

## 基于半监督迁移学习的动态多目标进化算法

刘阡蓉<sup>1,2</sup>, 李岩<sup>3</sup>, 谭树彬<sup>1,2</sup>, 刘圆超<sup>1,2</sup>, 刘建昌<sup>1,2†</sup>

(1. 东北大学 流程工业综合自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110819;

2. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 3. 本钢板材股份有限公司, 辽宁 本溪 117000)

**摘要:** 动态多目标优化问题中的目标函数随系统运行环境的动态变化而改变, 这将导致其Pareto最优前沿发生动态变化. 在大多数动态多目标优化问题中, 不同环境之间存在一定相关性, 也就是说动态多目标优化算法可以利用以往环境信息对动态变化的Pareto最优前沿进行实时追踪. 为充分利用环境信息去实时追踪动态变化的Pareto最优前沿, 本文提出一种基于半监督迁移学习的动态多目标进化算法(SSTL-DMOEA). SSTL-DMOEA包括两个核心组成部分, 首先采用一种半监督知识迁移机制将历史环境有利信息迁移至当前环境, 以帮助算法在当前环境生成较好的初始种群, 从而可以提高算法在当前环境中的搜寻效率; 其次, 通过利用历史Pareto最优解集的中心点和新环境的进化信息在目标域中生成一系列样本点, 这些点可以帮助算法建立更准确的预测模型. 与4种先进的动态多目标优化算法相比, SSTL-DMOEA在处理动态多目标优化问题上具有一定的优越性.

**关键词:** 动态多目标优化; 进化算法; 知识迁移

**引用格式:** 刘阡蓉, 李岩, 谭树彬, 等. 基于半监督迁移学习的动态多目标进化算法. 控制理论与应用, 2025, 42(1): 1–12

DOI: 10.7641/CTA.2023.30141

## A semi-supervised transfer learning based dynamic multi-objective evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization

LIU Kan-rong<sup>1,2</sup>, LI Yan<sup>3</sup>, TAN Shu-bin<sup>1,2</sup>, LIU Yuan-chao<sup>1,2</sup>, LIU Jian-chang<sup>1,2†</sup>

(1. The State Key Laboratory of Synthetical Automation for Process Industries, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China;

2. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China;

3. Bensteel Group Corporation Limited, Benxi Liaoning 117000, China)

**Abstract:** In dynamic multi-objective optimization problems, multiple conflicting objectives vary over time, which will lead to the change of Pareto optimal front. In most dynamic multi-objective optimization problems, there exists the correlation between different environments, in other words, the algorithm can use the information from the previous environments to track the dynamically changing Pareto optimal front timely. In order to make full use of environmental information to track the dynamically changing Pareto optimal front, a semi-supervised transfer learning based dynamic multi-objective evolutionary algorithm (SSTL-DMOEA) is proposed in this paper. SSTL-DMOEA consists of two core components. First, it introduces a semi-supervised transfer mechanism to transfer favorable information from the historical environments to the current environment. Thus, the algorithm can generate a good initial population for improving the search efficiency in the current environment. Secondly, a series of sample points are created in the target domain by using the center point of the Pareto optimal solution set from the historical environments and the evolutionary information of the new environment. These points can help the algorithm build a more accurate prediction model. Compared with the four state-of-the-art dynamic multi-objective optimization algorithms, SSTL-DMOEA is competitive in dealing with dynamic multi-objective optimization problems.

**Key words:** dynamic multi-objective optimization; evolutionary algorithm; knowledge transfer

**Citation:** LIU Kanrong, LI Yan, TAN Shubin, et al. A semi-supervised transfer learning based dynamic multi-objective evolutionary algorithm for dynamic multi-objective optimization. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(1): 1–12

收稿日期: 2023–03–17; 录用日期: 2023–12–08.

†通信作者. E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn; Tel.: +86 13889297755.

本文责任编辑: 徐昕.

国家自然科学基金项目(62273080)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62273080).

## 1 引言

动态多目标优化问题 (dynamic multi-objective optimization problems, DMOPs) 广泛存在于科学研究和工业过程中, 例如工业车间调度<sup>[1]</sup>和机器人路径规划<sup>[2]</sup>等. 在DMOPs中, 目标函数、约束条件或者决策变量会随着系统运行环境的动态变化而改变, 这可能导致优化问题的Pareto最优前沿发生动态变化. 因此, 动态多目标优化算法不仅需要在有限的计算资源里精准地搜寻出一组均匀分布的Pareto最优前沿, 而且需要实时地追踪动态变化的Pareto最优前沿<sup>[3]</sup>. 由于本文只针对目标函数动态变化的DMOPs, 因此, 下述讨论只限于目标函数动态变化的情况.

多目标进化算法 (multi-objective evolutionary algorithms, MOEAs) 具有强大的全局搜寻能力, 其最早被运用于求解静态多目标优化问题, 可以有效地搜寻出一组均匀分布的 Pareto 最优解<sup>[4-5]</sup>. 在静态多目标优化方法中, 算法的目的是引导种群找出优化问题的Pareto最优前沿. 然而, 动态多目标优化旨在实时跟踪动态变化的Pareto最优前沿. 因此, 静态多目标优化方法难以直接应用于DMOPs. 为有效解决DMOPs, 21世纪初, 学者们将MOEAs和不同环境响应策略结合, 提出动态多目标进化算法 (dynamic MOEAs, DMOEAs)<sup>[6-8]</sup>. 在DMOEAs中, MOEAs被用来搜寻特定环境中的Pareto最优前沿, 环境响应策略被用来响应环境的动态变化. 因此, DMOEAs可以实时跟踪动态变化的Pareto最优前沿, 从而实现了对DMOPs的有效求解.

到目前为止, DMOEAs的相关研究工作大致可以分为以下5种:

### 1) 基于多样性的DMOEAs.

基于多样性的DMOEAs通过增加或维持种群的多样性使算法更好地适应新环境. 例如, Deb等<sup>[9]</sup>基于非支配遗传算法 (non-dominated sorting genetic algorithm-II, NSGA-II)<sup>[10]</sup>提出两种DNSGA-II (dynamic NSGA-II), 即DNSGA-II-A和DNSGA-II-B. 其中DNSGA-II-A和DNSGA-II-B分别采用随机初始化和变异方式为下一代的种群随机产生新个体以增加算法的多样性. Goh等<sup>[11]</sup>提出了一种竞争-合作协同进化多目标进化算法 (dynamic competitive-cooperation coevolutionary algorithm, D-COEA) 来解决动态多目标优化问题, 其结合竞争和合作机制来增强种群多样性. 2018年, Sahmoud等<sup>[12]</sup>提出了一种基于变化类型检测的NSGA-II (type detection-based NSGA-II, TD-NSGA-II), 其通过环境变化前后非支配解个数的差异, 判断问题的Pareto最优解集是否发生变化. 若数目差异较大, 说明Pareto最优解集发生变化, 则随机初始化10%的个体以增加种群多样性; 若数目差异较小,

说明Pareto最优解集没有发生变化, 则使用变异算子在种群中添加随机扰动以增加种群多样性. Gong等<sup>[13]</sup>针对动态区间多目标优化问题, 根据决策变量与区间参数之间的区间相似性, 将决策变量分组, 随后利用不同的子种群进行进化搜寻. Zhang等<sup>[14]</sup>采用电磁场中同极粒子相斥的思想和非支配解移民策略以维持算法在目标空间的多样性.

### 2) 基于记忆机制的DMOEAs.

基于记忆机制的DMOEAs的主要思想是存储历史环境的Pareto最优前沿信息, 并在环境变化之后利用存储的“有利知识”提高算法在当前环境的搜索效率. 如Yang<sup>[15]</sup>提出了一种混合记忆和随机迁移算法, 其使用历史最优解生成随机移民来代替种群中表现不好的个体, 从而不仅可以保持种群多样性, 还能使遗传算法更有效地适应环境的动态变化. 尚荣华等<sup>[16]</sup>提出了一种动态多目标免疫克隆优化算法, 其根据免疫克隆和竞争合作机制得到非支配解, 利用均匀算子删除拥挤距离较大的个体. Sahmoud等<sup>[17]</sup>将记忆机制与NSGA-II<sup>[10]</sup>相结合, 提出了一种基于记忆机制的NSGA-II (memory-based NSGA-II, MNSGA-II). 该算法将非支配个体存储在记忆池里, 每次环境变化时, 存储的解被重新使用, 以生成新环境的初始种群. 刘敏等<sup>[18]</sup>将动态多目标优化问题分解为若干动态单目标优化子问题, 并提出了一种串式记忆方法来解决动态多目标优化问题. 基于记忆机制的DMOEAs适合解决具有周期性变化的DMOPs.

### 3) 基于自适应响应机制的DMOEAs.

为了更好的解决DMOPs, 学者们将自适应响应机制引入DMOEAs中. 例如, Zou等<sup>[19]</sup>提出了一种自适应多样性维护策略, 其可以根据问题的难易程度随机生成相应数量的个体从而自适应调整预测种群和多样性种群的大小. Liu等<sup>[20]</sup>提出了一种自适应多样性引入 (adaptive diversity introduction, ADI) 方法, 其根据环境变化的强度自适应调整多样性个体引入的比例. Azzouz等<sup>[21]</sup>将记忆机制、局部搜寻和随机策略相结合, 从而提出一种自适应混合种群管理策略. 在该策略中, 提出一种检测环境变化强度的方法, 基于该方法可以自行调整记忆解和随机解的数量. Liang等<sup>[22]</sup>将记忆机制和预测方法相结合, 并通过测量不同环境之间的变化相似度, 自适应响应环境的动态变化. 梁正平等<sup>[23]</sup>提出了一种自适应变化响应的动态多目标进化算法 (DMOEAs based on adaptive change response, DMOEA-ACR), 该算法针对不同个体的不同决策变量自适应选择变异策略或预测策略.

### 4) 基于预测的DMOEAs.

基于预测的DMOEAs利用历史信息建立预测模型来找到问题变化的特征, 然后利用所建立的模型预测

新环境的初始种群或一些关键个体,并根据预测结果来引导算法在新环境下的搜寻<sup>[24-25]</sup>. Zhou等<sup>[26]</sup>提出一种基于种群预测的算法(population prediction strategy, PPS),其使用自回归模型(autoregressive model, AR)预测环境变化后的中心点,将预测中心和估计的流形结合起来形成新环境的初始种群. Muruganatham等<sup>[27]</sup>引入卡尔曼滤波(Kalman filter, KF)作为预测模型,当环境变化时,根据提出的评分机制决定使用基于KF的预测机制还是采用随机初始化方法,从而可以帮助算法在新环境下快速收敛. 2017年,丁进良等<sup>[28]</sup>提出一种基于参考点预测策略的算法(prediction strategy for DMOEA based on reference point, PDMOP),通过将历史时刻的预测误差作为反馈添加到线性回归预测模型中,提高预测的准确性. Cao等<sup>[29]</sup>提出一种基于支持向量回归模型的算法(support vector machine-based DMOEA, SVR-DMOEA),该算法利用支持向量回归模型预测Pareto最优解出现概率最大的位置. Zou等<sup>[30]</sup>利用强化学习(reinforcement learning, RL)检测环境变化的程度,根据检测结果采取不同的预测策略以响应环境的动态变化. Wang等<sup>[31]</sup>利用高斯混合模型拟合具有不同分布特性的数据,并结合环境变化类型检测策略实现对动态多目标优化问题的求解. 为了保持响应速度和迁移效率之间的平衡, Chen等<sup>[32]</sup>提出了一种基于域自适应学习策略(domain adaptation learning strategy, DAL)的DMOEA,其使用子空间分布对齐(subspace distribution alignment, SDA)生成初始种群,将历史Pareto最优解迁移到当前环境.

#### 5) 基于迁移学习的DMOEA.

2018年, Jiang等<sup>[33]</sup>提出一种基于迁移学习模型的算法(transfer learning-based DMOEA, Tr-DMOEA),该算法采用迁移成分分析(transfer component analysis, TCA)来生成可用的初始种群以加速进化过程. 此外, Jiang等<sup>[34]</sup>还提出基于流形迁移学习的快速DMOEA(a fast DMOEA via manifold transfer learning, MMTL-DMOEA),其将记忆机制与流形迁移学习相结合来预测新环境的最优解. 在 KT-DMOEA<sup>[35]</sup>中,将少量高质量点(拐点)与不平衡迁移学习技术相结合. 在 IT-DMOEA<sup>[36]</sup>中,设计了一种预搜索策略来降低负迁移的可能性. Ye等<sup>[37]</sup>通过构建基于聚类的流形迁移学习和多源迁移学习两个迁移学习模型,提出了一种多源迁移学习方法(multiple source transfer learning method for DMOEA, MSTL-DMOEA).

基于迁移学习的DMOEA能够将历史环境中的有利信息迁移至当前环境,从而提高算法在当前环境的收敛速度,帮助算法更好的实时跟踪动态变化的Pareto最优前沿<sup>[38-39]</sup>. 然而,在知识迁移的过程中,大部分基于迁移学习的DMOEA只采用真实评估点构

建潜在空间. 值得一提的是,在DMOPs中,分配到每个环境的计算资源是有限的,即每个环境中的真实评估点是有限的,这可能会影响知识迁移过程中潜在空间的建立,甚至影响算法的最终性能. 半监督迁移学习可以同时利用真实评估的点和未真实评估的点构建潜在空间,可以在一定程度上克服训练数据不足的问题. 基于此,本文提出一种基于半监督迁移学习的动态多目标进化算法(semi-supervised transfer learning based evolutionary algorithm for DMOEA, SSTL-DMOEA)用于有效求解DMOPs. 与现有的DMOEA相比,本文的主要贡献如下:

1) 提出一种基于半监督迁移学习的初始种群生成策略. 在该策略中,首先引入一种基于协方差匹配的半监督域自适应(semi-supervised domain adaptation by covariance matching, DACoM)<sup>[40]</sup>方法构建潜在空间;此外,在所形成的潜在空间的帮助下,算法能够在当前环境生成较好的初始种群,从而提高算法在当前环境下的搜寻效率. 另外,所提出的策略不仅可以利用真实评估点,还可以利用大量未被真实评估的点.

2) 提出一种目标域种群生成策略,该策略利用相邻环境Pareto最优解集中心点的差对种群进行预搜索,增加种群的多样性. 然后,将预搜索后的种群在新环境下进化一次,生成目标域种群. 该目标域种群可以克服新环境中信息有限造成预测模型性能差的问题.

3) 将SSTL-DMOEA与4种先进的DMOEA对比,证明了SSTL-DMOEA在求解DMOPs的优越性.

本文其它部分安排如下:第2节介绍相关工作;第3节提出算法SSTL-DMOEA;第4节进行实验研究;最后对全文进行总结.

## 2 相关工作

本节介绍与本文研究相关的工作,包括动态多目标优化问题的相关定义及基于分解的多目标进化算法(multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition, MOEA/D).

### 2.1 动态多目标优化问题相关定义

不失一般性,一个DMOP的数学描述如下:

$$\min_{x \in \Omega} F(x, t) = [f_1(x, t) \ \cdots \ f_m(x, t)]^T, \quad (1)$$

其中:  $t \in \{0, 1, 2, \dots\}$  是环境索引,  $x = (x_1 \ \cdots \ x_n)^T$  是决策变量,  $\Omega$  是决策变量的定义域,  $n$  是决策变量的维度.  $F = (f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_m)^T$  表示目标函数,  $m$  是目标函数的个数.

**定义 1** Pareto 支配: 在  $t$  环境中, 决策向量  $x_1$  Pareto 支配决策向量  $x_2$ , 表示为  $x_1 \prec_t x_2$ , 当且仅当

$$\begin{cases} \forall i \in \{1, \dots, m\}, f_i(x_1, t) \leq f_i(x_2, t), \\ \exists i \in \{1, \dots, m\}, f_i(x_1, t) < f_i(x_2, t), \end{cases} \quad (2)$$

**定义 2** 动态Pareto最优解:  $x_t^* \in \Omega$ , 且不存在其它  $x_t \in \Omega$  满足  $x_t \prec_t x_t^*$ , 此时称  $x_t^*$  为 Pareto 最优解.

**定义 3** 动态 Pareto 最优解集 (dynamic Pareto-optimal set, DPOS):  $DPOS_t$  是所有 Pareto 最优解在  $t$  环境的集合, 即

$$DPOS_t = \{x_t^* \mid \neg \exists x_t \in \Omega : x_t \prec_t x_t^*\}. \quad (3)$$

**定义 4** 动态 Pareto 最优前沿 (dynamic Pareto-optimal front, DPOF):  $DPOF_t$  是  $DPOS_t$  的目标向量

$$DPOF_t = \{F(x^*, t) \mid x^* \in DPOS_t\}. \quad (4)$$

## 2.2 MOEA/D

MOEA/D<sup>[41]</sup> 是一种经典的 MOEA, 在求解不同类型的多目标优化问题上都表现出很好的性能, 所以本文采用 MOEA/D 作为本工作的静态优化器.

MOEA/D 算法通过聚合函数将一个多目标优化问题分解为若干个单目标优化子问题, 并根据邻域关系同时对其进行优化, 其伪代码如算法 1 (见表 1) 所示.

表 1 算法 1 MOEA/D 算法

Table 1 Algorithm 1 MOEA/D algorithm

输入:	种群大小 $N$ , 每个邻域中权重向量的个数 $H$
输出:	外部存档 EP
1	初始化
2	for $i = 1, \dots, N$ do
3	$B(i) = \{i_1, i_2, \dots, i_H\}, \{\lambda^{i_1}, \lambda^{i_2}, \dots, \lambda^{i_H}\}$ 是距离 $\lambda^i$ 最近的 $H$ 个权重向量集
4	end for
5	初始化 $z = (z_1 \dots z_m)^T$ , 令 $z_i = \min \{f_i(x^1), \dots, f_i(x^N)\}$
6	设置 EP 为空
7	for $i = 1, \dots, N$ do
8	基因重组: 从 $B(i)$ 中随机选择两个序号 $k, l$ , 运用遗传算子由 $x^k, x^l$ 产生一个新的解 $y$
9	改进: 对 $y$ 运用基于测试问题的修复和改进启发产生 $y'$
10	for $j = 1, \dots, m$ do
11	if $z_j < f_j(y')$ then
12	$z_j = f_j(y')$
13	end if
14	end for
15	for $j \in B(i)$ do
16	if $g^{\text{tch}}(y' \mid \lambda^j, z) \leq g^{\text{tch}}(x^j \mid \lambda^j, z)$ then
17	$x^j = y', E(x^j) = F(y')$
18	end if
19	end for
20	从 EP 中移除 $F(y')$ 的支配向量; 如果 EP 中不存在支配 $F(y')$ 的向量就将 $F(y')$ 加入 EP
21	end for

首先, 初始化  $N$  个均匀分布的权重向量和初始种群  $P$  (第 1 行), 接着, 计算种群中每个个体的邻域索引

$B(i), i = 1, 2, \dots, N$  (第 2–4 行), 根据种群中每个个体的目标函数值计算理想点  $z$  (第 5 行). 在主循环中, 对每个标量优化子问题进行子代个体的生成, 根据聚合函数值的大小对种群个体进行适应度评价并更新种群个体, 同时更新理想点  $z$ , 如此循环直到算法达到终止条件 (第 7–21 行). 其中分解方法采用切比雪夫分解方法 (第 16 行), 如式 (5) 所示:

$$\begin{cases} \min g^{\text{tch}}(x \mid \lambda, z^*) = \max_{1 \leq i \leq m} \{\lambda_i |f_i(x) - z_i^*|\}, \\ \text{s.t. } x \in \Omega, \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*)$  是参考点,  $z_i^* = \min \{f_i(x) \mid x \in \Omega\}, i = 1, 2, \dots, m$ .

## 3 算法提出

本节主要介绍 SSTL-DMOEA 算法的具体实现, 包括算法的整体框架、目标域种群生成策略及基于半监督迁移学习的初始种群生成策略.

### 3.1 SSTL-DMOEA 的整体框架

算法 2 (见表 2) 给出 SSTL-DMOEA 整体框架的伪代码. 首先, SSTL-DMOEA 随机初始化种群并设置相关参数 (第 1 行). 如果没有检测到环境变化, 则将 DM-OP 视为静态多目标优化问题, 直接使用 MOEA/D 进行优化 (第 13 行). 如果检测到环境发生变化, 当  $T$  等于 1 或者  $T$  等于 2 时, 采用随机初始化的方式生成新环境的初始种群 (第 7 行). 若  $T$  大于 2, 则使用目标域种群生成策略生成目标域种群  $P_t$  (第 9 行), 其详情将在第 3.2 节介绍; 接下来, 算法将在基于半监督迁移学习的初始种群生成策略的帮助下生成  $T$  环境下的初始种群  $P_{\text{init}}$  (第 10 行), 其详情将在第 3.3 节介绍. 重复上述循环过程, 直到满足终止条件. 为了更直观地展示所提算法, 图 1 给出了 SSTL-DMOEA 的算法流程图.

### 3.2 目标域种群生成策略

在基于半监督迁移学习的初始种群生成策略中, 将当前环境看做目标域, 目标域种群分布的好坏在一定程度上影响在该策略中生成的初始种群, 甚至会影响算法的最终性能. 这是因为, 若目标域种群中的个体大部分为被支配解, 将会影响预测模型的预测效果, 并可能导致生成的初始种群过于远离真实的 Pareto 前沿. 因此, 如何利用新环境的有限信息在目标域中构造出一个较好的种群是一个重要的问题. 为此, 本文提出一种目标域种群生成策略, 其通过利用历史环境的相关性及新环境的信息在目标域中生成较好的种群, 算法 3 (见表 3) 给出其伪代码. 首先, 计算  $POS_{T-2}$  的中心点, 记为  $\mu_{T-2}$  (第 1 行), 其表达式如式 (6) 所示:

$$\mu_{T-2} = [C_1^{T-2} \ C_2^{T-2} \ \dots \ C_n^{T-2}], \quad (6)$$

其中,  $C_i^{T-2}, i = 1, 2, \dots, n$  是中心点  $\mu_{T-2}$  的第  $i$  维数

值,  $n$  代表决策空间维度.  $C_i^{T-2}$  的定义如式(7)所示:

$$C_i^{T-2} = \frac{1}{|\text{POS}_{T-2}|} \sum_{x \in \text{POS}_{T-2}} x_i, \quad (7)$$

其中:  $\text{POS}_{T-2}$  是  $T-2$  环境的最优解集,  $x_i$  是解  $x$  的第  $i$  维数值,  $x \in \text{POS}_{T-2}$ .

表 2 算法 2 SSTL-DMOEA 的整体框架

Table 2 Algorithm 2 The overall framework of SSTL-DMOEA

**输入:** 目标函数  $F(X, T)$ , 决策变量的维度  $n$ , 种群大小  $N$ , 环境步长  $T$ , MOEA/D 算法参数, DACoM 算法参数  
**输出:** 每个环境下的  $\text{POF}_T$

- 1 初始化参数及种群
- 2  $T \leftarrow 0$
- 3 **while** 不满足算法终止条件 **do**
- 4 **if** 检测到环境发生变化 **then**
- 5  $T = T + 1$
- 6 **if**  $T == 1 || T == 2$  **then**
- 7  $P_{\text{init}} \leftarrow$  随机初始化种群
- 8 **else**
- 9  $P_t \leftarrow$  目标域种群生成策略( $F(X, T)$ ,  $\text{POS}_{T-2}$ ,  $\text{POS}_{T-1}$ )
- 10  $P_{\text{init}} \leftarrow$  基于半监督迁移学习的初始种群生成策略( $F(X, T)$ ,  $P_t$ ,  $\text{POS}_{T-1}$ )
- 11 **end if**
- 12 **end if**
- 13  $\text{POF}_T \leftarrow \text{MOEA/D}(F(X, T), P_{\text{init}})$
- 14 **end while**

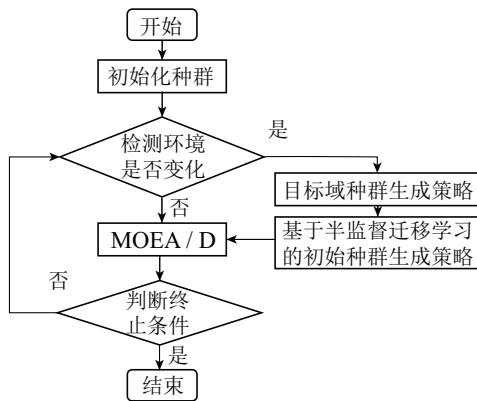


图 1 SSTL-DMOEA 的算法流程图

Fig. 1 Flowchart of SSTL-DMOEA

同理, 可以计算出  $\text{POS}_{T-1}$  的中心点, 记为  $\mu_{T-1}$  (第 2 行). 接下来, 将  $T-1$  环境的最优解  $\text{POS}_{T-1}$  移动一定的距离(第 3-7 行), 增加其多样性, 防止算法在搜寻过程中种群多样性的缺失. 具体来说, 任意给定  $\text{POS}_{T-1}$  中的一个点  $x$ , 其移动过程如式(8)所示:

$$\bar{x} = x + U(-0.5\Delta, 0.5\Delta), \quad (8)$$

其中:  $\Delta = \mu_{T-1} - \mu_{T-2}$  代表 Pareto 解集的移动情况,  $U(-0.5\Delta, 0.5\Delta)$  表示  $x$  移动的距离服从区间  $[-0.5\Delta,$

$0.5\Delta]$  上的均匀分布,  $\bar{x}$  表示移动后的点  $x$ . 接下来, 将移动后的种群  $P$  在新环境中进化一次得到  $P_t$  (第 8 行), 使其能够更靠近真实 Pareto 前沿, 减少解的随机性. 最后,  $P_t$  将作为目标域种群, 并将  $P_t$  中的非支配解标记为 1, 被支配解标记为 -1 (第 9 行).

表 3 算法 3 目标域种群生成策略

Table 3 Algorithm 3 Population generation strategy for the target domain

**输入:** 目标函数  $F(X, T)$ ,  $T-2$  环境的最优解集  $\text{POS}_{T-2}$  和  $T-1$  环境的最优解集  $\text{POS}_{T-1}$   
**输出:** 目标域种群  $P_t$

- 1  $\mu_{T-2} \leftarrow$  计算  $\text{POS}_{T-2}$  的中心点
- 2  $\mu_{T-1} \leftarrow$  计算  $\text{POS}_{T-1}$  的中心点
- 3  $\Delta = \mu_{T-1} - \mu_{T-2}$
- 4 **for**  $x \in \text{POS}_{T-1}$  **do**
- 5  $\bar{x} = x + U(-0.5\Delta, 0.5\Delta)$
- 6  $P = P \cup \bar{x}$
- 7 **end for**
- 8  $P_t \leftarrow$  在新环境下进化一次种群  $P$
- 9 将  $P_t$  中的非支配解标记为 1, 被支配解标记为 -1

### 3.3 基于半监督迁移学习的初始种群生成策略

在执行算法 4 (见表 4) 得到目标域种群  $P_t$  之后, 本文提出一种基于半监督迁移学习的初始种群生成策略, 其能够将历史环境的有利信息迁移至当前环境, 帮助算法生成接近真实 Pareto 前沿的初始种群. 算法 4 给出了基于半监督迁移学习的初始种群生成策略的伪代码. 首先, 在  $T-1$  环境中随机生成一系列点, 记为  $P_{T-1}$ ,  $P_{T-1}$  的大小设置为种群大小的 1.5 倍 (第 1 行). 接下来, 将上一环境中的最优解集  $\text{POS}_{T-1}$  标记为 1, 而将  $P_{T-1}$  标记为 -1 (第 2 行). 然后, 随机生成 10000 个个体作为  $T$  环境的未标记样本  $P_T$  (第 3 行). 之后将上一环境的最优解集  $\text{POS}_{T-1}$  和随机种群  $P_{T-1}$  合并形成源域训练集  $X_s$  (第 4 行), 此外目标域种群  $P_t$  和随机种群  $P_T$  合并形成目标域训练集  $X_t$  (第 5 行).

在得到源域训练集  $X_s$  和目标域训练集  $X_t$  后, 引入 DACoM 方法来学习源域和目标域之间的特征矩阵 (第 6 行). DACoM 方法是一种半监督域适应迁移学习方法, 它不仅可以利用两组分别来自源域  $\{(x_i^s, y_i^s) |_{i=1}^{n_s}\}$  和目标域  $\{(x_i^t, y_i^t) |_{i=1}^{n'_t}\}$  的标记样本用于训练, 还能够利用一组来自目标域的未标记样本  $\{x_{n'_t+1}^t, \dots, x_{n_t}^t\}$ . 其中  $y_i^s, y_i^t \in \{-1, 1\}$ . 令

$$X_s = [x_1^s \ \dots \ x_{n_s}^s], \quad X_t = [x_1^t \ \dots \ x_{n'_t}^t \ \dots \ x_{n_t}^t], \\ Y_s = [y_1^s \ \dots \ y_{n_s}^s], \quad Y_t = [y_1^t \ \dots \ y_{n'_t}^t].$$

设  $X_s$  和  $X_t$  的中心矩阵为

$$\bar{X}_s = X_s - \bar{x}_s \mathbf{1}^T, \quad \bar{X}_t = X_t - \bar{x}_t \mathbf{1}^T,$$

其中:  $\bar{x}_s$  和  $\bar{x}_t$  分别是  $X_s$  和  $X_t$  所有列的平均值,  $\mathbf{1}$  表示

所有列向量都是1.

DACoM通过寻找一个特征矩阵 $P$ ,将源域中的数据和目标域中的数据投影到同一个低维潜在空间.在该潜在空间中,被投影的源域中的数据和目标域中的数据具有相似的分布性,同时还考虑数据本身的结构和标记信息的一致性.因此,DACoM包括3个步骤.

**步骤1** 域自适应. DACoM通过最小化协方差矩阵来使映射后的源域中的数据和目标域中的数据具有相似的分布性.计算公式如式(9):

$$\text{Dist}(Z_s, Z_t) = \left\| \frac{Z_s Z_s^T}{n_s} - \frac{Z_t Z_t^T}{n_t} \right\|_F^2. \quad (9)$$

**步骤2** 保留潜在空间的数据结构. DACoM通过最小化式(10)保留投影样本 $Z_s$ 和 $Z_t$ 中的数据结构

$$g_{\text{structure}}(Z_s, Z_t) = \frac{\text{tr}(Z_s \tilde{L}_s Z_s^T)}{n_s^2} + \frac{\text{tr}(Z_t \tilde{L}_t Z_t^T)}{n_t^2}, \quad (10)$$

在式(10)中, $\tilde{L}_s$ 和 $\tilde{L}_t$ 分别为源域样本和目标域样本的归一化拉普拉斯矩阵.

**步骤3** 标记信息的一致性.为了突出标记信息从源域到目标域的传递,提取两个域的区别信息,权值 $w$ 将满足式(11)所示条件:

$$\begin{cases} w_{ij}^{(w)} = \begin{cases} 1, & \text{若 } x_i^s \text{ 和 } x_j^t \text{ 标记相同,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \\ w_{ij}^{(b)} = \begin{cases} 1, & \text{若 } x_i^s \text{ 和 } x_j^t \text{ 标记不同,} \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

接下来,将最小化如式(12)所示的代价函数来对同类样本进行接近的预测.

$$g_{\text{class}}^{(w)}(Z_s, Z_t) = \frac{1}{n_s n_t'} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_t'} w_{ij}^{(w)} \|z_i^s - z_j^t\|_2^2. \quad (12)$$

此外,最大化如式(13)所示的代价函数对来自不同类的样本进行独立预测.

$$g_{\text{class}}^{(b)}(Z_s, Z_t) = \frac{1}{n_s n_t'} \sum_{i=1}^{n_s} \sum_{j=1}^{n_t'} w_{ij}^{(b)} \|z_i^s - z_j^t\|_2^2. \quad (13)$$

DACoM将上述3个部分结合起来,得到如式(14)所示的目标函数:

$$\begin{cases} \min_{Z_s, Z_t, P_s, P_t} \{ \text{Dist}(Z_s, Z_t) + \alpha g_{\text{structure}}(Z_s, Z_t) + \\ \beta g_{\text{class}}^{(w)}(Z_s, Z_t) - \gamma g_{\text{class}}^{(b)}(Z_s, Z_t) \}, \\ \text{s.t. } Z_s = P_s^T X_s, Z_t = P_t^T X_t, P_s^T P_s + P_t^T P_t = I_d, \end{cases} \quad (14)$$

其中参数 $\alpha, \beta, \gamma$ 用于调整相关部分贡献率的权值.

使 $P = [P_s \ P_t]^T \in \mathbb{R}^{p \times d}$ ,  $Z = [Z_s \ Z_t] \in \mathbb{R}^{d \times n}$ ,  $X = \text{diag}\{X_s, X_t\} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ , DACoM的目标函数可以

简化为如式(15)所示的表达:

$$\begin{cases} \min_{P \in \mathbb{R}^{p \times d}} \|P^T A P\|_F^2 + \text{tr}(P^T B P), \\ \text{s.t. } P^T P = I, \end{cases} \quad (15)$$

其中:  $A = \text{diag}\left\{\frac{X_s X_s^T}{n_s}, \frac{-X_t X_t^T}{n_t}\right\}$ ,  $B = X(\alpha L + \beta L^{(w)} - \gamma L^{(b)})X^T$ .

表4 算法4基于半监督迁移学习的初始种群生成策略

Table 4 Algorithm 4 Initial population generation strategy based on semi-supervised transfer learning

**输入:** 目标函数 $F(X, T)$ , 目标域种群 $P_t$ ,  $T-1$ 环境的最优解集 $\text{POS}_{T-1}$

**输出:**  $T$ 环境的初始种群 $P_{\text{init}}$

- 1 在 $T-1$ 环境中随机生成一个种群 $P_{T-1}$
- 2 将 $\text{POS}_{T-1}$ 标记为1,  $P_{T-1}$ 标记为-1
- 3 在 $T$ 环境下随机生成一个种群 $P_T$ , 将其作为未被标记种群
- 4  $X_s = [\text{POS}_{T-1}, P_{T-1}]$
- 5  $X_t = [P_t, P_T]$
- 6 构建如式(14)所示的目标函数
- 7 最小化目标函数得到特征矩阵 $P = [P_s \ P_t]^T$
- 8 计算 $Z_s = [z_1^s \ \dots \ z_{n_s}^s] = P_s^T \bar{X}_s$
- 9 计算 $Z_t = [z_1^t \ \dots \ z_{n_t}^t] = P_t^T \bar{X}_t$
- 10 将 $Z_s$ 和 $Z_t = [z_1^t \ \dots \ z_{n_t}^t]$ 输入到SVM中得到分类模型
- 11 使用SVM对 $P_T$ 中的点进行预测
- 12 选择 $P_T$ 中预测为1的个体形成初始种群 $P_{\text{init}}$

将简化后的目标函数记为

$$f(P) = \|P^T A P\|_F^2 + \text{tr}(P^T B P),$$

其中 $f(P)$ 的稳定点 $P$ 是 $M(P) = A P P^T A + \frac{1}{2} B$ 的 $d$ 个特征向量矩阵,通过不断的迭代求得使 $f(P)$ 最小的 $P$ (第7行).

得到特征矩阵 $P$ 后,使用特征矩阵 $P$ 将源域和目标域的数据分别映射到同一个特征空间中(第8-9行).特征空间中的源域训练集计算公式如式(16):

$$Z_s = [z_1^s \ \dots \ z_{n_s}^s] = P_s^T \bar{X}_s \in \mathbb{R}^{d \times n_s}. \quad (16)$$

特征空间中的目标域训练集计算公式如式(17):

$$Z_t = [z_1^t \ \dots \ z_{n_t}^t \ \dots \ z_{n_t}^t] = P_t^T \bar{X}_t \in \mathbb{R}^{d \times n_t}. \quad (17)$$

最后,将特征空间中的源域训练集 $Z_s = [z_1^s \ \dots \ z_{n_s}^s] \in \mathbb{R}^{d \times n_s}$ 和目标域训练集中的标记数据 $Z_t' = [z_1^t \ \dots \ z_{n_t}^t] \in \mathbb{R}^{d \times n_t}$ 输入到支持向量机(support vector machine, SVM)中训练得到分类模型(第10行).然后,利用所得到的分类模型对目标域训练集中的未标记数据即 $T$ 环境的随机种群 $[z_{n_t}^t \ \dots \ z_{n_t}^t]$ 进行预测(第11行),选择预测为1的个体形成初始种群 $P_{\text{init}}$ (第12

行).

## 4 实验研究与结果分析

本节通过对比仿真实验来验证SSTL-DMOEA求解动态多目标优化问题的综合性能. 首先, 给出实验所使用的测试问题、对比算法、参数设置、性能评价指标; 其次, 进行对比仿真实验, 验证所提出的SSTL-DMOEA在求解动态多目标优化问题时的优势; 接着, 通过变体实验进一步验证目标域种群生成策略和基于半监督迁移学习的初始种群生成策略这两个组成部分的有效性; 最后, 通过比较算法运行时间分析所提算法的时间复杂度.

### 4.1 测试问题和对比较法

为了验证所提出算法的有效性, 本文选取DF测试问题集<sup>[42]</sup>进行仿真实验和分析. DF测试问题包含9个双目标的DMOPs(DF1-DF9)和5个三目标的DMOPs(DF10-DF14), 涵盖了现实世界的不同场景, 例如环境相关的POF/POS、不规则的POF形状、断开性、拐点等.

在DF测试问题中,  $t = \frac{1}{n_t} \lfloor (\frac{\tau_{\max}}{\tau_t}) \rfloor$ , 其中 $\tau_{\max}$ ,  $\tau_t$ ,  $n_t$ 分别表示最大迭代次数、变化频率、变化严重程度.  $\tau_t$ 的值越小, 表示环境变化越频繁;  $n_t$ 的值越小, 表示环境变化的越剧烈.

选取4种先进的动态多目标进化算法, 即Tr-DMOEA<sup>[33]</sup>, KT-DMOEA<sup>[35]</sup>, SVR-DMOEA<sup>[29]</sup>和DNSGA-II-A<sup>[9]</sup>进行对比实验.

### 4.2 参数设计

在本次实验中, 所有算法的参数设置如下:

1) 种群大小和决策变量: 对于双目标和三目标问题, 种群大小分别设置为100和150. 决策变量的维度 $n$ 设置为10.

2) 动态测试参数设置: 变化频率 $\tau_t$ 设置为5和10, 变化严重程度 $n_t$ 设置为5和10. 因此, 在实验中存在3对动态测试参数设置, 即 $(\tau_t = 10, n_t = 10)$ ,  $(\tau_t = 5, n_t = 10)$ ,  $(\tau_t = 10, n_t = 5)$ . 当 $\tau_t = 5$ 时意味着每进化5次环境发生一次动态变化, 同理,  $\tau_t = 10$ 时表示进化10次环境发生一次动态变化. 所有算法在所有测试问题上独立运行30次. 最大迭代次数设置为 $\tau_t * 20$ , 这意味着每次运行总共会发生20次环境变化.

3) SSTL-DMOEA中的参数: 在MOEA/D中, 采用模拟二进制交叉(simulated binary crossover, SBX)作为交叉算子, 交叉分布指数 $\eta_c$ 设置为20, 交叉概率 $P_c$ 设置为0.8; 采用多项式变异(polynomial mutation, PM)作为变异算子, 变异分布指数 $\eta_m$ 设为20, 变异概率 $P_m$ 设置为 $1/n$ ,  $n$ 为决策变量的维度. DACoM中的参数与文献<sup>[41]</sup>保持一致.

4) 对比算法的参数: 对比算法的参数与原文一致.

### 4.3 评价指标

本次实验采用改进的反世代距离(modified inverted generational distance, MIGD)<sup>[26]</sup>作为评价指标去评价每一个环境下解的收敛性和多样性. MIGD的定义如式(18)所示:

$$\text{MIGD}(\text{POF}^*, \text{POF}) = \frac{1}{|T|} \sum_{t \in T} \text{IGD}(\text{POF}_t^*, \text{POF}_t), \quad (18)$$

其中: POF\*是在目标空间中均匀分布在真实POF上的一组点, POF是算法得到的一组最优前沿,  $T$ 是算法运行中的一组离散的环境实例,  $|T|$ 是 $T$ 的基数. MIGD值越小意味着算法具有更好的性能. 式中IGD<sup>[43]</sup>的定义如式(19)所示:

$$\text{IGD}(\text{POF}^*, \text{POF}) = \frac{1}{n} \sum_{p^* \in \text{POF}^*} \min_{p \in \text{POF}} \|p^* - p\|^2, \quad (19)$$

其中 $n$ 是POF\*中点的数量.

### 4.4 实验结果与分析

表5列出了所提算法及对比算法在14个DF测试问题上独立运行30次得到的MIGD评价指标的平均值及标准差. 在该表中, 算法和算法之间以置信度5%进行Wilcoxon检验, 符号“+”, “-”和“~”分别表示SSTL-DMOEA和对比算法相比更好、更差和无差异.

从表5中可以看出, SSTL-DMOEA在42个测试用例中有28例达到最佳效果, 而KT-DMOEA, Tr-DMOEA, SVR-DMOEA和DNSGA-II-A分别有3, 5, 6和0例获得最佳结果. 这表明SSTL-DMOEA在大部分测试用例下可以更好地追踪动态变化的Pareto最优前沿. 这主要是因为提出的目标域种群生成策略和基于半监督迁移学习的初始种群生成策略可以帮助算法在新环境下生成良好的初始种群.

为了全面展示所有比较算法的性能, 图2绘制出每种算法在每个环境下的IGD值. 从图2中可以看出, 与其他算法相比, SSTL-DMOEA在大多数环境中获得更好的IGD值. 此外, SSTL-DMOEA也表现出更好的稳定性, 即SSTL-DMOEA具有的IGD曲线更平滑, 而其他比较算法的IGD曲线可能会突然上升. 例如SVR-DMOEA在DF2, DF4, DF7上波动很大, KT-DMOEA在DF1上波动明显. 这是因为SVR-DMOEA预测模型依赖于历史环境解的质量, 当历史环境中解的质量较差时, 预测模型的准确性将受到影响. 对于KT-DMOEA而言是由于不同环境下的拐点分布差异较大, 很难准确预测拐点.

### 4.5 算法组成部分分析

SSTL-DMOEA的核心组成部分包括目标域种群生成策略以及基于半监督迁移学习的初始种群生成策略, 本小节将对这两个组成部分的有效性分别进行验证.

表5 SSTL-DMOEA及其对比算法在DF上获得的MIGD均值和标准差

Table 5 The mean and standard deviation of MIGD of SSTL-DMOEA and its comparison algorithm were obtained on DF problem

Problem	$\tau_t, n_t$	SSTL-DMOEA	KT-DMOEA	Tr-DMOEA	SVR-DMOEA	DNSGA-II-A
DF1	10,10	0.0653 ± 2.80e-03	0.0871 ± 2.27e-02≈	0.0715 ± 1.67e-02≈	<b>0.0161 ± 1.08e-03-</b>	0.1658 ± 5.57e-02+
	5,10	0.1337 ± 1.07e-02	0.1271 ± 1.47e-02-	0.1159 ± 1.21e-02≈	<b>0.0611 ± 1.31e-02-</b>	0.2503 ± 6.25e-02+
	10,5	0.0460 ± 1.78e-02	0.0916 ± 1.31e-02+	0.0829 ± 2.14e-02+	<b>0.0225 ± 1.31e-02-</b>	0.1931 ± 3.91e-02+
DF2	10,10	<b>0.0540 ± 4.76e-03</b>	0.0708 ± 7.98e-03+	0.0861 ± 3.87e-02+	0.1485 ± 4.13e-03+	0.1162 ± 1.29e-02+
	5,10	<b>0.1097 ± 8.06e-03</b>	0.1167 ± 1.26e-02≈	0.1280 ± 2.10e-02≈	0.1710 ± 1.05e-02+	0.1584 ± 2.54e-02+
	10,5	<b>0.0530 ± 1.76e-02</b>	0.0779 ± 1.10e-02+	0.0827 ± 1.26e-02+	0.1488 ± 3.56e-03+	0.1413 ± 1.24e-02+
DF3	10,10	0.4583 ± 1.82e-02	0.8790 ± 1.28e-01+	<b>0.3340 ± 6.39e-03-</b>	0.3763 ± 5.53e-02-	1.8861 ± 4.81e-01+
	5,10	0.4822 ± 4.60e-02	0.8075 ± 1.08e-01+	<b>0.3441 ± 2.27e-02-</b>	0.4725 ± 4.59e-02≈	1.8046 ± 4.52e-01+
	10,5	<b>0.3784 ± 2.43e-02</b>	0.5547 ± 1.09e-01+	0.3932 ± 4.79e-02≈	0.4152 ± 1.86e-02+	1.0571 ± 2.26e-01+
DF4	10,10	<b>0.7695 ± 2.65e-01</b>	2.2307 ± 7.69e-01+	1.7850 ± 1.37e-01+	3.2921 ± 1.18e-02+	1.4607 ± 4.53e-02+
	5,10	<b>0.7259 ± 1.08e-01</b>	2.6834 ± 1.01e+00+	2.3883 ± 1.37e-01+	3.2302 ± 2.30e-02+	1.4775 ± 6.40e-02+
	10,5	<b>0.8448 ± 2.38e-01</b>	1.4770 ± 4.56e-01+	1.5878 ± 7.20e-02+	1.6576 ± 1.23e-02+	1.0261 ± 3.69e-02≈
DF5	10,10	<b>0.1241 ± 1.63e-02</b>	0.2084 ± 5.02e-02+	0.1359 ± 3.33e-02≈	0.1330 ± 3.19e-03≈	0.6388 ± 2.62e-01+
	5,10	<b>0.1692 ± 2.55e-02</b>	0.3268 ± 1.23e-01+	0.1732 ± 1.62e-02+	0.1917 ± 1.22e-02+	1.2179 ± 2.62e-01+
	10,5	<b>0.1631 ± 8.05e-03</b>	0.2753 ± 7.55e-02+	2.7396 ± 7.77e-02+	0.1801 ± 1.52e-02≈	0.7067 ± 1.61e-01+
DF6	10,10	<b>2.8562 ± 5.33e-01</b>	3.6029 ± 6.60e-01+	7.5136 ± 8.20e-01+	2.9385 ± 4.38e+00≈	6.4478 ± 4.93e-01+
	5,10	4.3844 ± 5.13e-01	5.0603 ± 8.05e-01≈	9.5668 ± 3.00e-01+	<b>2.7888 ± 4.77e+00-</b>	7.9918 ± 9.08e-01≈
	10,5	3.0216 ± 5.16e-01	<b>2.3574 ± 5.90e-01-</b>	7.7274 ± 7.83e-01+	4.1532 ± 4.82e+00+	5.1328 ± 7.54e-01+
DF7	10,10	<b>0.5962 ± 2.71e-02</b>	0.6259 ± 3.29e-02+	2.1872 ± 1.25e-01+	5.1412 ± 3.64e-02+	0.6846 ± 2.90e-02+
	5,10	<b>0.5734 ± 2.06e-02</b>	0.6186 ± 3.83e-02+	2.6556 ± 6.55e-02+	5.1078 ± 6.54e-02+	0.6581 ± 5.51e-02≈
	10,5	<b>0.4730 ± 1.85e-02</b>	0.5429 ± 5.76e-02+	3.3430 ± 1.54e-01+	6.0672 ± 1.26e-01+	0.5410 ± 3.34e-02+
DF8	10,10	<b>0.1334 ± 2.75e-03</b>	0.1408 ± 7.78e-03+	0.2311 ± 7.99e-03+	0.1966 ± 3.68e-02+	0.1392 ± 1.35e-02≈
	5,10	0.1794 ± 6.65e-03	<b>0.1637 ± 4.86e-03-</b>	0.2334 ± 8.07e-03+	0.2803 ± 8.16e-02+	0.1738 ± 1.03e-02-
	10,5	<b>0.1507 ± 6.65e-03</b>	0.1537 ± 1.20e-02≈	0.2563 ± 1.93e-02+	0.1808 ± 1.24e-02≈	0.1694 ± 2.33e-02≈
DF9	10,10	1.5593 ± 1.27e-01	2.0578 ± 1.43e-01+	2.8622 ± 1.34e-01+	<b>1.0252 ± 1.13e-01-</b>	2.2046 ± 1.57e-01+
	5,10	1.7363 ± 1.02e-01	2.2373 ± 2.58e-01+	2.7110 ± 8.23e-02+	<b>1.0478 ± 1.48e-01-</b>	2.5029 ± 2.20e-01+
	10,5	<b>1.2248 ± 9.39e-02</b>	1.2719 ± 7.55e-02≈	3.4436 ± 1.30e-01+	1.6666 ± 8.97e-02+	1.7257 ± 8.49e-02+
DF10	10,10	<b>0.2635 ± 2.12e-02</b>	0.2820 ± 1.76e-02+	0.4277 ± 3.69e-02+	0.3035 ± 5.24e-02+	0.3900 ± 1.05e-02+
	5,10	<b>0.2976 ± 1.09e-02</b>	0.3228 ± 1.93e-02+	0.3976 ± 1.24e-02+	0.3550 ± 5.23e-02+	0.4086 ± 1.19e-02+
	10,5	0.3024 ± 2.90e-02	<b>0.2991 ± 2.43e-02-</b>	0.4484 ± 1.13e-02+	0.3190 ± 6.05e-02≈	0.4101 ± 6.07e-03+
DF11	10,10	<b>0.1168 ± 1.07e-02</b>	0.1658 ± 9.82e-03+	0.2745 ± 4.48e-02+	0.2280 ± 7.32e-03+	0.1585 ± 4.67e-03+
	5,10	<b>0.1501 ± 9.58e-03</b>	0.1792 ± 5.53e-03+	0.2686 ± 1.41e-02+	0.2366 ± 6.86e-03+	0.1756 ± 6.39e-03+
	10,5	<b>0.1847 ± 5.76e-03</b>	0.2484 ± 7.08e-03+	0.3309 ± 2.00e-02+	0.2321 ± 3.69e-03+	0.2507 ± 6.14e-03+
DF12	10,10	0.3974 ± 4.48e-03	1.1157 ± 6.95e-02+	<b>0.3331 ± 3.25e-02-</b>	0.6032 ± 2.74e-02+	0.4038 ± 1.36e-03+
	5,10	0.4009 ± 2.15e-03	1.1551 ± 4.25e-02+	<b>0.3615 ± 6.26e-03-</b>	0.6383 ± 3.23e-02+	0.4037 ± 3.36e-03+
	10,5	0.3935 ± 2.44e-03	1.2017 ± 8.29e-02+	<b>0.3084 ± 3.74e-02-</b>	0.6159 ± 4.32e-02+	0.4050 ± 2.32e-03+
DF13	10,10	<b>0.2745 ± 1.40e-02</b>	0.4628 ± 2.39e-01+	0.3056 ± 7.99e-03+	0.5226 ± 6.04e-03+	0.4922 ± 1.39e-01+
	5,10	<b>0.3385 ± 2.38e-02</b>	0.4614 ± 4.37e-02+	0.3274 ± 2.08e-02≈	0.5065 ± 1.15e-02+	0.8113 ± 1.85e-01+
	10,5	<b>0.3198 ± 1.14e-02</b>	0.3935 ± 4.47e-02+	3.5685 ± 1.20e-01+	0.4639 ± 4.15e-03+	0.6121 ± 9.32e-01+
DF14	10,10	<b>0.0836 ± 5.70e-03</b>	0.1062 ± 2.68e-02+	0.1439 ± 1.55e-02+	0.2128 ± 2.86e-03+	0.2873 ± 1.24e-01+
	5,10	<b>0.1195 ± 1.07e-02</b>	0.1590 ± 4.65e-02+	0.1595 ± 3.71e-02+	0.2115 ± 4.85e-03+	0.5562 ± 2.39e-01+
	10,5	<b>0.1673 ± 5.76e-02</b>	0.3098 ± 2.26e-02+	2.0910 ± 1.15e-01+	0.3073 ± 4.81e-03+	0.5997 ± 1.68e-01+
	+/-/-		33/5/4	31/6/5	29/6/7	36/5/1



1) 目标域种群生成策略的有效性分析.

为深入研究目标域种群生成策略的有效性, 在 SSTL-DMOEA 的基础上设计了 3 种变体. 第 1 种变体 (SSTL-DMOEA-T1) 使用随机生成种群的方式代替目标域种群生成策略生成的种群; 第 2 种变体 (SSTL-DMOEA-T2) 删除了在上一环境最优解集上移动的距离, 保留其它部分; 第 3 种变体 (SSTL-DMOEA-T3) 将目标域种群生成策略中在新环境下进化一次删除, 保留其它部分. 这 3 种变体与最初 SSTL-DMOEA 在 DF 测试问题上进行了比较. 表 6 给出 SSTL-DMOEA 及其变体获得的 MIGD 指标的平均值及标准差. 其中, SSTL-DMOEA 在 42 个测试用例中有 27 例达到最佳效果, 而变体 SSTL-DMOEA-T1, SSTL-DMOEA-T2 和 SSTL-DMOEA-T3 分别有 2, 8 和 5 例获得最佳结果. 实验结果表明, SSTL-DMOEA 的性能优于它的 3 个变体, 从而可以说明, 目标域种群生成策略是有效的, 使用目标域种群生成策略生成的这些点可以有效地利用所有当前环境中的有利知识构建更准确的预测模型.

2) 基于半监督迁移学习的初始种群生成策略的有效性分析.

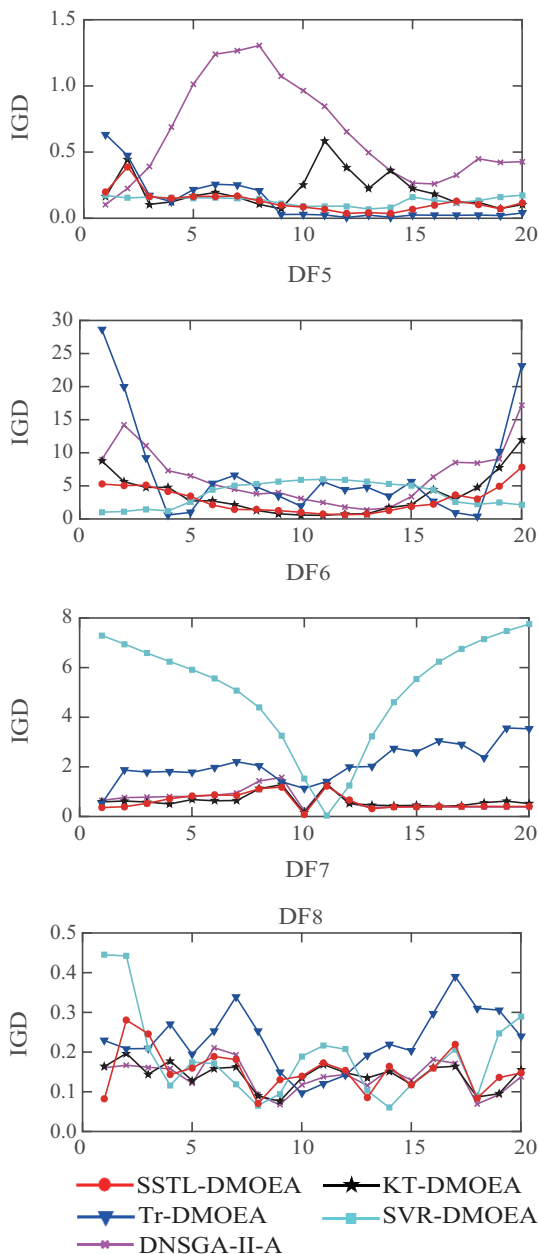
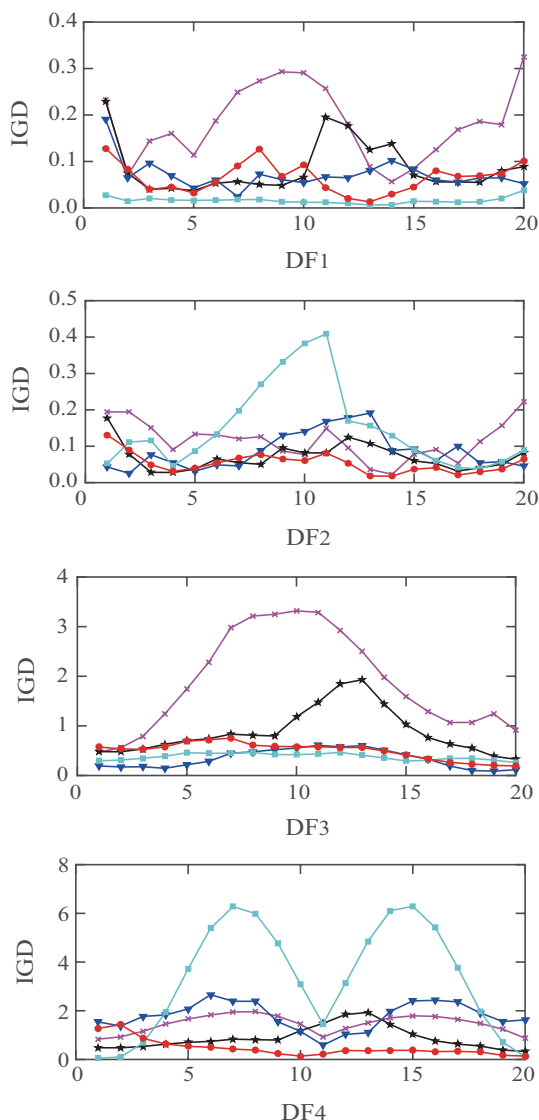


图 2 SSTL-DMOEA 及其对比算法在 DF 问题上的 IGD 均值变化比较

Fig. 2 Comparison trends of average IGD of SSTL-DMOEA and its comparison algorithm on DF problem

为验证基于半监督迁移学习的初始种群生成策略的有效性, 设计了一种变体 (SSTL-DMOEA-P1), 直接使用目标域种群生成策略的结果作为环境变化后的初始种群, 即将基于半监督迁移学习的初始种群生成策略删除. 表 7 给出 SSTL-DMOEA 及 SSTL-DMOEA-P1 获得的 MIGD 指标的平均值及标准差. 其中, SSTL-DMOEA 在 42 个测试用例中有 36 例达到最佳效果, 而变体 SSTL-DMOEA-P1 只有 6 例获得最佳结果. 因此, 可以认为基于半监督迁移学习的初始种群生成策略可以有效的将历史环境的有利信息迁移到当前环境中, 提高了搜寻效率.

表6 SSTL-DMOEA, SSTL-DMOEA-T1, SSTL-DMOEA-T2和SSTL-DMOEA-T3  
在DF上获得的MIGD均值和标准差  
Table 6 The mean and standard deviation of MIGD of SSTL-DMOEA, SSTL-DMOEA-T1,  
SSTL-DMOEA-T2 and SSTL-DMOEA-T3 were obtained on DF problem

Problem	$\tau_t, n_t$	SSTL-DMOEA	SSTL-DMOEA-T1	SSTL-DMOEA-T2	SSTL-DMOEA-T3
DF1	10,10	<b>0.0653 ± 2.80e-03</b>	0.1371 ± 1.64e-02+	0.0663 ± 8.31e-03≈	0.1711 ± 1.54e-02+
	5,10	0.1337 ± 1.07e-02	0.2085 ± 2.19e-02+	<b>0.1235 ± 9.36e-03≈</b>	0.2580 ± 4.96e-02+
	10,5	<b>0.0460 ± 1.78e-02</b>	0.1003 ± 7.98e-03+	0.0891 ± 8.83e-03+	0.1711 ± 1.54e-02+
DF2	10,10	<b>0.0540 ± 4.76e-03</b>	0.0861 ± 6.27e-03+	0.0583 ± 3.81e-03+	0.1223 ± 2.95e-02+
	5,10	0.1097 ± 8.06e-03	0.1449 ± 1.11e-02+	0.1069 ± 6.07e-03≈	0.1558 ± 2.13e-02≈
	10,5	<b>0.0530 ± 1.76e-02</b>	0.0743 ± 1.07e-02+	0.0639 ± 6.62e-03+	0.1354 ± 1.20e-02+
DF3	10,10	<b>0.4583 ± 1.82e-02</b>	0.7435 ± 9.06e-02+	0.4842 ± 4.40e-02+	1.8475 ± 3.81e-01+
	5,10	0.4822 ± 4.60e-02	0.7424 ± 9.11e-02+	<b>0.4426 ± 2.78e-02-</b>	1.4676 ± 2.68e-01+
	10,5	0.3784 ± 2.43e-02	0.3571 ± 5.42e-02≈	<b>0.3295 ± 2.08e-02-</b>	0.7644 ± 9.49e-02+
DF4	10,10	<b>0.7695 ± 2.65e-01</b>	4.8167 ± 2.14e+00+	1.1895 ± 3.85e-01+	4.7586 ± 3.36e-01+
	5,10	<b>0.7259 ± 1.08e-01</b>	7.5686 ± 9.26e-01+	0.9342 ± 1.80e-01+	2.2989 ± 1.19e+00+
	10,5	0.8448 ± 2.38e-01	1.3918 ± 5.70e-01+	<b>0.5277 ± 1.46e-01+</b>	1.6100 ± 1.15e+00+
DF5	10,10	<b>0.1241 ± 1.63e-02</b>	0.3491 ± 6.20e-02+	0.1645 ± 2.90e-02≈	0.9246 ± 2.96e-02+
	5,10	<b>0.1692 ± 2.55e-02</b>	0.5059 ± 6.54e-02+	0.1787 ± 2.58e-02≈	0.7345 ± 1.76e-01+
	10,5	0.1631 ± 8.05e-03	0.1827 ± 1.71e-02+	<b>0.1224 ± 1.98e-02≈</b>	0.3626 ± 8.82e-02+
DF6	10,10	<b>2.8562 ± 5.33e-01</b>	3.5322 ± 5.88e-01+	3.5886 ± 6.03e-01+	6.1024 ± 7.23e-01+
	5,10	4.3844 ± 5.13e-01	5.9044 ± 6.84e-01+	<b>4.3067 ± 3.00e-01≈</b>	6.3886 ± 8.15e-01≈
	10,5	3.0216 ± 5.16e-01	2.8191 ± 4.32e-01≈	<b>2.3720 ± 4.90e-01≈</b>	3.0903 ± 5.27e-01≈
DF7	10,10	0.5962 ± 2.71e-02	<b>0.5870 ± 2.29e-02-</b>	0.6592 ± 1.63e-02≈	0.6522 ± 3.88e-02≈
	5,10	<b>0.5734 ± 2.06e-02</b>	0.5852 ± 4.71e-02≈	0.6084 ± 4.29e-02≈	0.6195 ± 2.94e-02≈
	10,5	<b>0.4730 ± 1.85e-02</b>	0.4897 ± 2.44e-02≈	0.4952 ± 1.95e-01+	0.5324 ± 2.02e-02+
DF8	10,10	0.1334 ± 2.75e-03	0.1946 ± 1.12e-02+	0.1348 ± 6.94e-03+	<b>0.1304 ± 1.92e-03-</b>
	5,10	0.1794 ± 6.65e-03	0.2407 ± 1.81e-02+	0.1665 ± 1.32e-03+	<b>0.1611 ± 1.88e-02≈</b>
	10,5	0.1507 ± 6.65e-03	0.1801 ± 9.92e-03+	0.1381 ± 9.39e-02+	<b>0.1329 ± 4.92e-02≈</b>
DF9	10,10	<b>1.5593 ± 1.27e-01</b>	1.9926 ± 7.21e-02+	1.8815 ± 2.15e-02+	2.3813 ± 1.49e-01+
	5,10	<b>1.7363 ± 1.02e-01</b>	1.9591 ± 7.02e-02+	1.8385 ± 9.95e-02+	2.3725 ± 1.03e-01+
	10,5	<b>1.2248 ± 9.39e-02</b>	1.4909 ± 5.30e-02+	1.4268 ± 8.87e-01+	1.6592 ± 6.41e-02+
DF10	10,10	0.2635 ± 2.12e-02	0.2451 ± 1.56e-02-	0.2671 ± 2.62e-02+	<b>0.2360 ± 1.82e-02-</b>
	5,10	0.2976 ± 1.09e-02	<b>0.2592 ± 3.69e-02-</b>	0.3326 ± 1.73e-02≈	0.2849 ± 1.84e-02≈
	10,5	0.3024 ± 2.90e-02	0.2588 ± 1.04e-02-	0.2884 ± 1.37e-02+	<b>0.2508 ± 1.21e-02-</b>
DF11	10,10	<b>0.1168 ± 1.07e-02</b>	0.1624 ± 4.34e-03+	0.1476 ± 2.47e-02+	0.1472 ± 3.17e-03+
	5,10	<b>0.1501 ± 9.58e-03</b>	0.2017 ± 1.42e-02+	0.3326 ± 1.73e-02≈	0.1529 ± 5.32e-03+
	10,5	<b>0.1847 ± 5.76e-03</b>	0.2430 ± 6.70e-03+	0.2884 ± 1.37e-02-	0.2395 ± 4.38e-03+
DF12	10,10	<b>0.3974 ± 4.48e-03</b>	1.2055 ± 2.88e-02+	1.2166 ± 4.90e-02+	1.4378 ± 1.36e-03+
	5,10	<b>0.4009 ± 2.15e-03</b>	1.1651 ± 3.14e-02+	1.2154 ± 2.11e-03+	1.5454 ± 3.36e-03+
	10,5	<b>0.3935 ± 2.44e-03</b>	1.2604 ± 1.52e-02+	1.2680 ± 3.74e-03+	1.5887 ± 2.32e-03+
DF13	10,10	<b>0.2745 ± 1.40e-02</b>	0.3937 ± 1.60e-02+	0.3375 ± 1.83e-02+	0.5076 ± 1.49e-01+
	5,10	<b>0.3385 ± 2.38e-02</b>	0.6861 ± 6.68e-02+	0.4327 ± 3.73e-02+	1.1250 ± 1.21e-01+
	10,5	<b>0.3198 ± 1.14e-02</b>	0.3728 ± 2.00e-02+	0.3630 ± 1.15e-02+	0.5951 ± 5.68e-02+
DF14	10,10	<b>0.0836 ± 5.70e-03</b>	0.1333 ± 2.04e-02+	0.0934 ± 6.84e-03+	0.2347 ± 6.18e-02+
	5,10	<b>0.1195 ± 1.07e-02</b>	0.2687 ± 2.96e-02+	0.1268 ± 9.88e-03+	0.5410 ± 1.04e-01+
	10,5	<b>0.1673 ± 5.76e-02</b>	0.3298 ± 5.76e-02+	0.3205 ± 8.07e-03+	0.4015 ± 5.74e-02+
		+ / ≈ / -	34/4/4	25/12/5	31/8/3

表 7 SSTL-DMOEA和SSTL-DMOEA-P1在 DF上获得的MIGD均值和标准差  
Table 7 The mean and standard deviation of MIGD of SSTL-DMOEA and SSTL-DMOEA-P1 were obtained on DF problem

Problem	$\tau_t, n_t$	SSTL-DMOEA	SSTL-DMOEA-P1
DF1	10,10	<b>0.0653 ± 2.80e-03</b>	1.4307 ± 2.31e-01+
	5,10	<b>0.1337 ± 1.07e-02</b>	1.1407 ± 1.92e-01+
	10,5	<b>0.0460 ± 1.78e-02</b>	0.6712 ± 1.05e-01+
DF2	10,10	<b>0.0540 ± 4.76e-03</b>	1.3086 ± 3.34e-01+
	5,10	0.1097 ± 8.06e-03	<b>0.9651 ± 1.75e-01</b> ≈
	10,5	<b>0.0530 ± 1.76e-02</b>	0.7015 ± 4.43e-02+
DF3	10,10	<b>0.4583 ± 1.82e-02</b>	2.4321 ± 5.19e-01+
	5,10	<b>0.4822 ± 4.60e-02</b>	2.0342 ± 5.19e-01+
	10,5	<b>0.3784 ± 2.43e-02</b>	5.8868 ± 1.59e+00+
DF4	10,10	<b>0.7695 ± 2.65e-01</b>	2.4577 ± 2.24e+00+
	5,10	<b>0.7259 ± 1.08e-01</b>	2.3225 ± 1.48e+00+
	10,5	<b>0.8448 ± 2.38e-01</b>	1.8478 ± 9.64e-01+
DF5	10,10	<b>0.1241 ± 1.63e-02</b>	0.9344 ± 2.79e-01+
	5,10	<b>0.1692 ± 2.55e-02</b>	1.0591 ± 2.51e-01≈
	10,5	<b>0.1631 ± 8.05e-03</b>	1.9378 ± 3.90e-01+
DF6	10,10	<b>2.8562 ± 5.33e-01</b>	18.0910 ± 4.56e-01+
	5,10	<b>4.3844 ± 5.13e-01</b>	17.7750 ± 6.47e-01≈
	10,5	<b>3.0216 ± 5.16e-01</b>	18.0960 ± 1.35e-01+
DF7	10,10	0.5962 ± 2.71e-02	<b>0.5955 ± 4.27e-02</b> ≈
	5,10	<b>0.5734 ± 2.06e-02</b>	0.6036 ± 3.30e-02≈
	10,5	<b>0.4730 ± 1.85e-02</b>	0.6745 ± 2.07e-01+
DF8	10,10	<b>0.1334 ± 2.75e-03</b>	0.1517 ± 1.99e-02+
	5,10	0.1794 ± 6.65e-03	<b>0.1671 ± 1.51e-02</b> ≈
	10,5	<b>0.1507 ± 6.65e-03</b>	0.1629 ± 1.96e-02≈
DF9	10,10	<b>1.5593 ± 1.27e-01</b>	3.9599 ± 5.82e-01+
	5,10	<b>1.7363 ± 1.02e-01</b>	4.3384 ± 7.62e-01+
	10,5	<b>1.2248 ± 9.39e-02</b>	2.6323 ± 3.73e-01≈
DF10	10,10	0.2635 ± 2.12e-02	<b>0.2247 ± 2.69e-02</b> -
	5,10	0.2976 ± 1.09e-02	<b>0.2592 ± 3.69e-02</b> ≈
	10,5	0.3024 ± 2.90e-02	<b>0.2482 ± 1.48e-02</b> -
DF11	10,10	<b>0.1168 ± 1.07e-02</b>	0.1619 ± 7.23e-03+
	5,10	<b>0.1501 ± 9.58e-03</b>	0.1799 ± 1.79e-02≈
	10,5	<b>0.1847 ± 5.76e-03</b>	0.2558 ± 7.44e-03+
DF12	10,10	<b>0.3974 ± 4.48e-03</b>	1.2165 ± 1.50e-03+
	5,10	<b>0.4009 ± 2.15e-03</b>	1.2170 ± 1.44e-03+
	10,5	<b>0.3935 ± 2.44e-03</b>	1.2676 ± 1.20e-03+
DF13	10,10	<b>0.2745 ± 1.40e-02</b>	0.5685 ± 9.86e-02+
	5,10	<b>0.3385 ± 2.38e-02</b>	1.3779 ± 4.59e-01+
	10,5	<b>0.3198 ± 1.14e-02</b>	2.9644 ± 7.30e-01+
DF14	10,10	<b>0.0836 ± 5.70e-03</b>	0.2703 ± 7.62e-02≈
	5,10	<b>0.1195 ± 1.07e-02</b>	0.6055 ± 1.95e-01+
	10,5	<b>0.1673 ± 5.76e-02</b>	1.6051 ± 2.57e-01+

+ / ≈ / -

29/11/2

## 5 结论

本文提出一种基于半监督迁移学习的动态多目标进化算法,该算法通过建立半监督迁移学习模型将历史环境的有利信息迁移至当前环境,可以在一定程度上克服真实评估点不足的问题,从而提高了算法对新环境的适应能力.其次,提出的目标域种群生成策略能够克服新环境中信息有限造成预测模型性能差的问题.与4种先进的动态多目标进化算法对比表明,本文所提出的算法在处理DMOPs时具有明显的竞争优势,可以较好追踪动态变化的Pareto最优前沿.在未来的工作中,如何将历史环境的有利信息高效的迁移到当前环境仍是一个巨大的挑战.此外,将提出的算法去解决现实生活中的DMOPs也是笔者未来工作中进一步研究的内容.

## 参考文献:

- [1] JIANG M, HUANG Z, JIANG G, et al. Motion generation of multi-legged robot in complex terrains by using estimation of distribution algorithm. *IEEE Symposium on Computational Intelligence for Human-like Intelligence (IEEE CIHLI'17)*. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2017: 1 – 6.
- [2] DU W, ZHONG W, TANG Y, et al. High-dimensional robust multi-objective optimization for order scheduling: A decision variable classification approach. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2019, 15(1): 293 – 304.
- [3] ZHENG Jinghua, PENG Zhou, ZOU Juan, et al. A prediction strategy based on guide-individual for dynamic multi-objective optimization. *Acta Electronica Sinica*, 2015, 43(9): 1816 – 1825. (郑金华, 彭舟, 邹娟, 等. 基于引导个体的预测策略求解动态多目标优化问题. *电子学报*, 2015, 43(9): 1816 – 1825.)
- [4] DEB K, JAIN H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, Part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(4): 602 – 622.
- [5] ZHOU A M, QU B Y, LI H, et al. Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, 1(1): 32 – 49.
- [6] FARINA M, DEB K, AMATO P. Dynamic multiobjective optimization problems: Test cases, approximation, and applications. *Proceedings of the 2nd International Conference on Evolutionary Multi-criterion Optimization Springer*, 2003, 8(5): 425 – 442.
- [7] LIU Ruochen, LI Jianxia, LIU Jing, et al. A survey on dynamic multi-objective optimization. *Chinese Journal of Computers*, 2020, 43(7): 1246 – 1278. (刘若辰, 李建霞, 刘静, 等. 动态多目标优化研究综述. *计算机学报*, 2020, 43(7): 1246 – 1278.)
- [8] MA Yongjie, CHEN Min, GONG Ying, et al. Research progress of dynamic multi-objective optimization evolutionary algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(11): 2302 – 2318. (马永杰, 陈敏, 龚影, 等. 动态多目标优化进化算法研究进展. *自动化学报*, 2020, 46(11): 2302 – 2318.)
- [9] DEB K, RAO N U B, KARTHIK S. Dynamic multi-objective optimization and decision-making using modified NSGA-II: A case study on hydro-thermal power scheduling. *Proceedings of the 4th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007: 803 – 817.
- [10] DEB K, AGRAWAL S, PRATAP A, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182 – 197.

- [11] GOH C K, TAN K C. A competitive-cooperative coevolutionary paradigm for dynamic multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2009, 13(1): 103 – 127.
- [12] SAHMOUD S, TOPCUOGLU H R. Sensor-based change detection schemes for dynamic multi-objective optimization problems. *2016 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*. Athens, Greece: IEEE, 2016: 1 – 8.
- [13] GONG D W, XU B, ZHANG Y, et al. A similarity-based cooperative co-evolutionary algorithm for dynamic interval multi-objective optimization problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(1): 142 – 156.
- [14] ZHANG K, SHENG C, LIU X, et al. Multiobjective evolution strategy for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 24(5): 974 – 988.
- [15] YANG S X. Memory-based immigrants for genetic algorithms in dynamic environments. *Genetic and Evolutionary Computation Conference*. New York, USA: Association for Computing Machinery, 2005: 1115 – 1122.
- [16] SHANG R H, JIAO L C, GONG M G, et al. An Immune clonal algorithm for dynamic multi-objective optimization. *Journal of Software*, 2007, 18(1): 2700 – 2711.
- [17] SAHMOUD S, TOPCUOGLU H R. A memory-based NSGA-II algorithm for dynamic multi-objective optimization problems. *Proceedings of the 19th European Conference on Applications of Evolutionary Computation*. Switzerland: Springer, Cham, 2016: 296 – 310.
- [18] LIU Min, ZENG Wenhua, LIU Yuzhen. Bunchy memory method for dynamic evolutionary multi-objective optimization. *Computer Science*, 2016, 43(12): 241 – 247.  
(刘敏, 曾文华, 刘玉珍. 动态进化多目标优化中的串式记忆方法. *计算机科学*, 2016, 43(12): 241 – 247.)
- [19] ZOU J, LI Q Y, YANG S X, et al. A prediction strategy based on center points and knee points for evolutionary dynamic multi-objective optimization. *Applied Soft Computing*, 2017, 61: 806 – 818.
- [20] LIU M, ZHENG J H, WANG J N, et al. An adaptive diversity introduction method for dynamic evolutionary multiobjective optimization. *2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. Beijing, China: IEEE, 2014: 3160 – 3167.
- [21] AZZOUZ R, BECHIKH S, SAID L B. A dynamic multi-objective evolutionary algorithm using a change severity-based adaptive population management strategy. *Soft Computing*, 2017, 21(4): 885 – 906.
- [22] LIANG Z P, ZHENG S X, ZHU Z X, et al. Hybrid of memory and prediction strategies for dynamic multiobjective optimization. *Information Sciences*, 2019, 485: 200 – 218.
- [23] LIANG Zhengping, LI Huicai, WANG Zhiqiang, et al. Dynamic multi-objective evolutionary algorithm with adaptive change response. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(8): 1688 – 1706.  
(梁正平, 李辉才, 王志强, 等. 自适应变化响应的动态多目标进化算法. *自动化学报*, 2023, 49(8): 1688 – 1706.)
- [24] PENG Z, ZHENG J H, ZOU J, et al. Novel prediction and memory strategies for dynamic multi-objective optimization. *Soft Computing*, 2015, 19(9): 2633 – 2653.
- [25] MA Xuemin, YANG Jingming, SUN Hao, et al. Dynamic multi-objective optimization algorithm based on multi-regional center point prediction. *Control and Decision*, 2022, 37(10): 2477 – 2486.  
(马学敏, 杨景明, 孙浩, 等. 基于多区域中心点预测的动态多目标优化算法. *控制与决策*, 2022, 37(10): 2477 – 2486.)
- [26] ZHOU A M, JIN Y C, ZHANG Q F. A population prediction strategy for evolutionary dynamic multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(1): 40 – 53.
- [27] MURUGANANTHAM A, TAN K C, VADAKKEPAT P. Evolutionary dynamic multiobjective optimization via kalman filter prediction. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(12): 2862 – 2873.
- [28] DING Jinliang, YANG Cuie, CHEN Lipeng, et al. Dynamic multi-objective optimization algorithm based on reference point prediction. *Acta Automatica Sinica*, 2017, 43(2): 313 – 320.  
(丁进良, 杨翠娥, 陈立鹏, 等. 基于参考点预测的动态多目标优化算法. *自动化学报*, 2017, 43(2): 313 – 320.)
- [29] CAO L L, XU L H, GOODMAN E D, et al. Evolutionary dynamic multiobjective optimization assisted by a support vector regression predictor. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 24(2): 305 – 319.
- [30] ZOU F, YEN G G, TANG L, et al. A reinforcement learning approach for dynamic multi-objective optimization. *Information Sciences*, 2021, 546(4): 815 – 834.
- [31] WANG F, LIAO F S, LI Y X, et al. A new prediction strategy for dynamic multi-objective optimization using gaussian mixture model. *Information Sciences*, 2021, 580: 331 – 351.
- [32] CHEN G Y, GUO Y N, HUANG M Y, et al. A domain adaptation learning strategy for dynamic multiobjective optimization. *Information Sciences: An International Journal*, 2022, 606: 328 – 349.
- [33] JIANG M, HUANG Z Q, QIU L M, et al. Transfer learning-based dynamic multiobjective optimization algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 22(4): 501 – 514.
- [34] JIANG M, WANG Z Z, QIU L M, et al. A fast dynamic evolutionary multiobjective algorithm via manifold transfer learning. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(7): 3417 – 3428.
- [35] JIANG M, WANG Z Z, HONG H K, et al. Knee point based imbalanced transfer learning for dynamic multi-objective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2020, 25(1): 117 – 129.
- [36] JIANG M, WANG Z, GUO S, et al. Individual-based transfer learning for dynamic multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51(10): 4968 – 4981.
- [37] YE Y L, LIN Q Z, MA L J, et al. Multiple source transfer learning for dynamic multi-objective optimization. *Information Sciences*, 2022, 607: 739 – 757.
- [38] CHEN G T, GUO Y N, HUANG M Y, et al. A domain adaptation learning strategy for dynamic multiobjective optimization. *Information Sciences: An International Journal*, 2022, 41(11): 2724 – 2739.
- [39] LI J Q, SUN T, LIN Q Z, et al. Reducing negative transfer learning via clustering for dynamic multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26(5): 1102 – 1116.
- [40] LI L M, ZHANG Z Y. Semi-supervised domain adaptation by covariance matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2019, 41(11): 2724 – 2739.
- [41] ZHANG Q F, HUI L. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, 11(6): 712 – 731.
- [42] JIANG S Y, YANG S X, YAO X, et al. Benchmark functions for the CEC' 2018 competition on dynamic multiobjective optimization. *Technical Report, Institute of Artificial Intelligence*. England: Newcastle University, 2018.
- [43] SIERRA M R, COELLO C A C. Improving PSO-based multi-objective optimization using crowding, mutation and  $\epsilon$ -dominance. *Proceedings of the 3th International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005: 505 – 519.

#### 作者简介:

刘闾蓉 硕士研究生, 目前研究方向为动态多目标优化, E-mail: liu\_kanrong@163.com;

李岩 博士, 高级工程师, 目前研究方向为复杂过程建模控制与优化, E-mail: 18298437@qq.com;

谭树彬 博士, 副教授, 目前研究方向为智能控制理论及应用、复杂过程建模、控制与优化、故障诊断, E-mail: tanshubin@mail.neu.edu.cn;

刘圆超 博士研究生, 目前研究方向为多目标优化, E-mail: Yuanchaoliu@126.com;

刘建昌 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制理论及应用、复杂过程建模、控制与优化、故障诊断, E-mail: liujianchang@ise.neu.edu.cn.