57)计算$\mu_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}$, $P_{\mathrm{f}}^{(j,i)(t)}$.
  if ($\|\mu^{(u,n)(m+1)}-\mu^{(u,n)(m)}\|_2<\mathrm{threshold}$) **then**
    break;
end

4 仿真结果与分析

为验证本文所提出的GP-PMBM及其改进VBGP-PMBM在多扩展目标跟踪中的有效性, 本节设计了两个对比实验. 实验一比较了GGIW-PMBM和GPR-GGM-PMBM与GP-PMBM和VPGP-PMBM在只能获得目标部分量测的场景中的跟踪有效性, 实验二比较了GGIW-PMBM和GPR-GGM-PMBM与GP-PMBM和VBGP-PMBM在高杂波场景中跟踪多种不同形状目标的有效性. 蒙特卡洛次数为100. 量测类型为边缘量测[11]. 对扩展状态估计效果的评价指标是交并比(intersection-over-union, IOU), 定义如下:

$$\mathrm{IOU}(X_1,X_2)=\frac{\mathrm{area}(X_1\cap X_2)}{\mathrm{area}(X_1\cup X_2)}.\tag{59}$$

对目标运动状态估计效果的评价指标是最优子模式分配(optimal subpattern assignment, OSPA)[15]距离. OSPA距离是一种用来比较集合之间差异程度的误差距离, 通常用其来衡量跟踪效果的好坏. 定义如下:

$$d_p^{(c)}(X,Y)=(\frac{1}{n}(\min_{\pi\in\Pi_n}\sum_{i=1}^{m}d^{(c)}(x_i,y_{\pi(i)})^{\mathrm{p}}+c^{\mathrm{p}}(n-m)))^{\frac{1}{p}},\tag{60}$$

其中: m和n分别为集合M和集合Y包含的元素数目, p表示自由度, c表示截断距离.

实验 1 为了验证所提算法在只能获得目标部分量测场景下的性能优势, 实验1主要模拟了现实中只依靠单传感器获取量测可能出现的情况. 监视区域为$[0,100]\times[0,70]\,\mathrm{m}^2$, 传感器位于$[90,18.5]$, 只能检测到目标靠近传感器一侧的量测. 场景中有一个目标, 存活时间共为60 s, 1∼45 s时, 目标的真实运动模型为常转弯率(constant turning, CT)模型, 转弯速率为$\omega=-\pi/90$ (rad/s), 45∼60 s时为常速度(constant velocity, CV) 模型, 目标初始状态为$x=[95\ \ 60\ \ 0\ \ 0\ \ -1.45\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, 扩展形状为矩形. 存活概率$p_{\mathrm{s}}=0.95$, 检测概率

$p_{\rm D}=0.98$, 扩展目标量测率设为40, 杂波泊松率设为25. OSPA 的参数设为 $c=8, p=1$. 目标运动状态为CT模型时的状态转移矩阵为

$$F_{\rm CT}^{\rm m}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dfrac{\sin(\omega T)}{\omega} & -\dfrac{1-\cos(\omega T)}{\omega} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dfrac{1-\cos(\omega T)}{\omega} & \dfrac{\sin(\omega T)}{\omega} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\omega T) & -\sin(\omega T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\omega T) & \cos(\omega T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{61}$$

图2为传感器接收到的量测和目标的真实运动轨迹, 图3为跟踪结果, 显示间隔为10 s. 图4–5分别为22 s与26 s和42 s与46 s时跟踪结果放大图, 图6–7分别为4种算法跟踪结果的质心OSPA和IOU.

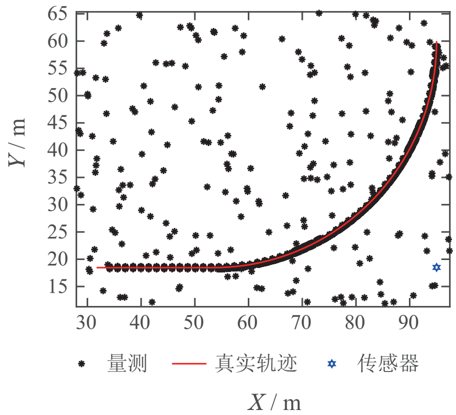

图 2　实验1量测和目标真实轨迹

Fig. 2　Measurement and real target trajectory of Experiment 1

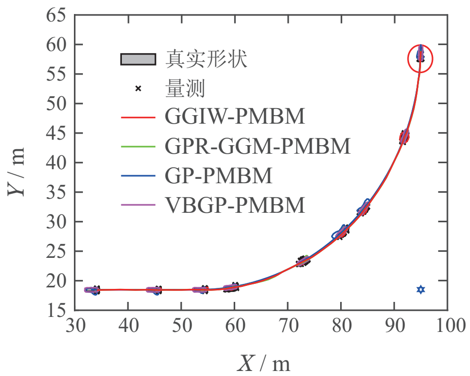

图 3　实验1跟踪结果

Fig. 3　Tracking results of Experiment 1

从图3可以看出, 4种算法同时跟踪只能获得部分量测的目标, 都完成了跟踪任务. 图4–5表明, 在实验一场景下, 所提的GP-PMBM和VBGP-PMBM对目标质心的估计更加准确, 而GGIW-PMBM和GPR-GGM-PMBM因为将质心建模为量测中心导致在跟踪该目标时产生了较大误差. 另外，由于GPR-GGM-PMBM在质心估计上用的方法与GGIW-PMBM一致, 所以, 两者OSPA差别很小, 甚至很多时刻相同.

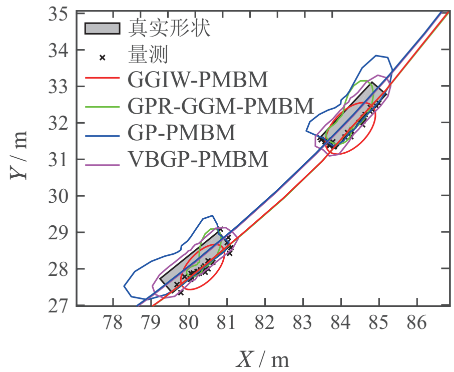

图 4　22 s与26 s跟踪结果放大图

Fig. 4　Enlarged view of tracking results at 22 s and 26 s

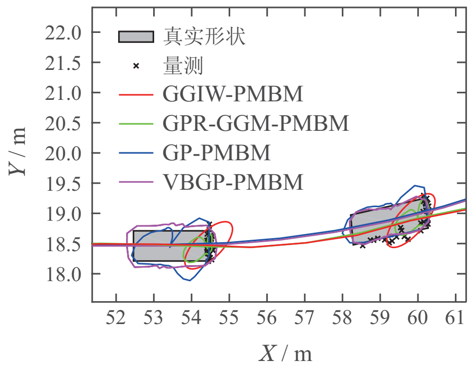

图 5　42 s与46 s跟踪结果放大图

Fig. 5　Enlarged view of tracking results at 42 s and 46 s

从图6和表2可看出, 从OSPA数值比较的角度, 所提算法对目标质心的估计相较另外两种算法有较大性能优势, 这是因为两者采取了不同的质心建模方式, 并且这个优势在跟踪部分量测目标时, 由于量测中心不能准确反映目标质心实际位置而表现得更明显. 从图7可看出, 所提算法的形状估计效果优于另外两种算法, 原因是其更为准确的质心估计结果提升了形状估计效果, 而VB迭代更新使得VBGP-PMBM对目标跟踪的效果比GP-PMBM更好.

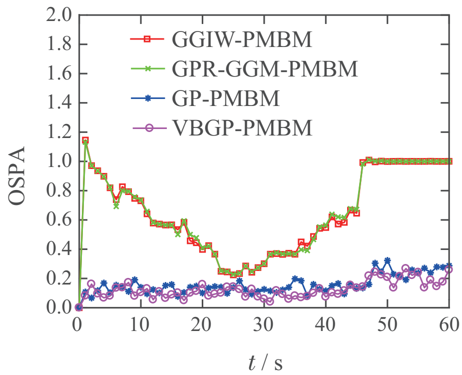

图 6　实验1跟踪结果的质心OSPA

Fig. 6　Centroid OSPA of tracking results in Experiment 1

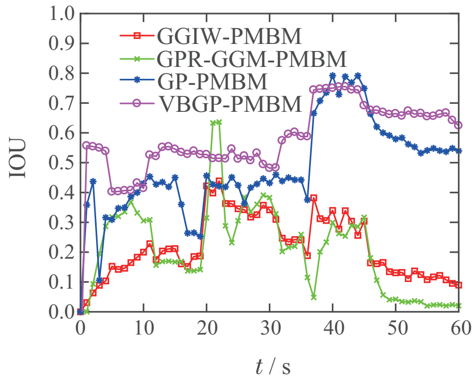

图 7 实验1跟踪结果的IOU

Fig. 7 IOU of tracking results in Experiment 1

表 2 4种算法平均OSPA

Table 2 Average OSPA of four algorithms

算法	OSPA
GGIW-PMBM	0.5907
GPR-GGM-PMBM	0.6032
GP-PMBM	0.1876
VBGP-PMBM	0.1543

实验 2 为了验证VBGP-PMBM算法在高杂波场景中跟踪不同形状目标时的性能优势, 实验2设计了如下的实验场景: 监视区域为$[0\ \ 150] \times [0\ \ 120]\ \mathrm{m}^2$, 场景中包含两个目标, 存活时间都为105 s, 目标在1～45 s和61～105 s的真实运动模型为CT模型, 转弯速率为$\omega = -\pi/90$ (rad/s), 在46～60 s的真实运动模型为CV模型, 两个目标初始状态分别为$x_1 = [130\ \ 105\ \ 0\ \ 0\ \ -1.45\ \ 0]^{\mathrm{T}}$ 和$x_2 = [25\ \ 15\ \ 0\ \ 0\ \ 1.45\ \ 0]^{\mathrm{T}}$. 杂波泊松率设为45, 其它参数与实验1中一致. 这意味着4种跟踪算法都会面临系统运动状态模型不匹配的问题. 量测和目标的真实运动轨迹见图8.

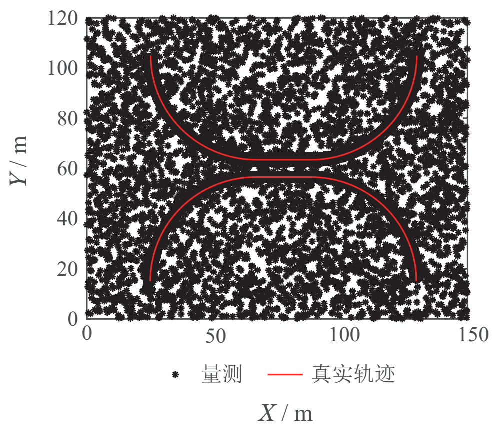

图 8 实验2 量测和目标真实轨迹

Fig. 8 Measurement and real target trajectory of Experiment II

图9–11分别为矩形、三角形和十字形目标的局部跟踪结果, 图12是矩形目标和十字形目标共存的局部跟踪结果. 表3–4分别为4种算法对不同形状目标的跟踪结果的平均质心OPSA和平均IOU. 表5是各算法完成一次跟踪的平均运行时间对比, 其中, 设置的最大VB迭代次数为16, 这会影响到VBGP-PMBM的计算复杂度和耗时.

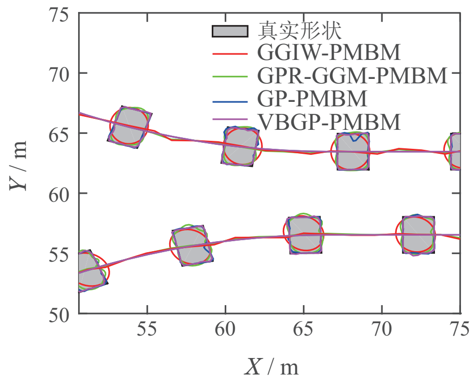

图 9 矩形目标的局部跟踪结果

Fig. 9 Local tracking results of rectangular targets

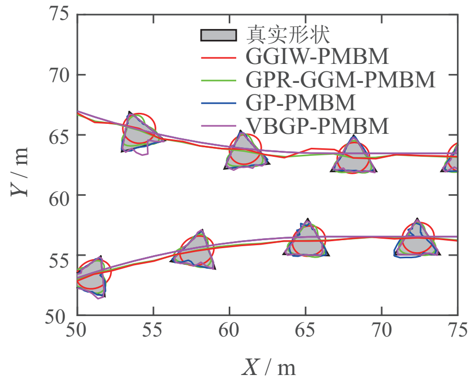

图 10 三角形目标的局部跟踪结果

Fig. 10 Local tracking results of triangular targets

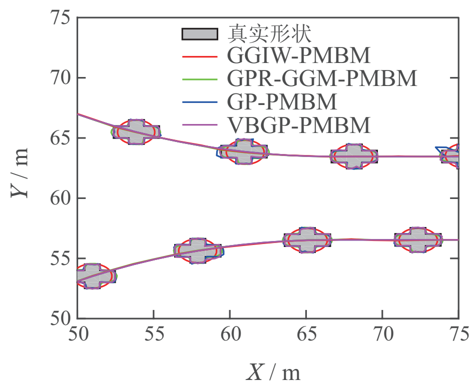

图 11 十字形目标的局部跟踪结果

Fig. 11 Local tracking results of cross shaped targets

可以看出, GGIW-PMBM, GPR-GGM-PMBM, GP-PMBM和VBGP-PMBM 4种算法都能完成跟踪任务. 表3–4中数据表明, VBGP-PMBM的质心估计性能与形状估计性能都优于GP-PMBM. 该结果可归功于VB的迭代特性, 使得VBGP-PMBM以更大计算量为代价

获得了较大的性能提升. 并且, 上述两种算法的质心估计性能与形状估计性能在边缘量测条件下皆优于GGIW-PMBM和GPR-GGM-PMBM, 具体的原因可见实验1中的相关分析. 表5表明, 由于VBGP-PMBM相较于其他两种算法在目标扩展状态描述上更为复杂, 因而计算时间有所增加.

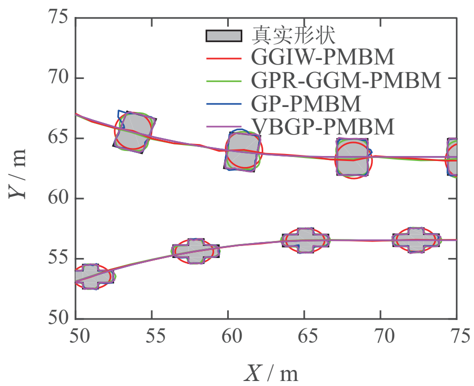

图 12 矩形十字形目标共存的局部跟踪结果

Fig. 12 Local tracking results for the coexistence of rectangular cross shaped targets

表 3 4种算法对不同形状目标跟踪的平均质心OSPA

Table 3 Average centroid OSPA of four algorithms for different shape target tracking

算法	矩形	三角形	十字形	共存
GGIW-PMBM	0.2420	0.2685	0.1975	0.2126
GPR-GGM-PMBM	0.2124	0.2536	0.1715	0.1926
GP-PMBM	0.1466	0.1618	0.0978	0.1298
VBGP-PMBM	0.1167	0.1155	0.0873	0.0953

表 4 4种算法对不同形状目标跟踪的平均IOU

Table 4 Average IOU of four algorithms for different shape target tracking

算法	矩形	三角形	十字形	共存
GGIW-PMBM	0.7101	0.5902	0.6583	0.6962
GPR-GGM-PMBM	0.8624	0.8183	0.8636	0.8674
GP-PMBM	0.9289	0.8676	0.9012	0.9103
VBGP-PMBM	0.9569	0.8932	0.9234	0.9457

表 5 4种算法平均运行时间

Table 5 Average running time of four algorithms

算法	时间/s
GGIW-PMBM	4.045
GPR-GGM-PMBM	15.755
GP-PMBM	6.007
VBGP-PMBM	21.220

5 结论

针对联合估计扩展目标运动状态和扩展状态的问题, 本文提出了高斯过程泊松多伯努利混合滤波算法及其变分优化. 鉴于高斯过程对星凸型形状良好的描述特性, 将其作为扩展目标形状的建模方法, 提出了GP-PMBM算法, 与单纯将质心建模为量测中心的算法相比, GP-PMBM可以利用形状对目标质心进行修正, 具有更好的跟踪效果. 此外, 为了解决量测方程非线性引起的滤波精度下降问题, 引入变分贝叶斯优化, 提出了VBGP-PMBM. 实验结果表明, 在仅有部分量测的场景中, 所提算法对目标质心和形状的估计更为准确, 并且VBGP-PMBM相较于GP-PMBM在目标质心和形状估计精度上有较明显提升, 但因为变分贝叶斯优化需经多次迭代, 计算复杂度较大, 也是下一步研究需要重点解决的问题.

参考文献:

[1] VO B N, VO B T, HOANG H G. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(8): 1975 – 1987.

[2] MAHLER R. *Advances in Statistical Multisource-multitarget Information Fusion*. London, UK : Artech House, 2014.

[3] VO B T, VO B N. Labeled random finite sets and multi-object conjugate priors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(13): 3460 – 3475.

[4] GRANSTROM K, BAUM M. Extended object tracking: Introduction, overview and applications. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2017, 12(2): 139 – 174.

[5] CHEN Hui, LI Guocai, HAN Chongzhao, et al. A multiple extended target multi-Bernouli filter based on Gaussian process regression model. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(9): 1931 – 1943. (陈辉, 李国财, 韩崇昭, 等. 高斯过程回归模型多扩展目标多伯努利滤波器. 控制理论与应用, 2020, 37(9): 1931 – 1943.)

[6] MAHLER R. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152 – 1178.

[7] GARCIA-FERNANDEZ A F, WILLIAMS J L, GRANSTROM K, et al. Poisson multi-Bernoulli mixture filter: Direct derivation and implementation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(4): 1883 – 1901.

[8] SMITH J, PARTICKE F, HILLER M, et al. Systematic analysis of the PMBM, PHD, JPDA and GNN multi-target tracking filters. *The 22th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Ottawa, ON, Canada: IEEE, 2019: 1 – 8.

[9] LAN J, LI X R. Tracking of extended object or target group using random matrix Part II: Irregular object. *The 15th International Conference on Information Fusion*. Singapore: *IEEE*, 2012: 2185 – 2192.

[10] BAUM M, HANEBECK U D. Extended object tracking with random hypersurface models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(1): 149 – 159.

[11] WAHLSTROM N, OZKAN E. Extended target tracking using Gaussian processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(16): 4165 – 4178.

[12] RASMUSSEN C E. Gaussian processes in machine learning. *Summer School on Machine Learning.* Berlin, Germany: Springer, 2003: 63 – 71.

[13] ESTER M, KRIEGAL H P, SANDFER J, et al. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. *KDD-96 Proceedings. The Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. Portland, OR, USA: AAAI, 1996: 226 – 231.

[14] YANG J L, GE H W. Adaptive probability hypothesis density filter based on variational Bayesian approximation for multi-target tracking. *Iet Radar Sonar & Navigation*, 2013, 7(9): 959 – 967.

[15] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447 – 3457.

作者简介:

李翠芸 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为多传感器多目标跟踪方法、数字图像处理、随机集理论、红外弱小目标检测等, E-mail: cyli@xidian.edu.cn;

许 琦 硕士研究生, 研究方向为多扩展目标跟踪方法、随机集理论, E-mail: xu.qi@stu.xidian.edu.cn;

姬红兵 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为多传感器多目标跟踪方法、光电信息处理、微弱信号检测与识别等, E-mail: hbji@xidian.edu.cn;

谢金池 硕士研究生, 研究方向为多传感器多目标目标跟踪方法、随机集理论, E-mail: 1163774036@qq.com.