第 42 卷第 1 期
2025 年 1 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 42 No. 1
Jan. 2025

基于事件触发的不确定多智能体系统自适应一致性

陈世明†, 叶舒康, 马旭阳, 邹钰彬, 刘　江

(华东交通大学 电气与自动化工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 针对有向拓扑下一般非线性多智能体系统中参数不确定和系统通信能力受限等问题, 本文提出了一种结合模型参考自适应和事件触发机制的一致性控制协议. 该协议首先为每个参数不确定的智能体设计一个参考智能体, 其中自适应律的设计保证了不确定参数的有效估计, 然后基于事件触发机制向邻居智能体发送参考智能体状态, 最后基于接收的邻居参考智能体状态及自身实际状态设计控制器. 采用对参考智能体设计事件触发策略的方式, 可以有效避免智能体间的连续通信, 减少系统通信资源. 利用矩阵论、代数图论以及Lyapunov稳定性理论, 证明在该控制协议下, 含参数不确定一般非线性多智能体系统能实现一致性, 且不存在Zeno行为. 仿真实例进一步验证了理论结果的有效性.

关键词: 一般非线性多智能体系统; 事件触发控制; 模型参考自适应; 参数不确定

引用格式: 陈世明, 叶舒康, 马旭阳, 等. 基于事件触发的不确定多智能体系统自适应一致性. 控制理论与应用, 2025, 42(1): 33 – 40

DOI: 10.7641/CTA.2023.30143

Event-triggered adaptive consensus control for uncertain multi-agent systems

CHEN Shi-ming†, YE Shu-kang, MA Xu-yang, ZOU Yu-bin, LIU Jiang

(School of Electrical and Automation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China)

Abstract: For the problems of uncertain parameters and limited system communication ability in general nonlinear multi-agent systems under directed graphs, a consensus control protocol combining model reference adaptation and event-triggered mechanism is proposed. The protocol first designs a reference agent for each uncertain agent, the design of adaptive law ensures the effective estimation of uncertain parameters, then sends the reference agent state to neighbor agents based on an event-triggered mechanism, and finally designs a controller based on the received neighbor reference agent state and its actual state. This protocol adopts the method of designing event trigger strategy based on the reference model of the agent to effectively avoid continuous communication between agents and reduce system communication resources. The matrix theory, algebraic graph theory, and Lyapunov stability theory are used to prove the control strategy. General nonlinear uncertain multi-agent systems can achieve consensus without Zeno behavior. Simulation examples further verify the validity of the theoretical results.

Key words: general nonlinear multi-agent systems; event triggered control; model reference adaptive; uncertainties

Citation: CHEN Shiming, YE Shukang, MA Xuyang, et al. Event-triggered adaptive consensus control for uncertain multi-agent systems . *Control Theory & Applications*, 2025, 42(1): 33 – 40

1　引言

近年来, 随着多智能体系统在机器人系统、编队控制、智能电网、蜂拥等领域的广泛应用, 多智能体协同控制引起了学者们的广泛关注[1–7]. 一致性是多智能体协同控制的基础, 其基本思想是利用智能体信息设计控制协议实现所有智能体状态趋于一致. 在实际工程应用中, 智能体间的信息交互往往受限于通信带宽, 因此, 在设计控制协议时有必要考虑如何消除连续通信的要求, 从而减少系统通信资源损耗. 由此, 研究基于事件触发的多智能体一致性有着较高的应用价值.

学者们针对事件触发控制在多智能体系统中的应用进行了大量研究. 文献[8]针对单积分器和双积分器

收稿日期: 2023−03−19; 录用日期: 2023−12−12.

†通信作者. E-mail: c1977318@hotmail.com; Tel.: +86 13767055358.

本文责任编委: 夏元清.

国家自然科学基金项目(62263011, 61973118), 江西省重点研发计划重点项目(20212BBE51010)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62263011, 61973118) and the Key Project of Jiangxi Province Key Research and Development Plan (20212BBE51010).

系统, 设计了一种新的事件触发控制协议. 文献[9]受文献[8]的启发, 引入矩阵指数函数, 将其结果进行推广至一般线性系统. 随后, 文献[10]考虑了异构一般线性多智能体系统, 提出了一种基于观测器的事件触发控制协议. 文献[11]研究了基于事件触发的非线性多智能体系统固定时间一致性. 随后, 文献[12]进一步研究了固定拓扑和切换拓扑下基于事件触发的非线性多智能体系统固定时间平均一致性, 解决了触发条件依赖于智能体间的连续通信问题. 文献[13]率先结合自适应控制设计了一种与Laplacian矩阵特征值信息无关的控制协议, 使得其不依赖于通信图的全局信息. 文献[14]研究了基于事件触发的自适应控制协议来解决一般线性多智能体系统的无领导和领导跟随一致性问题. 文献[15]进一步针对无向图下有界不确定一般线性多智能体系统提出了基于事件触发的静态非光滑一致性协议, 为了避免非光滑协议引起的不良抖振效应, 设计了基于事件触发的静态连续协议, 另外, 还设计了一种连续的自适应事件触发协议. 上述研究大部分是关于确定的系统动力学方程, 文献[16]结合自适应径向基函数神经网络和Backstepping解决了具有时延和未知扰动的非线性不确定多智能体系统一致性问题. 文献[17]针对无向图和有向图不确定扰动的一般线性多智能体系统, 提出了一种基于延迟输出反馈的领导-跟随和无领导者一致性控制器, 其解决了有向图下的不确定多智能体系统一致性, 但是无法确定未知参数的信息. 文献[18]针对参数不确定的一阶多智能体系统, 提出了一种模型参考自适应控制策略, 但是其在有向图的情况下的一致性问题并未得到有效解决. 文献[19]解决了有向图下不确定参数一阶多智能体系统的一致性问题, 文献[20]将其结果推广到了一般线性系统和高阶积分器系统. 然而上述研究结果都是基于智能体间的连续通信, 为减少系统通信资源损耗, 为其设计合理的事件触发策略很有必要.

综合考虑上述因素, 本文将研究参数不确定一般非线性多智能体系统, 结合经典模型参考自适应为每个智能体设计一个参考智能体, 通过为参考智能体设计触发机制, 然后基于触发机制设计控制协议, 解决了有向图下基于事件触发考虑参数不确定的一般非线性系统一致性问题, 并且不存在Zeno行为. 相较于文献[8–9], 本文不仅研究了不确定系统, 而且给出了严格的相关参数选取原则. 相较于文献[14], 本文结果适用于有向图, 且所研究对象更加复杂, 结合了模型参考自适应对不确定参数进行估计. 相较于文献[20], 本文结合事件触发控制机制来设计控制协议, 实现一致性且避免Zeno行为的同时, 避免了智能体间的连续通信, 减少了系统通信资源损耗.

2 预备知识

2.1 代数图论

有向图$\mathcal{G} \triangleq (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$可描述$N$个智能体之间的通信拓扑关系, 其中$\mathcal{V}=\{1,2,\cdots,N\}$表示点集, $\mathcal{E}\in\mathcal{V}\times\mathcal{V}$表示边集, $(j,i)\in\mathcal{E}$表示智能体i收到智能体j的信息, 称智能体j为智能体i 的邻居. $\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbb{R}^{N\times N}$表示邻接加权矩阵, 其对角线元素$a_{ii}=0$, 当$(j,i)\in\mathcal{E}$时, 则$a_{ij}>0$, 否则, a_{ij}=0. 度矩阵$\mathcal{D}\in\mathbb{R}^{N\times N}$定义为对角矩阵diag$\{d_i\}$, 其中$d_i=\sum\limits_{j\in\mathcal{V}} a_{ij}$. Laplacian矩阵$\mathcal{L}\in\mathbb{R}^{N\times N}$定义为$\mathcal{L}=\mathcal{D}-\mathcal{A}$, 其中$l_{ii}=d_i$, 且$l_{ij}=-a_{ij}, \forall i\neq j$. 若有向图中存在1个节点, 且该节点到任意其他节点存在至少1条有向路径, 那么称该有向图含有有向生成树.

2.2 相关引理

引理 1[21] 如果$f(t), \dot{f}(t)\in\mathbb{L}_\infty$, 并且有$f(t)\in\mathbb{L}_q$(对于某些$q\in[1,\infty)$), 则$\lim\limits_{t\to\infty} f(t)=0$.

引理 2[22] 对于$(N-1)\times N$矩阵Q_N, 有

$$Q_N=\begin{bmatrix} -1+(N-1)v & 1-v & -v & \cdots & -v \\ -1+(N-1)v & -v & 1-v & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & -v \\ -1+(N-1)v & -v & \cdots & -v & 1-v \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中$v=\dfrac{N-\sqrt{N}}{N(N-1)}$. 矩阵$Q_N$具有以下性质:

$$\begin{cases} Q_N 1_N=0_{N-1},\ Q_N Q_N^{\mathrm{T}}=I_{N-1}, \\ Q_N^{\mathrm{T}} Q_N=I_N-\dfrac{1}{N}1_N 1_N^{\mathrm{T}}, \end{cases} \quad (2)$$

并有如下结果:

在有向图$\mathcal{G}$包含有向生成树的条件下$Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}$的$N-1$个特征值恰好等于$\mathcal{L}$的$N-1$个具有正实部的非零特征值, $\mathcal{L}$是有向图$\mathcal{G}$关联的Laplacian矩阵.

引理 3[23] 设$\mathcal{G}$为有向图, $\mathcal{L}\in\mathbb{R}^{N\times N}$为关联(非对称)Laplacian矩阵. 以下两种说法成立:

1) Laplacian矩阵$\mathcal{L}$有一个简单零特征值, 另外1_N为其对应的右特征向量, 并且其他所有特征值都具有正实部, 当且仅当$\mathcal{G}$包含有向生成树;

2) 如果$\mathcal{G}$包含了有向生成树, 那么存在向量$\delta\triangleq[\delta_1\ \cdots\delta_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^N$, 其中$\sum\limits_{i=1}^{N}\delta_i=1$且$\delta_i\geqslant 0, \forall i=1,\cdots,N$, 使得$\delta^{\mathrm{T}}\mathcal{L}=0$.

引理 4[9] 假设$H\in\mathbb{R}^{N\times N}$是Hurwitz稳定的, 那么对于所有的$t\geqslant 0$, 下式必然成立:

$$\|\mathrm{e}^{Ht}\|\leqslant\|P_H\|\|P_H^{-1}\|c_H\mathrm{e}^{a_H t}, \quad (3)$$

其中: P_H是可逆矩阵, 使$P_H^{-1}HP_H=J_H$, J_H表示矩阵H的Jordan规范型; $c_H>0$是正常数且由矩阵H决

定; a_H 则满足约束条件 $\max\limits_i \mathrm{Re}(\lambda_i(H)) < a_H < 0$, $\lambda_i(H)$表示矩阵H的特征值.

3　基于事件触发的模型参考自适应一致性

3.1　问题描述

考虑包含N个智能体的含参数不确定一般非线性多智能体系统, 第i个智能体动力学方程为

$$\dot{x}_i = Ax_i + B(u_i + \phi_i(t, x_i)\theta_i),\ i = 1, \cdots, N, \tag{4}$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^q$表示第i个智能体的状态向量, $u_i \in \mathbb{R}^m$表示控制输入, $\phi_i(t, x_i) \in \mathbb{R}^{m\times p}$是有界Lipchitz连续函数, $\theta_i \in \mathbb{R}^p$ 是第 i 个智能体的不确定参数, $A \in \mathbb{R}^{q\times q}$, $B \in \mathbb{R}^{q\times m}$是定常矩阵.

假设 1　式(4)中矩阵对(A, B)是可镇定的.

3.2　基于事件触发的自适应一致性控制器设计

考虑多智能体系统(4), 针对每个智能体设计一个基于事件触发的参考模型, 并称其为参考智能体, 其动力学方程为

$$\dot{z}_i(t) = Az_i(t) + \gamma BK\sum_{j=1}^N a_{ij}(\mathrm{e}^{A(t-t^i_{k_i})}\tilde{z}_i(t^i_{k_i}) - \mathrm{e}^{A(t-t^j_{k_j})}\tilde{z}_j(t^j_{k_j})). \tag{5}$$

代数Riccati方程为

$$A^TP + PA - PBB^TP + I_q = 0, \tag{6}$$

式(5)中: $z_i(t)$表示参考智能体i状态, 且$z_i(0) = x_i(0)$; $\tilde{z}_i(t^i_{k_i})$和$\tilde{z}_j(t^j_{k_j})$表示参考智能体i和参考智能体j最近一次触发时刻$t^i_{k_i}$和$t^j_{k_j}$的广播状态, $k_i, k_j = 1, 2, \cdots$; γ为控制增益. $K = -B^{\mathrm{T}}P$, $P > 0$表示式(6)的唯一解. 定义智能体状态和参考智能体状态间的跟踪误差为

$$e_i \triangleq x_i - z_i,\ i = 1, \cdots, N. \tag{7}$$

针对多智能体系统(4), 设计如下自适应控制器:

$$u_i = Ke_i - \phi_i\hat{\theta}_i + \gamma K\sum_{j=1}^N a_{ij}(e^{A(t-t^i_{k_i})}\tilde{z}_i(t^i_{k_i}) - e^{A(t-t^j_{k_j})}\tilde{z}_j(t^j_{k_j})), \tag{8}$$

其中$\hat{\theta}_i$是θ_i的估计值, 其更新方程为

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \phi_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe_i. \tag{9}$$

针对参考智能体(5), 为其设计触发协议

$$f_i(t, \xi_i(t)) = \|\xi_i(t)\| - \beta\mathrm{e}^{-\varepsilon t}, \tag{10}$$

其中, 定义参考智能体i上一触发时刻状态和参考智能体i当前时刻状态之间的状态误差为

$$\xi_i(t) \triangleq \mathrm{e}^{A(t-t^i_{k_i})}\tilde{z}_i(t) - z_i(t), \tag{11}$$

其中$\tilde{z}_i(t)$表示参考智能体i在t时刻保持的最近一次触发时刻$t^i_{k_i}$的参考智能体i广播状态. 式(10)中, β, ε是待定的正常数, 触发协议下, 智能体控制器连续监测其自身状态, 当状态误差$\xi_i(t)$超过给定的阈值时, 即$f_i(t, \xi_i(t)) \geqslant 0$, 参考智能体向邻居广播其当前状态. 单个智能体控制器设计图如图1所示.

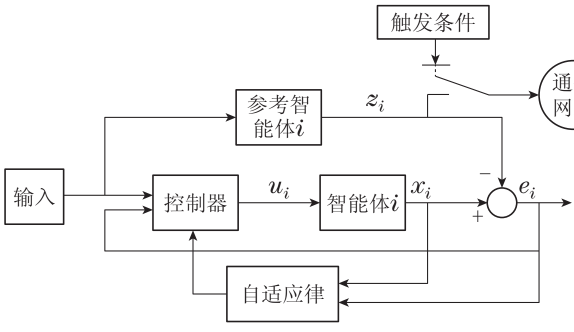

图 1　单个智能体控制器设计图

Fig. 1　Controller blueprint of single agent

定理 1　假设多智能体系统通信拓扑图$\mathcal{G}$包含有向生成树且假设1成立, 则跟踪误差(7)在控制器(8)的作用下最终可以收敛为 0, 即 $\lim\limits_{t\to\infty}(x_i - z_i) = 0, \forall i = 1, \cdots, N$.

证　对式(7)求导, 结合式(4)–(5), 可得误差动力学方程为

$$\dot{e}_i = Ae_i + B[u_i + \phi_i\theta_i - \gamma K\sum_{j=1}^N a_{ij} \times (\mathrm{e}^{A(t-t^i_{k_i})}\tilde{z}_i(t^i_{k_i}) - \mathrm{e}^{A(t-t^j_{k_j})}\tilde{z}_j(t^j_{k_j}))]. \tag{12}$$

根据提出的控制器(8), 结合式(12), 故有

$$\dot{e}_i = (A + BK)e_i - B\phi_i(\hat{\theta}_i - \theta_i) = (A + BK)e_i - B\phi_i\tilde{\theta}_i, \tag{13}$$

其中$\tilde{\theta}_i \triangleq \hat{\theta}_i - \theta_i$.

对于智能体i选取了如下Lyapunov函数:

$$V_i = e_i^{\mathrm{T}}Pe_i + \mathrm{tr}(\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_i), \tag{14}$$

其中$\tilde{\theta}_i \triangleq \hat{\theta}_i - \theta_i$, 结合式(6)(9)(13)对式(14) 求导有

$$\begin{aligned}\dot{V}_i =& 2e_i^{\mathrm{T}}P\dot{e}_i + 2\mathrm{tr}(\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_i) = \\ & e_i^{\mathrm{T}}P\dot{e}_i + \dot{e}_i^{\mathrm{T}}Pe_i + 2\mathrm{tr}(\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{\theta}}_i) = \\ & e_i^{\mathrm{T}}P((A + BK)e_i - B\phi_i\tilde{\theta}_i) + \\ & ((A + BK)e_i - B\phi_i\tilde{\theta}_i)^{\mathrm{T}}Pe_i + \\ & 2\mathrm{tr}(\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\phi_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe_i) = \\ & e_i^{\mathrm{T}}(PA + A^{\mathrm{T}}P - 2PBB^{\mathrm{T}}P)e_i - \\ & e_i^{\mathrm{T}}PB\phi_i\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\phi_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe_i + \\ & 2\mathrm{tr}(\tilde{\theta}_i^{\mathrm{T}}\phi_i^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}Pe_i) = -e_i^{\mathrm{T}}(I_q + PBB^{\mathrm{T}}P)e_i,\end{aligned} \tag{15}$$

由$I_p + PBB^{\mathrm{T}}P$是正定矩阵, 故有$\dot{V}_i \leqslant 0$, 有$V_i \in \mathbb{L}_\infty$且$e_i, \hat{\theta}_i, \tilde{\theta}_i \in \mathbb{L}_\infty$. 由$\phi$, e_i, $\tilde{\theta}_i$的有界性, 从式(13)可得$\dot{e}_i \in \mathbb{L}_\infty$. 对式(15)两边积分, 得$e_i \in \mathbb{L}_2$. 由$e_i \in \mathbb{L}_2 \bigcap \mathbb{L}_\infty$和$\dot{e}_i \in \mathbb{L}_\infty$, 由引理1得$\lim\limits_{t\to\infty} e_i(t) = 0_q$, $i = 1, \cdots, N$, 即$\lim\limits_{t\to\infty}(x_i(t) - z_i(t)) = 0_q$, $i = 1, \cdots, N$, 这

意味着多智能体系统的状态$x_i(t)$能实现对参考智能体状态$z_i(t)$的追踪. 证毕.

定理 2 假设通信拓扑图$\mathcal{G}$包含有向生成树且假设1成立, 在触发协议(10)下, 对于任意初始条件, 若控制增益γ满足

$$\gamma \geqslant \frac{1}{2\min\limits_{\alpha_i\neq 0}\mathrm{Re}(\alpha_i)}, \tag{16}$$

且触发协议满足

$$\beta>0,\ \max\mathrm{Re}(\varPsi_i)<a_\Omega<-\varepsilon<0 \tag{17}$$

则参考智能体状态可实现一致性, 即多智能体系统能够实现一致性且不存在Zeno现象. 其中α_i表示Laplacian矩阵$\mathcal{L}$的特征值, $\mathrm{Re}(\alpha_i)$表示α_i 的实部, $\varPsi_i$表示矩阵Ω的特征值.

证 对于整个多智能体系统, 令 $\hat{t}$ 为系统最近一次的触发时刻, 且定义如下列向量:

$$\begin{aligned}&z(t)=[z_1^{\mathrm{T}}(t)\ \cdots\ z_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},\\&\tilde{z}(\hat{t})=[\tilde{z}_1^{\mathrm{T}}(\hat{t})\ \cdots\ \tilde{z}_N^{\mathrm{T}}(\hat{t})]^{\mathrm{T}},\\&\xi(t)=[\xi_1^{\mathrm{T}}(t)\ \ \cdots\ \ \xi_N^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

则(5)可写为

$$\begin{aligned}\dot{z}(t)=&(I_N\otimes A)z(t)+\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\mathrm{e}^{(I_N\otimes A)(t-\hat{t})}\tilde{z}(\hat{t})=\\&(I_N\otimes A)z(t)+\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)z(t)+\\&\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t),\end{aligned} \tag{18}$$

定义$\hat{z}(t)=(Q_N\otimes I_q)z(t)$, 其中$Q_N$由引理2给出. 对式(18)两边同时左乘$(Q_N\otimes I_q)$, 即

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}(t)=&(Q_N\otimes A)z(t)+\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)z(t)+\\&\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t),\end{aligned} \tag{19}$$

由引理2和引理3可得

$$\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}Q_N=\mathcal{L}(I_N-\frac{1}{N}1_N1_N^{\mathrm{T}})=\mathcal{L}, \tag{20}$$

将(20)代入(19), 可得

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}(t)=&(I_{N-1}\otimes A)(Q_N\otimes I_q)z(t)+\\&\gamma(Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}Q_N\otimes BK)z(t)+\\&\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t)=\\&[I_{N-1}\otimes A+\gamma(Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}\otimes BK)]\hat{z}(t)+\\&\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t)=\\&\Omega\hat{z}(t)+\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t),\end{aligned} \tag{21}$$

其中$\Omega\triangleq I_{N-1}\otimes A+\gamma(Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}\otimes BK)$在有向图$\mathcal{G}$包含有向生成树的条件下, 由引理2, $Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}$的$n-1$个特征值是$\mathcal{L}$的$n-1$具有正实部的非零特征值. 易知存在一个酉矩阵$U$使得$M=U^*Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}U$是上三角矩阵且对角线元素是$Q_N\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}$的$n-1$个特征值, 记为$\alpha_i, i=2,\cdots,N$. 分析$\Omega$的稳定性可以通过分析$N-1$个子系统$\dot{x}_i=(A+\gamma\alpha_iBK)x_i$ 的稳定性, α_i, $i=2,\cdots,N$表示Laplacian矩阵$\mathcal{L}$的$n-1$具有正实部的非零特征值. 再结合(6)式, 于是有

$$\begin{aligned}&(A+\gamma\alpha_iBK)^*P+P(A+\gamma\alpha_iBK)=\\&A^{\mathrm{T}}P+PA+\gamma\alpha_i{}^*K^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}P+\gamma\alpha_iPBK=\\&-I_q+(1-2\gamma\mathrm{Re}(\alpha_i))PBB^{\mathrm{T}}P.\end{aligned} \tag{22}$$

注 1 $(A+\gamma\alpha_iBK)^*$表示$A+\gamma\alpha_iBK$的共轭转置. 由Lyapunov定理, $A+\gamma\alpha_iBK, (i=2,\cdots,N)$是Hurwitz稳定的充分条件是

$$\gamma\geqslant\frac{1}{2\min\limits_{\alpha_i\neq 0}\mathrm{Re}(\alpha_i)}. \tag{23}$$

由$A+\gamma\alpha_iBK, (i=2,\cdots,N)$都是Hurwitz稳定的, 故$\Omega$是Hurwitz稳定且$\Omega$的所有特征值具有严格的负实部. 且等式(21)随时间的解满足

$$\hat{z}(t)=\mathrm{e}^{\Omega t}\hat{z}(0)+\int_0^t\mathrm{e}^{\Omega(t-s)}\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(s)\mathrm{d}s. \tag{24}$$

由引理4和触发函数(10)可知, 对于$0\leqslant s\leqslant t$,

$$\begin{aligned}\|\mathrm{e}^{\Omega t}\hat{z}(0)\|\leqslant&(q(N-1)-1)\cdot\\&\|P_\Omega\|\|P_\Omega{}^{-1}\|c_\Omega\mathrm{e}^{a_var\Omega t}\|\hat{z}(0)\|,\end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}&\|\mathrm{e}^{\Omega(t-s)}\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\xi(s)\|\leqslant\\&c_\Omega\beta\sqrt{N}(q(N-1)-1)\|P_\Omega\|\|P_\Omega{}^{-1}\|\times\\&\|\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\|\mathrm{e}^{a_\Omega(t-s)}\mathrm{e}^{-\varepsilon s},\end{aligned} \tag{26}$$

其中c_Ω是一个与矩阵Ω相关的正常数, 并且有$\max\mathrm{Re}(\varPsi_i)<a_\Omega<0$.

注 2 式(25)–(26)用到了引理4的推广形式如下: $\|\mathrm{e}^{J_Ht}\|\leqslant(N-1)\|P_H\|\|P_H^{-1}\|c_H\mathrm{e}^{a_Ht}$.

令$c_1=c_\Omega(q(N-1)-1)\|P_\Omega\|\|P_\Omega{}^{-1}\|\|\hat{z}(0)\|$, $c_2=c_\Omega\beta\sqrt{N}(q(N-1)-1)\|P_\Omega\|\|P_\Omega{}^{-1}\|\|\gamma(Q_N\mathcal{L}\otimes BK)\|$, 由式(24)–(26)可得

$$\begin{aligned}\|\hat{z}(t)\|\leqslant&c_1\mathrm{e}^{a_\Omega t}+c_2\mathrm{e}^{a_\Omega t}\int_0^t\mathrm{e}^{-(a_\Omega+\varepsilon)s}\mathrm{d}s=\\&c_1\mathrm{e}^{a_\Omega t}+c_2\mathrm{e}^{a_\Omega t}(\frac{\mathrm{e}^{-(a_\Omega+\varepsilon)t}}{-a_\Omega-\varepsilon}+\frac{1}{a_\Omega+\varepsilon})=\\&(c_1+\frac{c_2}{a_\Omega+\varepsilon})\mathrm{e}^{a_\Omega t}-\frac{c_2}{a_\Omega+\varepsilon}\mathrm{e}^{-\varepsilon t}\leqslant\\&(c_1+\frac{c_2}{|a_\Omega+\varepsilon|})\mathrm{e}^{a_\Omega t}+\frac{c_2}{|a_\Omega+\varepsilon|})\mathrm{e}^{-\varepsilon t}.\end{aligned} \tag{27}$$

令$r_1=c_1+\frac{c_2}{|a_\Omega+\varepsilon|}$, $r_2=\frac{c_2}{|a_\Omega+\varepsilon|}$, 式(27)变换为

$$\|\hat{z}(t)\|\leqslant r_1\mathrm{e}^{a_\Omega t}+r_2\mathrm{e}^{-\varepsilon t}. \tag{28}$$

由$a_\Omega<0, -\varepsilon<0$, 有$\lim\limits_{t\to\infty}\hat{z}(t)=0_{(N-1)q}$. 由引理2, 注意到$\mathrm{rank}(Q_N)=\mathrm{rank}(Q_NQ_N^{\mathrm{T}})=N-1$, 因此$Q_N^{\mathrm{T}}$的零空间维数为1, 故当且仅当$z(t)=1_N\otimes a(t)$, $a(t)\in\mathbb{R}^q$时, $(Q_N\otimes I_q)z(t)=0_{(N-1)q}$, 这表明当且仅当$\hat{z}(t)=0_{(N-1)q}$时, $z_i(t)-z_j(t)=0_q, \forall i,j=1,\cdots,$

N. 于是由 $\lim\limits_{t\to\infty}\hat{z}(t)=0_{(N-1)q}$, 得 $\lim\limits_{t\to\infty}(z_i(t)-z_j(t))=0_q, \forall i,j=1,\cdots,N$. 又因为 $\lim\limits_{t\to\infty}e_i(t)=0_q, i=1,\cdots,N$, $x_i(t)=z_i(t)+e_i(t)$, 所以 $\lim\limits_{t\to\infty}(x_i(t)-x_j(t))=0_q, \forall i,j=1,\cdots,N$. 这意味着多智能体系统可以实现一致性.

下面证明系统不存在Zeno现象.

定义参考智能体的控制输入列组合向量为 $u_{\mathrm{r}}=[u_{\mathrm{r}1}^{\mathrm{T}}(t)\ \ \cdots\ \ u_{\mathrm{rN}}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 其中:
$u_{\mathrm{ri}}^{\mathrm{T}}(t)=\gamma K\sum\limits_{j=1}^{N}a_{ij}(\mathrm{e}^{A(t-t_{k_i}^i)}\tilde{z}_i(t_{k_i}^i)-\mathrm{e}^{A(t-t_{k_j}^i)}\tilde{z}_j(t_{k_j}^j))$, $i,j=1,\cdots,N$.

结合式(5), 于是有

$$\begin{aligned}(I_N\otimes B)u_r(t)=&\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)z(t)+\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t)=\\&\gamma(\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}Q_N\otimes BK)z(t)+\\&\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t)=\\&\gamma(\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}\otimes BK)\hat{z}(t)+\\&\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\xi(t),\end{aligned}\tag{29}$$

根据式(28)–(29), $\|(I_N\otimes B)u_{\mathrm{r}}(t)\|$的上界满足

$$\begin{aligned}&\|(I_N\otimes B)u_{\mathrm{r}}(t)\|\leqslant\\&\|\gamma(\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}\otimes BK)\|\|\hat{z}(t)\|+\|\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\|\beta\sqrt{N}\mathrm{e}^{-\varepsilon t}\leqslant\\&r_3\mathrm{e}^{a_\Omega t}+r_4\mathrm{e}^{-\varepsilon t},\end{aligned}\tag{30}$$

上式中, $r_3=\|\gamma(\mathcal{L}Q_N^{\mathrm{T}}\otimes BK)\|r_1$, $r_4=\|\gamma(\mathcal{L}\otimes BK)\|(r_2+\beta\sqrt{N})$.

令 $\Delta t_{k_i}^i=t_{k_i+1}^i-t_{k_i}^i$ 表示智能体i的触发时间间隔, 当 $t\in[t_{k_i}^i,t_{k_i+1}^i)$ 时, $\tilde{z}_i(t), i=1,\cdots,N$ 保持为常数. 由式(11)可知

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_i(t)=&A\mathrm{e}^{A(t-t_{ki}^i)}\tilde{z}_i(t)-Az_i(t)-Bu_{ri}(t)=\\&A\xi_i(t)-Bu_{ri}(t),\end{aligned}\tag{31}$$

于是有

$$\|\dot{\xi}_i(t)\|\leqslant\|A\|\,\|\xi_i(t)\|+\|Bu_{\mathrm{ri}}(t)\|,\tag{32}$$

由式(30)和 $\|Bu_{\mathrm{ri}}(t)\|\leqslant\|(I_N\otimes B)u_{\mathrm{r}}(t)\|$, 式(32)等价

$$\|\dot{\xi}_i(t)\|\leqslant r_3\mathrm{e}^{a_\Omega t}+(\beta\,\|A\|+r_4)\mathrm{e}^{-\varepsilon t},\tag{33}$$

定义两次事件触发间隔内的上界为

$$h(t)\triangleq r_3\mathrm{e}^{a_\Omega t}+r_5\mathrm{e}^{-\varepsilon t},\tag{34}$$

其中 $r_5=(\beta\,\|A\|+r_4)$, 且 r_3,r_5 为正常数. 于是有

$$\begin{aligned}\|\xi_i(t)\|=&\|\int_{t_{ki}^i}^t\dot{\xi}_i(s)\mathrm{d}s\|\leqslant\int_{t_{ki}^i}^t\|\dot{\xi}_i(s)\|\mathrm{d}s\leqslant\\&\int_{t_{ki}^i}^t h(s)\mathrm{d}s.\end{aligned}\tag{35}$$

由事件触发协议可知, 智能体i的下一个事件在 $\|\xi_i(t)\|=\beta\mathrm{e}^{-\varepsilon t}$ 之前不会触发. 表明当 $\int_{t_{ki}^i}^t h(s)\mathrm{d}s=\beta\mathrm{e}^{-\varepsilon t}$ 下一个事件会触发. 得到下一个事件触发时间间隔 $\Delta t_{k_i}^i$ 大于或等于下述方程的解:

$$(r_3\mathrm{e}^{a_\Omega t_{k_i}^i}+r_5\mathrm{e}^{-\varepsilon t_{k_i}^i})\Delta\tilde{t}_{k_i}^i=\beta\mathrm{e}^{-\varepsilon(t_{k_i}^i+\Delta\tilde{t}_{k_i}^i)},\tag{36}$$

也即

$$(r_3\mathrm{e}^{(a_\Omega+\varepsilon)t_{k_i}^i}+r_5)\Delta\tilde{t}_{k_i}^i=\beta\mathrm{e}^{-\varepsilon\Delta\tilde{t}_{k_i}^i}.\tag{37}$$

由 $\max\mathrm{Re}(\Psi_i)<a_\Omega<0$, 因此必然存在一个正常数$\varepsilon$使得 $\max\mathrm{Re}(\Psi_i)<a_\Omega<-\varepsilon<0$. 由于 $\varepsilon<-a_\Omega$, 则 $r_3\mathrm{e}^{(a_\Omega+\varepsilon)t_{k_i}^i}+r_5$ 的上界为 r_3+r_5. 所以上述方程的解总是大于 $(r_3+r_5)\Delta\bar{t}_{k_i}^i=\beta\mathrm{e}^{-\varepsilon\Delta\bar{t}_{k_i}^i}$ 的解. 注意到 $\Delta\bar{t}_{k_i}^i$ 是严格的正数. 因此 $\Delta\tilde{t}_{k_i}^i$ 严格为正, 这表明系统发生两次事件触发的时间间隔大于0, 因此不会产生Zeno现象.　证毕

4 仿真分析

考虑固定有向图下, 由6个具有不确定参数动力学方程(4)的智能体组成的多智能体系统. 其中:

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},$$

函数 $\phi_i(t,x_i)=\cos(0.5\cdot i\cdot x_{i1})$, 未知参数 $\theta_i=1.5i$, 解方程(6)可得

$$P=\begin{bmatrix}2.4142&2.4142&1\\2.4142&4.8284&2.4142\\1&2.4142&2.4142\end{bmatrix},$$

反馈增益矩阵 $K=[-1\ \ -2.4142\ \ -2.4142]$. 系统通信拓扑关系如图2所示, 该有向图包含一个有向生成树, 其Laplacian矩阵$\mathcal{L}$为

$$\mathcal{L}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&-1&0\\-1&2&-1&0&0&0\\0&-1&1&0&0&0\\0&0&-1&2&-1&0\\-1&-1&0&0&2&0\\-1&0&0&0&0&1\end{bmatrix}.$$

计算得Laplacian矩阵的特征值为0, 0.6753, 1, 2, 2.6624±0.5623i.

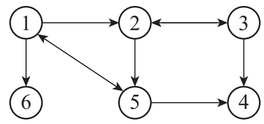

图 2　拓扑图

Fig. 2　Topological graph

由定理2, 选控制增益 $\gamma=1$, 触发函数参数选为 $\beta=2.4$, $\varepsilon=0.24$, 计算得Ω的特征值为

$-0.4713\pm0.8717i$, $-0.5457\pm0.4481i$, -1, $-0.5853\pm0.4519i$, $-0.7071\pm0.7071i$, -0.6876, $-0.5619\pm0.4190i$, $-5.3198\pm1.3867i$, -3.6579.

选定初始状态为

$$x_1(0)=\begin{bmatrix}-0.4\\-1.1\\0.3\end{bmatrix},\ x_2(0)=\begin{bmatrix}1.6\\0.9\\1.4\end{bmatrix},\ x_3(0)=\begin{bmatrix}0.9\\0.2\\-0.1\end{bmatrix},$$

$$x_4(0)=\begin{bmatrix}0.2\\-1.5\\-0.2\end{bmatrix},\ x_5(0)=\begin{bmatrix}-1.8\\-0.5\\-1.8\end{bmatrix},\ x_6(0)=\begin{bmatrix}1\\-0.7\\0.8\end{bmatrix}.$$

图3至图5表示其他智能体与智能体1在控制协议(8)下的状态误差.

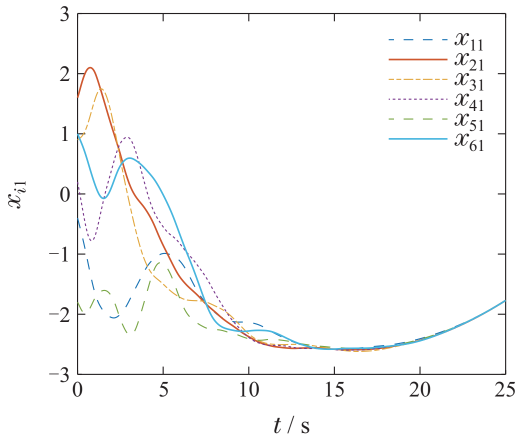

图 3 智能体状态$x_{i1}(t), i=1,2,\cdots,6$

Fig. 3 The state of agents $x_{i1}(t), i=1,2,\cdots,6$

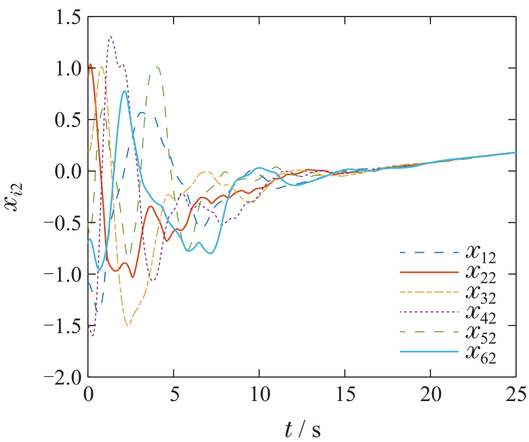

图 4 智能体状态$x_{i2}(t), i=1,2,\cdots,6$

Fig. 4 The state of agents $x_{i2}(t), i=1,2,\cdots,6$

图3至图5可以直观地说明, 当系统达到稳定状态时, 各个智能体能够实现一致性.

图6是智能体动力学方程中不确定参数θ_i的估计值$\hat{\theta}_i$, 可以看出最终的稳定估计值$\hat{\theta}_i \approx \theta_i = 1.5i$, 对不确定参数$\theta_i$的估计较为准确.

图7是各智能体在控制协议(8)下, 各个智能体的触发时间间隔, 其表明智能体间的相互交流不依赖于连续通信, 所设计的事件触发控制机制减少了系统的能量损耗.

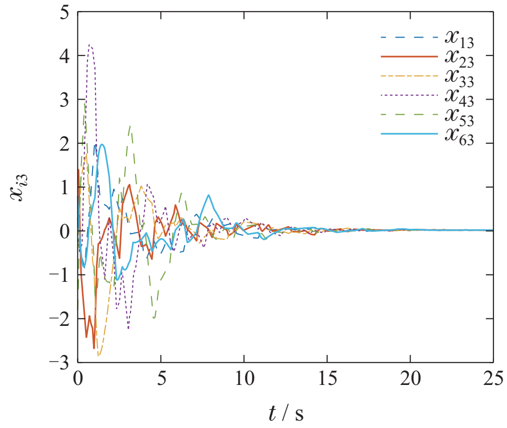

图 5 智能体状态$x_{i3}(t), i=1,2,\cdots,6$

Fig. 5 The state of agents $x_{i3}(t), i=1,2,\cdots,6$

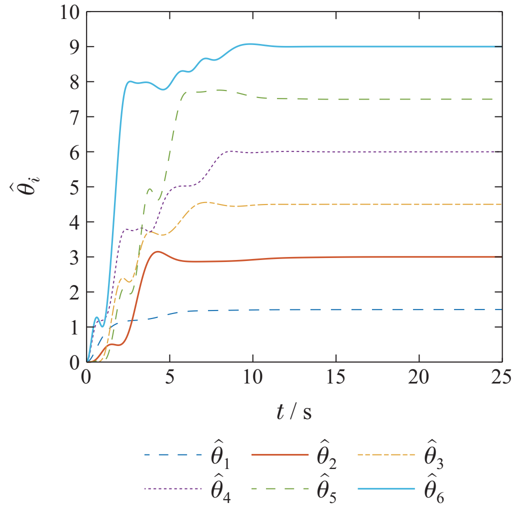

图 6 未知参数θ_i的估计值$\hat{\theta}_i$

Fig. 6 $\hat{\theta}_i$: The estimate of the unknown parameter θ_i

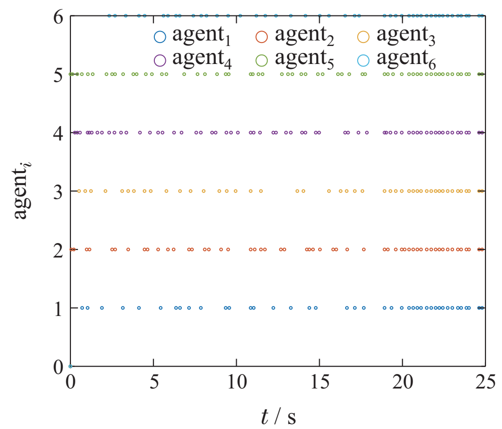

图 7 各智能体触发时刻

Fig. 7 Triggering instants of each agent

综上, 采用本文提出的广播参考智能体状态的事件触发方式能够使含不确定参数多智能体系统实现一致性. 为了进一步说明本文采用广播参考智能体状态设计协议的优点, 实例2中采用广播智能体实际状态进行协议设计, 其余参数与实例1保持一致, 仿真结果如下.

表1表示采用广播智能体状态和采用广播参考智能体状态进行协议设计的事件触发次数, 通过对比两种设计方法的触发次数, 表1可以直观地说明, 采用参考智能体状态的设计方法可以更加有效地减少系统的通信量.

表 1 广播智能体状态和广播参考智能体状态事件触发次数

Table 1 Triggering times while broadcasting the state of agents or reference agents

智能体i	1	2	3	4	5	6
实例1次数	41	54	46	62	59	46
实例2次数	43	60	50	64	62	58

图8和图9分别是采用广播智能体状态和广播参考智能体状态进行协议设计的一致性实现过程. 通过对比图8和图9, 表明两种设计方法达成一致的时间几乎都在同一时刻.

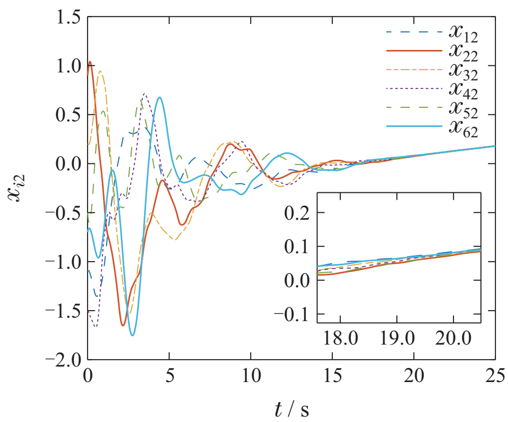

图 8 实例2智能体状态$x_{i2}(t), i = 1, 2, \cdots, 6$

Fig. 8 The state of agents$x_{i2}(t), i = 1, 2, \cdots, 6$ of Example 2

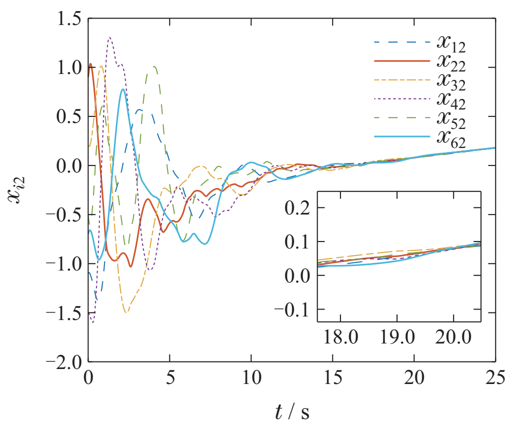

图 9 实例1智能体状态$x_{i2}(t), i = 1, 2, \cdots, 6$

Fig. 9 The state of agents$x_{i2}(t), i = 1, 2, \cdots, 6$ of Example 1

综上所述, 本文所提出的一致性协议对于减少系统的能量损耗和通信量有着更好的优势, 同时, 不会影响系统实现一致性.

5 结论

本文研究了有向图下基于事件触发的参数不确定一般非线性多智能体系统, 首先为每个智能体设计对应的参考智能体, 然后通过为每个参考智能体设计合理的事件触发协议, 使得智能体能够跟踪上参考智能体的状态, 所提出的一致性协议可以使多智能体系统实现一致性, 且避免了智能体间的连续通信. 与之前的文献相比, 本文首次在有向图下为含参数不确定一般非线性多智能体系统提出了事件触发控制策略, 并且给出了严格的事件触发函数相关参数和控制协议参数选取原则, 实现了对不确定参数的准确估计. 从控制协议设计、稳定性分析和仿真分析中, 容易得知本文未考虑在一致性控制器的作用下, 系统实现一致所需要的时间, 只保证了系统实现一致的稳定性. 因此, 其固定时间一致性和有限时间一致性还有待研究.

参考文献:

[1] FENG Z, HU G, SUN Y, et al. An overview of collaborative robotic manipulation in multi-robot systems. *Annual Reviews in Control*, 2020, 49: 113 – 127.

[2] ZHANG Z, CHEN S, ZHENG Y. Fully distributed scaled consensus tracking of high-order multiagent systems with time delays and disturbances. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 18(1): 305 – 314.

[3] CHEN S, ZHANG Z, ZHENG Y. H_∞ scaled consensus for MASs with mixed time delays and disturbances via observer-based output feedback. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 52(2): 1321 – 1334.

[4] YU J, DONG X, LI Q, et al. Adaptive practical optimal time-varying formation tracking control for disturbed high-order multi-agent systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2022, 69(6): 2567 – 2578.

[5] FAN Y, HU G, EGERSTEDT M. Distributed reactive power sharing control for microgrids with event-triggered communication. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, 25(1): 118 – 128.

[6] CHEN Shiming, HUA Yuxin, ZHU Zhenmin, et al. Fast flocking algorithm for multi-agent systems by optimizing local interactive topology. *Acta Automatica Sinica*, 2015, 41(12): 2092 – 2099.
(陈世明, 化俞新, 祝振敏, 等. 邻域交互结构优化的多智能体快速蜂拥控制算法. 自动化学报, 2015, 41(12): 2092 – 2099.)

[7] CHEN Shiming, SHAO Sai, JIANG Genlan. Distributed event-triggered fixed-time scaled consensus control for second-order multi-agent systems. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 48(1): 261 – 270.
(陈世明, 邵赛, 姜根兰. 基于事件触发二阶多智能体系统的固定时间比例一致性. 自动化学报, 2022, 48(1): 261 – 270.

[8] SEYBOTH G S , DIMAROGONAS D V, JOHANSSON K H. Event-based broadcasting for multi-agent average consensus. *Automatica*, 2013, 49(1): 245 – 252.

[9] YANG D, REN W, LIU X, et al. Decentralized event-triggered consensus for linear multi-agent systems under general directed graphs. *Automatica*, 2016, 69: 242 – 249.

[10] LI Z, WU Z, LI Z, et al. Distributed optimal coordination for heterogeneous linear multiagent systems with event-triggered mechanisms. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 65(4): 1763 – 1770.

[11] LIU J, YU Y, WANG Q, et al. Fixed-time event-triggered consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties. *Neurocomputing*, 2017, 260(18): 497 – 504.

[12] LIU J, YU Y, XU Y, et al. Fixed-time average consensus of nonlinear delayed MASs under switching topologies: An event-based triggering approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(5): 2721 – 2733.

[13] LI Z, WEN G, DUAN Z, et al. Designing fully distributed consensus protocols for linear multi-agent systems with directed graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2014, 60(4): 1152 – 1157.

[14] CHENG B, LI Z. Fully distributed event-triggered protocols for linear multiagent networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2018, 64(4): 1655 – 1662.

[15] CHENG B, LI Z. Designing fully distributed adaptive event-triggered controllers for networked linear systems with matched uncertainties. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 30(12): 3645 – 3655.

[16] ZHAO X, CHEN S, ZHANG Z, et al. Consensus tracking for high-order uncertain nonlinear MASs via adaptive backstepping approach. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(2): 1248 – 1259.

[17] SONI S K, XIONG X, SACHAN A, et al. Delayed output feedback based leader-follower and leaderless consensus control of uncertain multiagent systems. *IET Control Theory & Applications*, 2021, 15(15): 1956 – 1970.

[18] KAIZUKA Y, TSUMURA K. Consensus via distributed adaptive control. *IFAC Proceedings Volumes*, 2011, 44(1): 1213 – 1218.

[19] MEI J. Model reference adaptive consensus for uncertain multi-agent systems under directed graphs. *IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Miami, FL, USA: IEEE, 2018: 6198 – 6203.

[20] MEI J, REN W, SONG Y. A unified framework for adaptive leaderless consensus of uncertain multiagent systems under directed graphs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(12): 6179 – 6186.

[21] TAO G. A simple alternative to the Barbalat lemma. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(5): 698. DOI: 10.1109/9.580878

[22] SCARDOVI L, ARCAK M, SONTAG E D. Synchronization of interconnected systems with applications to biochemical networks: An input-output approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(6): 1367 – 1379.

[23] REN W, CAO Y. *Distributed Coordination of Multi-agent Networks: Emergent Problems, Models, and Issues*. London: Springer Publishing Company, Incorporated, 2011.

作者简介:

陈世明 博士, 目前研究方向为多智能体系统、复杂网络理论、优化算法, E-mail: c1977318@hotmail.com;

叶舒康 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: yeskang777@163.com;

马旭阳 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: 563710232@qq.com;

邹钰彬 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: 1244493057@qq.com;

刘　江 硕士研究生, 目前研究方向为多智能体协同控制, E-mail: 1727959493@qq.com.