

多信道攻击下Markov跳变系统的异步动态事件触发与量化控制

胡梦洁¹, 王燕舞², 杨春雨¹, 代伟^{1†}, 施欣晨¹

(1. 中国矿业大学 信息与控制工程学院, 江苏 徐州 221000; 2. 华中科技大学 人工智能与自动化学院, 湖北 武汉 430000)

摘要: 针对具有多信道随机欺骗攻击的Markov跳变系统, 首次提出一种新颖的基于动态事件触发机制(DETM)和量化的异步输出反馈控制器. 为了减少网络中的通信负担, 采用DETM和量化相结合的控制方法. 为了提高信道的非脆弱性, 设计基于隐马尔可夫模型(HMM)的多信道传输策略. 同时, 考虑由伯努利变量描述的随机多信道欺骗攻击. 为了刻画系统与控制器之间模态不匹配现象, 设计基于HMM的异步控制律. 通过构造模态依赖的Lyapunov函数, 建立闭环系统随机稳定和严格耗散充分条件. 最后, 通过应用质量-弹簧-阻尼器机械系统实例验证所提出设计方法的有效性和实用性.

关键词: 事件触发; Markov跳变系统; 量化; 欺骗攻击; 输出反馈

引用格式: 胡梦洁, 王燕舞, 杨春雨, 等, 多信道攻击下Markov跳变系统的异步动态事件触发与量化控制. 控制理论与应用, 2024, 41(12): 2286–2294

DOI: 10.7641/CTA.2023.30189

Asynchronous dynamic event-triggered control of Markov jump systems with multichannel attacks and quantized measurement

HU Meng-jie¹, WANG Yan-wu², YANG Chun-yu¹, DAI Wei^{1†}, SHI Xin-chen¹

(1. School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221000, China;
2. School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Heibei 430000, China)

Abstract: In this article, a novel asynchronous output feedback controller based on the dynamic event-triggered mechanism and quantization is proposed for Markov jump systems with random deception attacks in the multi-channel transmission firstly. In order to reduce the communication burden in the shared network, the dynamic event-triggered mechanism and quantized strategy are attained. To improve the non-fragile of the transmission channel, the multi-channel data transmission strategy based on the hidden Markov model (HMM) method is adopted. In the meanwhile, stochastically occurring multi-channel deception attacks described by Bernoulli variables are considered. The asynchronous control law is designed using HMM, which characterizes the mismatch between the system mode and the controller mode. By constructing the mode-dependent Lyapunov function, sufficient conditions to ensure the stochastic stability and strict dissipative of the closed-loop system are established. Finally, an example of the mass-spring-damper mechanical system is presented to verify the effectiveness and practicability of the proposed method.

Key words: even-triggered mechanism; Markov jump system; quantization; deception attack; output-feedback control

Citation: HU Mengjie, WANG Yanwu, YANG Chunyu, et al. Asynchronous dynamic event-triggered control of Markov jump systems with multichannel attacks and quantized measurement. *Control Theory & Applications*, 2024, 41(12): 2286–2294

1 引言

Markov跳变系统可以用来描述动态系统发生突然改变的现象, 例如环境突然扰动、部件故障或失效、互联子系统的改变等^[1], 近年来受到持续的关注. Markov跳变系统可以应用于很多领域, 例如经济系统^[2]、飞机控制系统^[3]等. 很多有趣的文献研究了关于Ma-

rkov跳变系统的稳定性分析与综合问题, 例如, Dong等^[4]针对Markov跳变系统研究其扩展耗散静态输出反馈问题. Tao等^[5]针对具有区间不确定性的Markov跳变系统讨论其弹性滤波问题.

在基于数据的智能网络化控制中, 为了节省通信资源, 事件触发控制 (event-triggered control, ETC) 得

收稿日期: 2023–04–05; 录用日期: 2023–12–27.

†通信作者. E-mail: weidai@cumt.edu.cn.

本文责任编辑: 刘允刚.

国家自然科学基金项目(62203449, 62173152, 62073327, 62373361), 江苏省自然科学基金项目(BK20221110)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62203449, 62173152, 62073327, 62373361) and the National Natural Science Foundation of Jiangsu Province (BK20221110).

到了广泛研究. 不同于连续时间采样控制, ETC是一种非周期性的系统信号传输机制, 仅当满足设定的事件触发条件时才会触发更新信号, 可以有效降低网络通信负担. 近年来, 事件触发机制(event triggered mechanism, ETM) 已广泛应用于控制系统. 特别地, Cheng等^[6]针对非齐次semi-Markov跳变系统设计了新颖的事件触发协议控制器, 有效地提高了通信效率. 罗文德等^[7]针对随机网络攻击下切换系统, 研究事件触发控制问题.

在网络化通信系统中, 传感器、控制器以及执行器之间的信息交互是通过实时通信网络实现的. 然而实时通信网络的带宽通常是有限的^[8]. 为了节约宝贵的网络通信资源, 可以将信号经过量化器的量化处理, 然后再编码进行传输. Cheng等^[9]研究具有量化效应的不确定模糊Markov切换仿射系统的非平稳滤波问题. Liu等^[10]利用李雅普诺夫稳定性理论和线性矩阵不等式技术, 研究了具有混合触发机制的Takagi-Sugeno模糊系统的量化镇定问题.

众所周知, 信号通过无线网络传输过程中容易受到网络诱导攻击的影响. 常见的主要有拒绝服务攻击(denial of service, DoS)和欺骗攻击^[11-12]. DoS攻击通过占用大量通信资源来阻断数据传输, 而欺骗攻击是通过注入虚假数据或篡改真实数据来替换真实的信息. 网络攻击可能会降低系统性能, 毁坏系统稳定性并导致严重事故. 鉴于其重要性, 网络攻击问题引起了越来越多的关注. Han等^[13]研究了具有欺骗网络攻击的二型模糊系统的自适应ETC问题. 另一方面, 如果所有信道同时传输相同的数据, 会导致通信资源的浪费^[14]. 此外, 在实际中, 相比较于多信道信号传输机制, 单信道数据传输具有一定的脆弱性和不可靠性. 因此, 如何合理地选择合适的信道实现系统的稳定和性能优化, 以及考虑每个信道的不同网络攻击是值得研究的问题. 然而, 据作者所知, 目前还没有关于具有多信道随机欺骗攻击和量化效应的Markov跳变系统ETC设计研究结果, 这是本文的主要动机.

受上述讨论的启发, 研究多信道攻击下Markov跳变系统的异步DETM与量化控制具有重要意义. 困难如下: 在Markov跳变系统的控制设计中, 如何应对随机发生的多信道网络攻击? 为了有效地利用网络资源, 如何协同设计合适的模态依赖动态事件触发机制(dynamic event-triggered mechanism, DETM) 策略和对数量化机制? 如何建立一个统一的框架来研究多信道随机网络攻击下的Markov跳变系统的异步输出反馈控制? 为了解决这些困难, 本文针对多信道攻击下Markov跳变系统, 提出一种基于DETM与对数量化的异步控制方法. 本文研究主要贡献如下:

1) 为了提高Markov跳变系统传输信道的非脆弱

性, 本文巧妙地设计了基于隐马尔可夫模型(hidden Markov model, HMM)方法的调度器, 用于多信道传输中的传输信道选定. 进一步考虑在每个信道中随机出现不同概率的欺骗攻击. 相比较于单信道传输机制和单信道网络攻击^[15-16], 本文提出的多信道传输机制可以有效提高数据传输的可靠性, 考虑每个信道随机发生网络攻击使得研究更加具有实用价值. 现有的Markov跳变系统多信道传输机制大多依靠引入伯努利分布来调度两个通道之间的传输序列^[17-19], 本文充分利用系统的随机特性, 采用基于HMM的调度机制解决多个信道的调度问题, 降低调度设计的局限性.

2) 为了有效利用网络资源并避免不必要的信号传输, 在多信道随机欺骗攻击情形下, 首次协同设计DETM策略和对数量化机制, 通过扇区有界方法和Lyapunov理论分析, 在线性矩阵不等式框架下, 建立保证闭环系统随机稳定和严格耗散性能的充分条件. 与仅考虑DETM或者对数量化策略相比, 事件触发策略和量化的协同设计可以进一步减少通信资源的消耗.

3) 针对原系统模态难以获得的问题, 建立基于HMM异步输出反馈控制律. 通过随机系统的方法, 解决由多信道传输机制和异步控制器产生的与系统模态双重异步问题. 通过构造模态依赖的Lyapunov函数和HMM方法, 设计异步输出反馈控制器, 并给出质量-弹簧-阻尼器的机械系统实例, 以验证所提出设计方法的有效性和实用性.

符号说明: \mathbb{R}^n 表示 n 维实矩阵; $\text{diag}\{\cdot\}$ 表示对角矩阵; $E\{\cdot\}$ 表示期望; $\mathbf{He}(M)$ 表示 $M + M^T$; $P_r\{x = 1\}$ 表示 $x = 1$ 的概率; \mathbb{N}^+ 表示正整数.

2 问题描述

对于随机系统一个概率空间 (Θ, F, Ψ) , 其中: Θ 是样本空间; F 是事件场; Ψ 是定义在事件场 F 上的测度概率. 考虑如下连续时间Markov跳变系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{A}_{\lambda(t)}x(t) + \mathbf{B}_{\lambda(t)}u(t) + \mathbf{C}_{\lambda(t)}\omega(t), \\ y(t) = \mathbf{D}_{\lambda(t)}x(t), \\ z(t) = \mathbf{E}_{\lambda(t)}x(t) + \mathbf{F}_{\lambda(t)}\omega(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 是系统状态; $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 是系统输出; $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 是控制输入; $z(t) \in \mathbb{R}^{n_z}$ 为测量输出; $\omega(t) \in \mathbb{R}^{n_w}$ 是外部扰动, 满足 $\mathcal{L}_2[0, \infty)$. $\mathbf{A}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{A}_a$, $\mathbf{B}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{B}_a$, $\mathbf{C}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{C}_a$, $\mathbf{D}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{D}_a$, $\mathbf{E}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{E}_a$ 和 $\mathbf{F}_{\lambda(t)} \triangleq \mathbf{F}_a$ 为适当维数的实数矩阵. $\{\lambda(t), t \geq 0\}$ 表示一个定义在完备概率空间上的Markov过程, $\lambda(t)$ 在一个有限集 $\mathcal{S}_t = \{1, 2, \dots, S_t\}$ 取值, 转移率矩阵 $\mathbf{\Omega} \triangleq [\rho_{al}]_{S_t \times S_t}$, 其转移率为

$$P_r\{\lambda(t + \Delta t) = l | \lambda(t) = a\} = \begin{cases} \rho_{al}\Delta t + o(\Delta t), & a \neq l, \\ 1 + \rho_{aa}\Delta t + o(\Delta t), & a = l, \end{cases}$$

其中: 当 $\Delta t \geq 0$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (o(\Delta t)/\Delta t) = 0$; ρ_{al} 表示系统在 t 时刻 a 模态转移到 $t + \Delta t$ 时刻 l 模态的转移率. $\rho_{al} \geq 0 (a \neq l, a, l \in \mathcal{S}_t)$, $\rho_{aa} = -\sum_{l=1, a \neq l}^{\mathcal{S}_t} \rho_{al}$.

系统的结构如图1所示. 为了减轻网络负担, 本文建立DETM来进行数据传输. 记一个周期采样时刻序列为 $\{s_0 + ih, i \in \mathbb{N}^+\}$, 事件触发的释放时刻为 $\{t_k \bar{h}, k \in \mathbb{N}^+\}$, 其中: s_0 为第1个采样时刻, \bar{h} 是采样周期. 假设 $\{t_k \bar{h}, k \in \mathbb{N}^+\}$ 是 $\{s_0 + ih, i \in \mathbb{N}^+\}$ 的子集. 假设当采样数据通过网络传输时, 存在网络诱导时滞 τ_k , 满足 $\tau_k \in [0, \tau_M)$. 因此, 在 $t_0 + \tau_0, t_1 + \tau_1, t_2 + \tau_2, \dots$ 时刻, 被传输的采样数据分别为 $y(t_0 \bar{h}), y(t_1 \bar{h}), y(t_2 \bar{h}), \dots$. 将事件触发发生器两次释放数据的间隔记为 $[t_k \bar{h} + \tau_k, t_{k+1} \bar{h} + \tau_{k+1}) \triangleq \bigcup_{i=0}^{\bar{\ell}} \mathcal{I}_i, k = 0, 1, 2, \dots$, 其中: $\mathcal{I}_i = [t_k \bar{h} + i\bar{h} + \tau_{k+i}, t_{k+1} \bar{h} + i\bar{h} + \bar{h} + \tau_{k+i+1}), i = 0, 1, \dots, \bar{\ell}; \bar{\ell} = t_{k+1} - t_k - 1$. 定义 $\tau(t) = t - t_k \bar{h} - i\bar{h}, t \in \mathcal{I}_i$. 因此, $0 \leq \tau_k \leq \tau(t) \leq \bar{h} + \tau_M \leq \tau_M$.

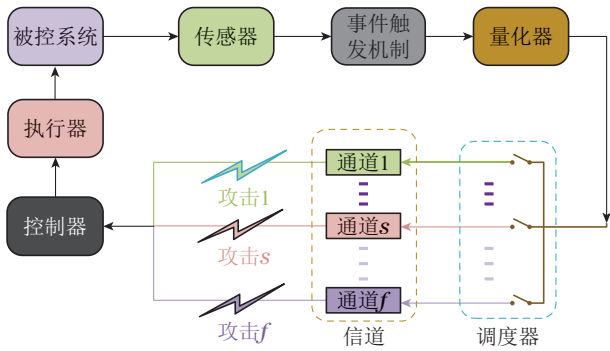


图1 系统结构

Fig. 1 System structure

DETM设计如下:

$$t_{k+1} \bar{h} = t_k \bar{h} + \inf_{i \in \mathbb{N}^+} \{ih | \nu \mathcal{H}(k\bar{h}) \geq \psi(k\bar{h})\}, \quad (2)$$

其中:

$$\mathcal{H}(k\bar{h}) = \epsilon_k^T(t) \mathbf{J}_1(\lambda(t)) \epsilon_k(t) - \beta^2(\lambda(t)) y^T(t_k \bar{h}) \times \mathbf{J}_2(\lambda(t)) y(t_k \bar{h}),$$

$k\bar{h}, t_k \bar{h}$ 分别为采样时刻以及最新的触发时刻, $\mathbf{J}_1(\lambda(t)) > 0, \mathbf{J}_2(\lambda(t)) > 0$ 是模态依赖的权重矩阵, $\nu > 0$ 表示一个给定的常数, $\beta(\lambda(t)) \in (0, 1)$ 为给定的模态依赖阈值参数. 内部动态变量 $\psi(t)$ 满足

$$\dot{\psi}(t) = -\bar{m}\psi(t) - b\mathcal{H}(t), \quad (3)$$

其中: $\bar{m} > 0, b > 0$, 且 $\psi(t_0) = \psi_0 \geq 0$.

注1 值得注意的是, 在事件触发机制(4)中, 通过动态参数 $\psi(t)$ 的变化, 触发阈值可以相应进行动态调整. 如果 $\nu \rightarrow \infty$, 那么动态事件触发机制(4)将退化为静态事件触发的情形. 如果 $\nu \rightarrow \infty$ 且 $\bar{m} = 0$, 则事件触发机制(4)可以退化为时间触发机制.

注2 静态连续事件触发可能会在有限时间内产生无限个采样时刻(Zeno行为)^[20]. 本文提出的DETM(4)是基于定期采样数据的机制. 如文献[21]所示, DETM(4)仅在采样时刻检测触发条件, 而不是连续时间, 因此, 能避免Zeno行为.

在本文中, 由DETM释放的输出信号 $y(t_k \bar{h})$ 在传输到执行器之前先经过量化器, 考虑如下量化器:

$$\bar{q}(y(t_k \bar{h})) = [\bar{q}_1(y_1(t_k \bar{h})) \quad \bar{q}_2(y_2(t_k \bar{h})) \quad \dots \quad \bar{q}_{n_y}(y_{n_y}(t_k \bar{h}))],$$

且满足

$$\bar{q}_l(y_l(t_k \bar{h})) = -\bar{q}_l(-y_l(t_k \bar{h})), \quad l = 1, 2, \dots, n_y,$$

定义 $\bar{q}_l(\cdot)$ 的量化级集合 \mathfrak{R}_l 为

$$\mathfrak{R}_l = \{\pm \mathcal{U}_l^d | \mathcal{U}_l^d = \kappa_l^d \mathcal{U}_{l,0}, d = \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{\pm \mathcal{U}_{l,0}\} \cup \{0\},$$

其中: 量化密度 $\kappa_l \in (0, 1), \mathcal{U}_{l,0} > 0$. 可得对数量化器 $\bar{q}_l(\cdot)$, 即

$$\bar{q}_l(y_l(t_k \bar{h})) = \begin{cases} -\bar{q}_l(-y_l(t_k \bar{h})), & y_l(t_k \bar{h}) < 0, \\ 0 & y_l(t_k \bar{h}) = 0, \\ \mathcal{U}_l^d, & \frac{\mathcal{U}_l^d}{1 + w_l} < y_l(t_k \bar{h}) < \frac{\mathcal{U}_l^d}{1 - w_l}, \end{cases} \quad (4)$$

其中 $w_l = \frac{1 - \kappa_l}{1 + \kappa_l}$. 对于任意的量化误差, 通过扇形界的方法可以得到量化输出的表达式

$$\hat{y}(t_k \bar{h}) = \bar{q}(y(t_k \bar{h})) = (I + \mathbf{\Delta}(t))y(t_k \bar{h}), \quad (5)$$

其中 $\mathbf{\Delta}(t) = \text{diag}\{\Delta_1(t), \dots, \Delta_{n_y}(t)\}, |\Delta_l(t)| < w_l$. 定义 $w = \max_{l=1, 2, \dots, n_y} \{w_l\}, |\Delta_l(t)| < \bar{w} = \text{diag}\{w, \dots, w\}$.

为了克服单信道的脆弱性, 本文采用一种多信道传输策略. 同时, 考虑每个传输信道都可能受到不同的网络攻击. 首先, 介绍一个基于HMM的传输调度器 $\pi(t) \in \mathcal{F}_t \triangleq \{1, 2, \dots, f_t\}, t \geq 0$, 其中 f_t 表示传输信道的总数, 调度器 $\pi(t)$ 满足预先已知的条件概率矩阵 $\bar{\Omega} \triangleq [\zeta_{ar}]_{\mathcal{S}_t \times \mathcal{F}_t}$ 表示为

$$\zeta_{ar} \triangleq \mathbb{P}_r\{\pi(t) = r | \lambda(t) = a\}, \quad (6)$$

其中 $0 \leq \zeta_{ar} \leq 1$ 且 $\sum_{k=1}^f \zeta_{ar} = 1, a \in \mathcal{S}_t, r \in \mathcal{F}_t$. 基于系统的模态信息, 在每一个传输时刻, 调度器仅选择一个信道传输数据.

在网络通信中, 经常会发生欺骗攻击, 假设攻击者可以捕获系统动态 $\bar{q}(y(t_k \bar{h}))$ 并以随机方式释放攻击性信号 $\varphi_r(y(t))$. 控制器获取的系统信息如下:

$$\bar{y}(t) = \hat{y}(t_k \bar{h}) + \sigma_r(t) [-\hat{y}(t_k \bar{h}) + \varphi_r(y(t))], \quad (7)$$

其中 $\sigma_r(t) \in \{0, 1\}$ 表示Bernoulli过程, 用于刻画欺骗

攻击在 t 时刻是否发生. $\sigma_r(t)$ 满足 $P_r\{\sigma_r(t) = 1\} = E\{\sigma_r(t)\} = \bar{\sigma}$, $E\{\sigma_r(t) - \bar{\sigma}_r\}^2 = \bar{\sigma}_r(1 - \bar{\sigma}_r) \triangleq \hat{\sigma}_r^2$.

注 3 为了提高信道传输的鲁棒性, 本文设计基于 HMM 的多个传输调度器, 调度器 $\pi(t)$ 满足预先已知的条件概率(6), f_t 表示传输信道的总数. 正如图 1 的系统结构图所示, 基于系统的模态信息, 在每一个传输时刻, 调度器仅选择一个信道传输整个数据 $\bar{q}(y(t_k h))$.

在本文中, 设计基于 HMM 的异步输出反馈控制器

$$u(t) = K(\varrho(t))\bar{y}(t), \quad t \in \mathcal{I}, \quad (8)$$

其中 $K(\varrho(t))$ 是待设计的控制器增益矩阵. $\{\varrho(t), t \geq 0\}$ 是一个 Markov 过程, 在 $\mathfrak{N}_t = \{1, 2, \dots, N_t\}$ 中取值并满足条件转移概率矩阵 $\bar{\Omega} = [\varphi_{av}]_{S_t \times N_t}$ 且

$$P_r\{\varrho(t) = v | \lambda(t) = a\} = \varphi_{av}, \quad (9)$$

其中: $a \in S_t, v \in \mathfrak{N}_t, \varphi_{av} \in [0, 1], \sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} = 1$.

注 4 本文借助 HMM 来表示系统和控制器模态异步的情形, 控制器的模态通过观测系统的模态获得. 注意到异步控制器(7)包含着两种特殊情况: 如果 $S_t = \mathfrak{N}_t$ 和 $\varphi_{aa} = 1$, 那么式(7)可以退化成模态同步控制器; 如果 $\mathfrak{N}_t = \{1\}$, 则不用考虑系统的跳变模态, 控制器是模态独立的.

注 5 在式(8)(11)都用到基于 HMM 的概率条件, 式(8)是利用 HMM 设计调度器用于选择信道进行数据传输, 式(11)是基于 HMM 来设计模态异步输出反馈控制器. 值得指出的是, 虽然信道调度器和控制器的异步模态由系统模态直接控制, 控制器(12)同时依赖这两个隐 Markov 链, 但它们是条件独立的, 即

$$P_r\{\varrho(t) = v, \pi(t) = r | \lambda(t) = a\} =$$

$$P_r\{\varrho(t) = v | \lambda(t) = a\} \times P_r\{\pi(t) = r | \lambda(t) = a\} = \zeta_{ar} \varphi_{av}.$$

将控制器(8)代入系统(1), 闭环系统可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_a x(t) + (1 - \sigma_r(t)) B_a K_v (I + \Delta(t)) D_a x(t - \tau(t)) - \\ (1 - \sigma_r(t)) B_a K_v (I + \Delta(t)) \epsilon_k(t) + \\ \sigma_r(t) B_a K_v \varphi_r(y(t)) + C_a \omega(t), \\ z(t) = E_a x(t) + F_a \omega(t). \end{cases} \quad (10)$$

假设 1 每一个信道的欺骗攻击信号 $\varphi_r(t)$ 满足 $\|\varphi_r(y(t))\|^2 \leq \|\mathfrak{F}_r D_a x(t)\|^2$, 其中 \mathfrak{F}_r 是已知常数矩阵.

定义 1^[9] 对于任意的 $x(0), \lambda_0 \in S_t, \pi_0 \in \mathcal{F}_t, \varrho \in \mathfrak{N}_t$, 如果以下不等式成立:

$$E\left\{\int_{t=0}^{+\infty} \|x(t)\|^2 dt\right\} < \infty, \quad (11)$$

则当 $\omega(t) \equiv 0$ 时, 系统(10)是随机稳定的.

定义 2^[21] 对于给定任意的 $\tilde{T} > 0, \gamma > 0, \omega(t) \in \mathcal{L}_2[0, \infty)$, 以及合适维数的矩阵 $\phi_1 \leq 0, \phi_2, \phi_3^T = \phi_3$, 在零初始条件下, 如果以下条件成立:

$$E\left\{\int_0^{\tilde{T}} J(z(t), \omega(t)) dt\right\} \geq E\left\{\gamma \int_0^{\tilde{T}} \omega^T(t) \omega(t) dt\right\},$$

其中 $J(z(t), \omega(t)) = z^T(t) \phi_1 z(t) + 2z^T(t) \phi_2 \omega(t) + \omega^T(t) \phi_3 \omega(t)$, $\phi_1 = -\bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1$, 则闭环系统(10)是严格 $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) - \gamma$ -耗散的.

3 主要结果

定理 1 对于给定的参数 $\tau_M > 0, \beta_a \in [0, 1), \bar{j} > 0, \bar{\sigma}_r > 0$ 和矩阵 $\phi_1 = -\bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1 < 0, \phi_2, \phi_3^T = \phi_3$, 如果存在矩阵 $P_a > 0, N > 0, R > 0, G > 0, J_{1a} > 0, J_{2a} > 0, W_{avr} > 0, M, X$, 对于任意的 $a, l \in S_t, r \in \mathcal{F}_t, v \in \mathfrak{N}_t$ 使得

$$\sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} W_{avr} < \tilde{W}_{avr}, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} R & X^T \\ * & R \end{bmatrix} > 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_{avr}^{11} & \Xi_{avr}^{12} & \Xi_{avr}^{13} & \Xi_{avr}^{14} & \Xi_{avr}^{15} \\ * & -W_{avr} & 0 & F_a^T \bar{\phi}_1^T & 0 \\ * & * & \Xi_{avr}^{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

成立, 其中:

$$\tilde{W}_{avr} = \phi_3 - \gamma I + \text{He}\{F_a^T \phi_2\},$$

$$\Xi_{avr}^{11} = [\Pi_{avr}^{ij}(t)]_{6 \times 6},$$

$$\Xi_{avr}^{11} = \begin{bmatrix} \Pi_{avr}^{11} & \Pi_{avr}^{12} & \Pi_{avr}^{13} & X^T & \Pi_{avr}^{15} & \Pi_{avr}^{16} \\ * & -\bar{\sigma}_r I & 0 & 0 & 0 & \Pi_{avr}^{26} \\ * & * & \Pi_{avr}^{33} & \Pi_{avr}^{34} & \Pi_{avr}^{35} & \Pi_{avr}^{36} \\ * & * & * & \Pi_{avr}^{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Pi_{avr}^{55} & \Pi_{avr}^{56} \\ * & * & * & * & * & \Pi_{avr}^{66} \end{bmatrix},$$

$$\Pi_{avr}^{11} = \sum_{l=1}^{S_t} \rho_{al} P_l + \text{He}\{M A_a\} + N - R,$$

$$\Pi_{avr}^{12} = \bar{\sigma}_r M B_a K_v, \quad \Pi_{avr}^{26} = \bar{j} \bar{\sigma}_r K_v^T B_a^T M^T,$$

$$\Pi_{avr}^{13} = R + (1 - \bar{\sigma}_r) M B_a K_v D_a - X^T,$$

$$\Pi_{avr}^{15} = -(1 - \bar{\sigma}_r) M B_a K_v, \quad \Im = \bar{j}(1 - \bar{\sigma}_r),$$

$$\Pi_{avr}^{16} = P_a - M + \bar{j} A_a^T M^T,$$

$$\Pi_{avr}^{33} = -2R + \text{He}\{X\} + \beta_a^2 D_a^T J_{2a} D_a,$$

$$\Pi_{avr}^{34} = -X^T + R, \quad \Pi_{avr}^{35} = -\beta_a^2 (\bar{m}\nu + b) D_a^T J_{2a},$$

$$\Pi_{avr}^{36} = \Im D_a^T K_v^T B_a^T M^T, \quad \Pi_{avr}^{44} = -N - R,$$

$$\Pi_{avr}^{55} = -(\bar{m}\nu + b)(J_{1a} - \beta_a^2 J_{2a}),$$

$$\Pi_{avr}^{56} = -\Im K_v^T B_a^T M^T, \quad \Pi_{avr}^{66} = \tau_M^2 R - \text{He}\{\bar{j} M\},$$

$$\Xi_{avr}^{12} = [C_a^T M^T - \phi_2^T E_a \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \bar{j} C_a^T M^T]^T,$$

$$\Xi_{avr}^{13} = [\mathfrak{M}_{avr}^{1T} \bar{w} G \quad \mathfrak{M}_{avr}^{2T}],$$

$$\mathfrak{M}_{avr}^1 = [0 \quad 0 \quad D_a \quad 0 \quad -I \quad 0],$$

$$\mathfrak{M}_{avr}^2 = [(1 - \bar{\sigma}_r)K_v^T B_a^T M^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \\ \bar{j}(1 - \bar{\sigma}_r)K_v^T B_a^T M^T],$$

$$\Xi_{avr}^{33} = \text{diag}\{-G, -G\},$$

$$\Xi_{avr}^{14} = [\bar{\phi}_1 E_a \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Xi_{avr}^{15} = [\sqrt{\bar{\sigma}_r} \bar{\mathfrak{F}}_r D_a \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

则闭环动态系统(10)是随机稳定的,且满足严格 $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) - \gamma$ -耗散性.

证明过程见附录.

接下来,基于定理1的结果,将要建立异步输出反馈控制器(8)存在的条件.

定理 2 对于给定的参数 $\tau_M > 0, \beta_a \in [0, 1), \bar{j} > 0, \bar{\sigma}_r > 0$ 和矩阵 $\phi_1 = -\bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1 < 0, \phi_2, \phi_3^T = \phi_3$, 如果存在矩阵 $P_a > 0, N > 0, R > 0, G > 0, J_{1a} > 0, J_{2a} > 0, W_{avr} > 0, M, X, Z_v, T_v$, 参数 $\varepsilon > 0$, 对于任意的 $a, l \in S_t, r \in \mathcal{F}_t, v \in \mathfrak{N}_t$ 使得不等式(12)-(13) 以及

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{avr}^{11} & \Gamma_{avr}^{12} & \Gamma_{avr}^{13} & \Gamma_{avr}^{14} & \Gamma_{avr}^{15} & \Gamma_{avr}^{16} \\ * & -W_{avr} & 0 & F_a^T \bar{\phi}_1^T & 0 & 0 \\ * & * & \Gamma_{avr}^{33} & 0 & 0 & \Gamma_{avr}^{36} \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & \Gamma_{avr}^{66} \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

成立, 其中:

$$\Gamma_{avr}^{11} = [\Phi_{avr}^{ij}(t)]_{6 \times 6},$$

$$\Gamma_{avr}^{11} = \begin{bmatrix} \Phi_{avr}^{11} & \Phi_{avr}^{12} & \Phi_{avr}^{13} & X^T & \Phi_{avr}^{15} & \Phi_{avr}^{16} \\ * & -\bar{\sigma}_r I & 0 & 0 & 0 & \Phi_{avr}^{26} \\ * & * & \Phi_{avr}^{33} & \Phi_{avr}^{34} & \Phi_{avr}^{35} & \Phi_{avr}^{36} \\ * & * & * & \Phi_{avr}^{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_{avr}^{55} & \Phi_{avr}^{56} \\ * & * & * & * & * & \Phi_{avr}^{66} \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{avr}^{11} = \sum_{l=1}^{S_t} \rho_{al} P_l + \text{He}\{M A_a\} + N - R,$$

$$\Phi_{avr}^{12} = \bar{\sigma}_r B_a Z_v,$$

$$\Phi_{avr}^{13} = R + (1 - \bar{\sigma}_r) B_a Z_v D_a - X^T,$$

$$\Phi_{avr}^{15} = -(1 - \bar{\sigma}_r) B_a Z_v,$$

$$\Phi_{avr}^{16} = P_a - M + \bar{j} A_a^T M^T,$$

$$\Phi_{avr}^{26} = \bar{j} \bar{\sigma}_r Z_v^T B_a^T,$$

$$\Phi_{avr}^{33} = -2R + \text{He}\{X\} + \beta_a^2 D_a^T J_{2a} D_a,$$

$$\Phi_{avr}^{34} = -X^T + R, \Phi_{avr}^{35} = -\beta_a^2 (\bar{m}\nu + b) D_a^T J_{2a},$$

$$\Phi_{avr}^{36} = \Im D_a^T Z_v^T B_a^T, \Phi_{avr}^{44} = -N - R,$$

$$\Phi_{avr}^{55} = -(\bar{m}\nu + b)(J_{1a} - \beta_a^2 J_{2a}),$$

$$\Phi_{avr}^{56} = -\Im Z_v^T B_a^T, \Phi_{avr}^{66} = \tau_M^2 R - \text{He}\{\bar{j} M\},$$

$$\Gamma_{avr}^{12} = [C_a^T M^T - \phi_2^T E_a \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \bar{j} C_a^T M^T]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{13} = [\mathfrak{M}_{avr}^{1T} \bar{w} G \ \mathfrak{M}_{avr}^{2T}],$$

$$\mathfrak{M}_{avr}^1 = [0 \ 0 \ D_a \ 0 \ -I \ 0],$$

$$\mathfrak{M}_{avr}^2 = [(1 - \bar{\sigma}_r) Z_v^T B_a^T \ 0_{1 \times 4} \ \bar{j}(1 - \bar{\sigma}_r) Z_v^T B_a^T],$$

$$\Gamma_{avr}^{33} = \text{diag}\{-G, -G\},$$

$$\Gamma_{avr}^{14} = [\bar{\phi}_1 E_a \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{15} = [\sqrt{\bar{\sigma}_r} \bar{\mathfrak{F}}_r D_a \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{16} = [\Gamma_{avr}^{161} \ \Gamma_{avr}^{162} \ \Gamma_{avr}^{163}],$$

$$\Gamma_{avr}^{161} = [\bar{\sigma}_r^T (M B_a - B_a T_v) \ \varepsilon Z_v \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$\bar{j} \bar{\sigma}_r^T (M B_a - B_a T_v)]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{162} = [(1 - \bar{\sigma}_r)(M B_a - B_a T_v)^T \ 0 \ \varepsilon Z_v D_a \ 0 \ 0$$

$$\Im (M B_a - B_a T_v)^T]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{163} = [-(1 - \bar{\sigma}_r)(M B_a - B_a T_v)^T \ 0 \ 0 \ 0 \ \varepsilon Z_v$$

$$-\Im (M B_a - B_a T_v)^T]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{36} = [0 \ \Gamma_{avr}^{362} \ 0], \Gamma_{avr}^{362} = [0 \ \varepsilon Z_v]^T,$$

$$\Gamma_{avr}^{66} = \text{diag}\{\text{He}\{-\varepsilon T_v\}, \text{He}\{-\varepsilon T_v\}, \text{He}\{-\varepsilon T_v\}\},$$

此外, 控制器增益可得

$$K_v = T_v^{-1} Z_v, \quad (16)$$

则闭环动态系统(10)是随机稳定的,且满足严格 $(\phi_1, \phi_2, \phi_3) - \gamma$ -耗散性.

证明过程见附录.

4 仿真实例

例 1 为了验证所提出方法的有效性和实用性, 本文给出如下一个质量-弹簧-阻尼器的机械系统^[22]:

$$L \ddot{y}(t) + g(y(t), \dot{y}(t)) + f(y(t)) = \\ \Upsilon(\dot{y}(t))u(t) + \omega(t),$$

其中: L 为质量; $y(t)$ 为位置; $u(t)$ 为力; $\omega(t)$ 为扰动; $g(y(t), \dot{y}(t)), f(y(t)), \Upsilon(\dot{y}(t))$ 分别为与阻尼器、弹簧、输入信号相关的非线性项. 假设 $L = 1.0, g(y(t), \dot{y}(t)) = \dot{y}(t), f(y(t)) = \alpha(t)y(t)$, 其中 $\alpha(t) \in [0.5, 1.81]$, 且 $\Upsilon(\dot{y}(t)) = 1 + 0.13y^3(t)$. 选择 $x(t) = [\dot{y}^T(t), y^T(t)]^T$. 考虑到系统的参数或者结构的变化, 假设系统是服从随机Markov跳变的, 转移率矩阵为

$$\Omega = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

系统的矩阵表示如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1.555 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & -2.210 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ B_1 = \begin{bmatrix} 1.4387 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5755 \\ 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, D_1 = [1 \ 0], D_2 = [1 \ 0],$$

$$E_1 = [0 \ 1], E_2 = [0 \ 1], F_1 = F_2 = 0.1.$$

多信道欺骗攻击和控制器的条件概率矩阵分别为

$$\tilde{\Omega} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.8 \\ 0.7 & 0.3 \end{bmatrix}, \bar{\Omega} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.3 & 0.7 \end{bmatrix}.$$

相关参数选为 $\beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.9, \bar{m} = 1.2, \nu = 3, b = 5, \tau_M = 0.1, \bar{j} = 1, \varepsilon = 2, f_t = 2, \mathfrak{F}_1 = 2, \mathfrak{F}_2 = 3, \bar{\sigma}_1 = 0.2, \bar{\sigma}_2 = 0.1, \kappa_1 = 0.9$, 耗散性能相关参数选为 $\phi_1 = -0.1, \phi_2 = 1, \phi_3 = 8$. 耗散性能指标选为 $\gamma = 0.1$, 通过求解定理2中的线性矩阵不等式可得控制器增益矩阵为

$$K_1 = -0.1146, K_2 = -0.1128.$$

为了验证所得到的控制器的有效性, 设置系统的初始状态为 $x(0) = [0 \ 0]^T$. 仿真的结果如图2-7所示. 图2展示了系统状态 $x(t)$ 的轨迹变化. 在图3中, 可以观察到系统的模式、控制器的模式以及调度器模式的异步变化. 除此之外, 图4展示了事件触发时刻, 图5展示了多信道欺骗攻击的轨迹. 通过计算, 可得信号触发率27.33%. 此外, 当事件触发参数 $\nu = 50$ 时, 仿真的结果如图6-7所示. 图6展示了系统状态 $x(t)$ 的轨迹变化. 图7展示了事件触发时刻. 通过计算, 可得信号触发率42%. 由此分析可知, 当 ν 取值增大时, 信号触发率会增大. 综上可验证本文设计的控制方法的有效性.

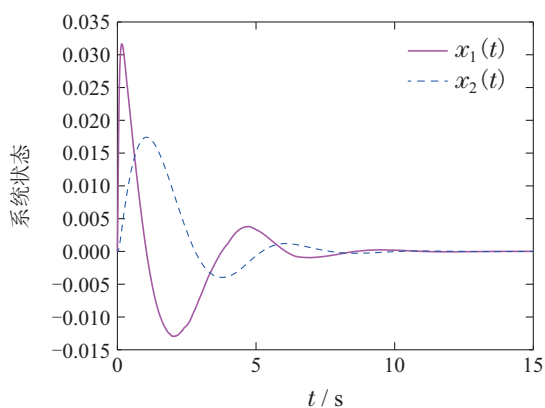


图 2 系统状态响应

Fig. 3 Response of system state

5 结论

本文针对具有多信道随机欺骗攻击的Markov跳变系统, 提出了一种新的基于事件触发和量化效应的异步输出反馈控制律. 动态事件触发和量化策略的应用有效减少网络中的通信负担. 引入基于HMM调度器的多信道传输协议提高了信道传输的鲁棒性. 此外, 在每个不同的信道中考虑了随机出现的欺骗攻击. 通

过模态依赖的Lyapunov函数方法, 设计了新的异步输出反馈控制器, 该控制器保证了闭环系统的随机稳定和严格的耗散性能. 最后, 通过实例验证了所提出方法的有效性和实用性.

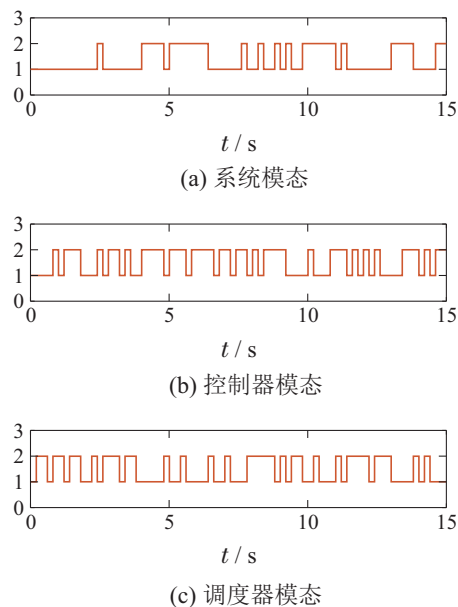


图 3 异步的模式

Fig. 3 Mismatch mode

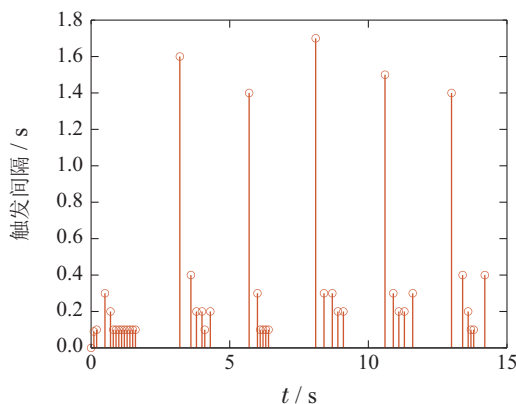


图 4 事件触发时刻

Fig. 4 Event-triggered instants

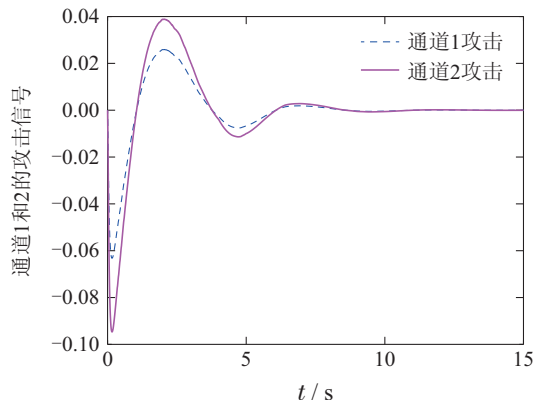
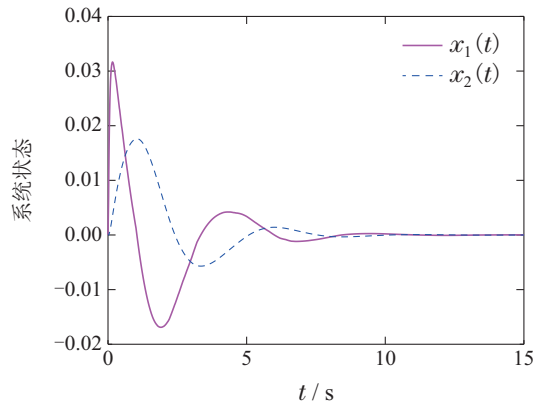
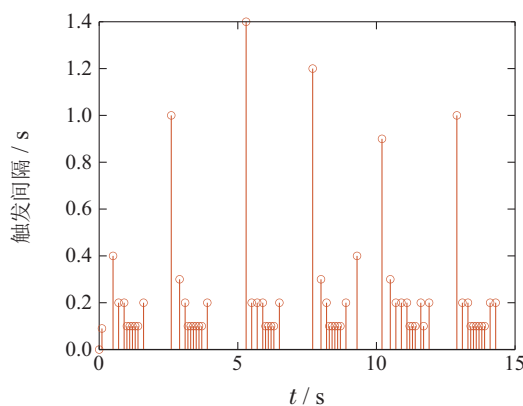


图 5 多信道欺骗攻击

Fig. 5 Multi-channel deception attacks

图6 系统状态响应($\nu = 50$)Fig. 6 Response of system state ($\nu = 50$)图7 事件触发时刻($\nu = 50$)Fig. 7 Event-triggered instants ($\nu = 50$)

参考文献:

- [1] REN Chengcheng, SONG Jun, HE Shuping. Extended-state-observer-based finite-time asynchronous control of a class of stochastic positive hidden Markov jump systems. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(11): 1891 – 1900.
(任乘乘, 宋军, 何舒平. 基于扩展状态观测器的随机隐Markov正跳变系统有限时间异步控制. 控制理论与应用, 2021, 38(11): 1891 – 1900.)
- [2] XUE M, YAN H, ZHANG H, et al. Hidden-markov-model-based asynchronous H_∞ tracking control of fuzzy markov jump systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(5): 1081 – 1092.
- [3] ZHANG Y, WU Z. Asynchronous control of markov jump systems under aperiodic dos attacks. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2023, 70: 685 – 689.
- [4] DONG S, FANG M, CHEN S. Extended dissipativity asynchronous static output feedback control of markov jump systems. *Information Sciences*, 2020, 514: 275 – 287.
- [5] TAO J, XU M, CHEN D, et al. Event-triggered resilient filtering with the interval type uncertainty for markov jump systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2023, 53(12): 7834 – 7843.
- [6] CHENG J, XIE L, PARK J H, et al. Protocol-based output-feedback control for semi-Markov jump systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(8): 4346 – 4353.
- [7] LUO Wende, HOU Linlin, ZONG Guangdeng. Event-triggered control of switched cyber-physical systems with stochastic cyber attacks. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(2): 231 – 239.
(罗文德, 侯林林, 宗广灯. 具有随机网络攻击的切换信息物理系统的事件触发控制. 控制理论与应用, 2023, 40(2): 231 – 239.)
- [8] YAN Huaicheng, SU Zhenzhen, ZHANG Hao, et al. Quantized H_∞ control for networked control systems with time-varying delay and multiple packet dropouts. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(4): 469 – 474.
(严怀成, 苏阵阵, 张皓, 等. 具有时变时滞和多包丢失的网络控制系统量化 H_∞ 控制. 控制理论与应用, 2013, 30(4): 469 – 474.)
- [9] CHENG J, WU Y, WU Z, et al. Nonstationary filtering for fuzzy markov switching affine systems with quantization effects and deception attacks. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(10): 6545 – 6554.
- [10] LIU J, WEI L, XIE X, et al. Quantized stabilization for T-S fuzzy systems with hybrid-triggered mechanism and stochastic cyber-attacks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(6): 3820 – 3834.
- [11] WANG Y, ZENG Z, LIU X, et al. Input-to-state stability of switched linear systems with unstabilizable modes under DoS attacks. *Automatica*, 2022, 146: 110607.
- [12] LIU Kun, ZHANG Qirui, GUO Hang, et al. Interval observer design of discrete-time systems under stealthy attacks. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(8): 1673 – 1680.
(刘坤, 张淇瑞, 郭航, 等. 隐蔽式攻击下的离散系统区间观测器设计. 控制理论与应用, 2020, 37(8): 1673 – 1680.)
- [13] HAN S, KOMMURI S, LEE S. Affine transformed IT2 fuzzy event-triggered control under deception attacks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(2): 322 – 335.
- [14] HUO S, LI F. Hidden markov model-based control for networked fuzzy markov jump systems against randomly occurring multichannel attacks. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 31(5): 1657 – 1673.
- [15] SU L, YE D. Static output feedback control for discrete-time hidden markov jump systems against deception attacks. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(18): 6616 – 6637.
- [16] UGRINOVSKII V, LANGBORT C. Controller-jammer game models of denial of service in control systems operating over packet-dropping links. *Automatica*, 2017, 84: 128 – 141.
- [17] SHEN H, LI F, CAO J, et al. Fuzzy-model-based output feedback reliable control for network-based semi-markov jump nonlinear systems subject to redundant channels. *IEEE Transactions Cybernetics*, 2020, 50(11): 4599 – 4609.
- [18] XU Y, LU H, SONG X, et al. Event-triggered H_∞ control for Markov jump delayed neural networks with redundant channels. *Optim Control Applications and Methods*, 2022, 43(3): 804 – 824.
- [19] SHEN H, HUO S, CAO J, et al. Generalized state estimation for markovian coupled networks under round-robin protocol and redundant channels. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 49(4): 1292 – 1301.
- [20] PENG C, LI F. A survey on recent advances in event-triggered communication and control. *Information Sciences*, 2018, 457: 113 – 125.
- [21] MA Y, LI Z, ZHAO J. H_∞ control for switched systems based on dynamic event-triggered strategy and quantization under state-dependent switching. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2020, 67(9): 3175 – 3186.
- [22] DONG S, WU Z, SU H, et al. Asynchronous control of continuous-time nonlinear markov jump systems subject to strict dissipativity. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(3): 1250 – 1256.
- [23] XUE M, YAN H, ZHANG H, et al. Compensation-based output feedback control for fuzzy markov jump systems with random packet losses. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 52(12): 12759 – 12770.

附录

定理1证明:

证 对于矩阵 $G > 0$, 对式(14)使用Schur补引理可得

$$\begin{bmatrix} \Xi_{avr}^{11} & \Xi_{avr}^{12} \\ * & -W_{avr} \end{bmatrix} + \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^{1T} \bar{w} G \bar{w} \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^1 + \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^{2T} G^{-1} \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^2 + \Omega_{avr}^{1T} \Omega_{avr}^1 + \Omega_{avr}^{2T} \Omega_{avr}^2 < 0,$$

其中: $\bar{\mathfrak{M}}_{avr}^1 = [\mathfrak{M}_{avr}^1 \ 0]$, $\bar{\mathfrak{M}}_{avr}^2 = [\mathfrak{M}_{avr}^2 \ 0 \ 0]$, $\Omega_{avr}^1 = [\Xi_{avr}^{14T} \ \bar{\phi}_1 F_a \ 0]$, $\Omega_{avr}^2 = [\Xi_{avr}^{15T} \ 0 \ 0 \ 0]$.

由于 $|\Delta(t)| \leq \bar{w}$, 因此

$$\begin{bmatrix} \Xi_{avr}^{11} & \Xi_{avr}^{12} \\ * & -W_{avr} \end{bmatrix} + \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^{1T} \Delta^T(t) \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^1 + \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^{2T} \Delta(t) \bar{\mathfrak{M}}_{avr}^2 + \Omega_{avr}^{1T} \Omega_{avr}^1 + \Omega_{avr}^{2T} \Omega_{avr}^2 < 0,$$

上式计算可得

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Xi}_{avr}^{11} & \tilde{\Xi}_{avr}^{12} \\ * & \tilde{\Xi}_{avr}^{22} \end{bmatrix} < 0, \tag{A1}$$

其中:

$$\tilde{\Xi}_{avr}^{11} = \begin{bmatrix} \tilde{\Pi}_{avr}^{11} & \Pi_{avr}^{12} & \tilde{\Pi}_{avr}^{13} & X^T & \tilde{\Pi}_{avr}^{15} & \Pi_{avr}^{16} \\ * & -\bar{\sigma}_r I & 0 & 0 & 0 & \Pi_{avr}^{26} \\ * & * & \Pi_{avr}^{33} & \Pi_{avr}^{34} & \Pi_{avr}^{35} & \tilde{\Pi}_{avr}^{36} \\ * & * & * & \Pi_{avr}^{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Pi_{avr}^{55} & \tilde{\Pi}_{avr}^{56} \\ * & * & * & * & * & \Pi_{avr}^{66} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{\Pi}_{avr}^{11} = \sum_{l=1}^{S_t} \rho_{al} P_l + \mathbf{He}\{M A_a\} + N - R + \bar{\sigma}_r^T (\bar{\mathfrak{F}}_r D_a) \bar{\mathfrak{F}}_r D_a + (\bar{\phi}_1 E_a)^T \bar{\phi}_1 E_a,$$

$$\tilde{\Pi}_{avr}^{13} = R + (1 - \bar{\sigma}_r) M B_a K_v (I + \Delta(t)) D_a - X^T,$$

$$\tilde{\Pi}_{avr}^{36} = \mathfrak{S} D_a^T (I + \Delta(t))^T K_v^T B_a^T M^T,$$

$$\tilde{\Pi}_{avr}^{15} = -(1 - \bar{\sigma}_r) M B_a K_v (I + \Delta(t)),$$

$$\tilde{\Pi}_{avr}^{56} = -\mathfrak{S} (I + \Delta(t))^T K_v^T B_a^T M^T,$$

$$\tilde{\Xi}_{avr}^{12} = [\tilde{\Xi}_{avr}^{121} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \bar{j} C_a^T M^T]^T,$$

$$\tilde{\Xi}_{avr}^{121} = C_a^T M^T - \phi_2^T E_a + F_a^T \bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1 E_a,$$

$$\tilde{\Xi}_{avr}^{22} = -W_{avr} + F_a^T \bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1 F_a.$$

由不等式(12)可得

$$\sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} \tilde{\Xi}_{avr} < 0, \tag{A2}$$

其中: $\tilde{\Xi}_{avr} = \begin{bmatrix} \tilde{\Xi}_{avr}^{11} & \tilde{\Xi}_{avr}^{12} \\ * & \tilde{\Xi}_{avr}^{22} \end{bmatrix}$, $\tilde{\Xi}_{avr}^{22} = -\phi_3 + \gamma I - \mathbf{He}\{F_a^T \phi_2\} + F_a^T \bar{\phi}_1^T \bar{\phi}_1 F_a$.

建立如下 Lyapunov 函数:

$$V(x(t), \lambda(t)) = \sum_{j=1}^4 V_j(x(t), \lambda(t)), \tag{A3}$$

其中:

$$V_1(x(t), \lambda(t)) = x^T P_{\lambda(t)} x(t),$$

$$V_2(x(t), \lambda(t)) = \int_{t-\tau_M}^t x^T(\theta) N x(\theta) d\theta,$$

$$V_3(x(t), \lambda(t)) = \tau_M^2 \int_{t-\tau_M}^t \dot{x}^T(\theta) R \dot{x}(\theta) d\theta -$$

$$\tau_M \int_{t-\tau_M}^t \dot{x}^T(\theta) R \dot{x}(\theta) d\theta +$$

$$\tau_M \int_{t-\tau_M}^t \theta \dot{x}^T(\theta) R \dot{x}(\theta) d\theta,$$

$$V_4(x(t), \lambda(t)) = \psi(t).$$

令 \mathfrak{A} 是随机过程 $\{x(t), \lambda(t), r(t)\}$ 的弱无穷小算子, 可推得

$$E\{\mathfrak{A}V_1(x(t), \lambda(t))\} =$$

$$\mathbf{He}\{x^T(t) P_a \dot{x}(t)\} + x^T(t) \left(\sum_{l=1}^{S_t} \rho_{al} P_l \right) x(t), \tag{A4}$$

$$E\{\mathfrak{A}V_2(x(t), \lambda(t))\} =$$

$$x^T(t) N x(t) - x^T(t - \tau_M) N x(t - \tau_M), \tag{A5}$$

$$E\{\mathfrak{A}V_3(x(t), \lambda(t))\} =$$

$$\tau_M^2 \dot{x}^T(t) R \dot{x}(t) - \tau_M \int_{t-\tau_M}^t \dot{x}^T(\theta) R \dot{x}(\theta) d\theta, \tag{A6}$$

$$E\{\mathfrak{A}V_4(x(t), \lambda(t))\} = -\bar{m} \psi(t) - \bar{b} \mathcal{H}(t). \tag{A7}$$

由 Park's 定理^[6]可得

$$-\tau_M \int_{t-\tau_M}^t \dot{x}^T(\theta) R \dot{x}(\theta) d\theta \leq -\aleph^T(t) \mathfrak{Q} \aleph(t), \tag{A8}$$

其中:

$$\mathfrak{Q} = \begin{bmatrix} R & X^T \\ * & R \end{bmatrix}, \aleph(t) = \begin{bmatrix} x(t) - x(t - \tau(t)) \\ x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_M) \end{bmatrix}.$$

存在一个矩阵 M 使得如下零等式成立:

$$\begin{aligned} 0 = & 2 \sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} (x(t) + \bar{j} \dot{x}(t))^T M \times \\ & [-\dot{x}(t) + A_a x(t) + (1 - \bar{\sigma}_r) B_a K_v \times \\ & (I + \Delta(t)) D_a x(t - \tau(t)) - \\ & (1 - \bar{\sigma}_r) B_a K_v (I + \Delta(t)) \epsilon_k(t) + \\ & \bar{\sigma}_r B_a K_v \varphi_r(y(t)) + C_a \omega(t)]. \end{aligned} \tag{A9}$$

由 DETM(2) 可得

$$-\nu \mathcal{H}(t) + \psi(t) > 0, \tag{A10}$$

由欺骗攻击信号可得存在矩阵

$$\bar{\sigma}_r x^T(t) D_a^T \bar{\mathfrak{F}}_r^T \bar{\mathfrak{F}}_r D_a x(t) - \bar{\sigma}_r \varphi_r^T(y(t)) \varphi_r(y(t)) \geq 0. \tag{A11}$$

由式(A4)-(A11)可得

$$E\{\mathfrak{A}V(x(t), \lambda(t))\} < \xi^T(t) \sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} \tilde{\Xi}_{avr}^1 \xi(t),$$

其中:

$$\xi^T(t) = [x^T(t) \ \varphi_r^T(y(t)) \ x^T(t - \tau(t)) \ x^T(t - \tau_M) \ \epsilon_k^T(t) \ \dot{x}^T(t)],$$

$$\tilde{\Xi}_{avr}^1 = \begin{bmatrix} \tilde{\Pi}_{avr}^{11} & \Pi_{avr}^{12} & \tilde{\Pi}_{avr}^{13} & X^T & \tilde{\Pi}_{avr}^{15} & \Pi_{avr}^{16} \\ * & -\bar{\sigma}_r I & 0 & 0 & 0 & \Pi_{avr}^{26} \\ * & * & \Pi_{avr}^{33} & \Pi_{avr}^{34} & \Pi_{avr}^{35} & \tilde{\Pi}_{avr}^{36} \\ * & * & * & \Pi_{avr}^{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Pi_{avr}^{55} & \tilde{\Pi}_{avr}^{56} \\ * & * & * & * & * & \Pi_{avr}^{66} \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Pi}_{avr}^{11} = \sum_{l=1}^{S_t} \rho_{al} P_l + \mathbf{He}\{M A_a\} + N - R + \bar{\sigma}_r^T (\tilde{\mathcal{F}}_r D_a) \tilde{\mathcal{F}}_r D_a.$$

当 $\omega(t) = 0$ 时, 结合式(A2)可得

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(x(t), \lambda(t))\} < \\ & - \mu_{\min} \left(\sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} \hat{\Xi}_{avr}^{11} \right) \xi^T(t) \xi(t) < \\ & - \bar{\mu} \xi^T(t) \xi(t) < 0, \end{aligned} \tag{A12}$$

其中 $\bar{\mu} = \inf\{\mu_{\min}(\sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} \hat{\Xi}_{avr}^{11})\}$.

由Dynkin公式可得, 对于 $t > 0$, 以下不等式成立:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(x(t), \lambda(t))\} - \mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(x(0), \lambda(0))\} < \\ & - \bar{\mu} \mathbb{E}\left\{\int_0^t x^T(s)x(s)ds\right\}, \end{aligned}$$

进一步可得

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\left\{\int_0^t x^T(s)x(s)ds\right\} < \\ & \frac{1}{\bar{\mu}} \mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(x(0), \lambda(0))\} < +\infty, \end{aligned}$$

因此, 系统(10)是随机稳定的.

闭环系统(10)的耗散性能分析如下:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(t) - \mathbf{J}(z(t), \omega(t)) + \gamma \int_0^T \omega^T(t)\omega(t)dt\} = \\ & \tilde{\xi}^T(t) \sum_{v=1}^{N_t} \varphi_{av} \sum_{r=1}^{f_t} \zeta_{ar} \tilde{\Xi}_{avr} \tilde{\xi}(t), \end{aligned}$$

其中 $\tilde{\xi}^T(t) = [\xi^T(t) \ \omega^T(t)]$.

由式(A2)可得

$$\mathbb{E}\{\mathfrak{A}V(t) - \mathbf{J}(z(t), \omega(t)) + \gamma \int_0^T \omega^T(t)\omega(t)dt\} < 0,$$

在零初始条件下积分可得

$$\int_0^T \mathbb{E}\{\mathbf{J}(z(t), \omega(t))\}dt > \gamma \int_0^T \omega^T(t)\omega(t)dt,$$

由定义2可得系统(10)是严格耗散的. 证毕.

定理2证明:

证 由文献[23]引理1, 通过式(15)可得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Gamma_{avr}^{11} & \Gamma_{avr}^{12} & \Gamma_{avr}^{13} & \Gamma_{avr}^{14} & \Gamma_{avr}^{15} \\ * & -\mathbf{W}_{avr} & 0 & \mathbf{F}_a^T \bar{\phi}_1^T & 0 \\ * & * & \Gamma_{avr}^{33} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & -\mathbf{I} \end{bmatrix} + \\ & \mathbf{He}\{\Lambda_{6avr}^1 \Lambda_{66avr}^{-1} \Lambda_{6avr}^2\} < 0, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \Lambda_{6avr}^1 &= [\Lambda_{avr}^{161} \ \Lambda_{avr}^{162} \ \Lambda_{avr}^{163}], \\ \Lambda_{avr}^{161} &= [\bar{\sigma}_r^T (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v) \ \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ & \quad \bar{\gamma} \bar{\sigma}_r^T (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v) \ \mathbf{0}_{1 \times 5}]^T, \\ \Lambda_{avr}^{162} &= [(1 - \bar{\sigma}_r) (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v)^T \ \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ & \quad \Im (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v)^T \ \mathbf{0}_{1 \times 5}]^T, \\ \Lambda_{avr}^{163} &= [-(1 - \bar{\sigma}_r) (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v)^T \ \mathbf{0}_{1 \times 4} \\ & \quad - \Im (\mathbf{M} \mathbf{B}_a - \mathbf{B}_a \mathbf{T}_v)^T \ \mathbf{0}_{1 \times 5}]^T, \\ \Lambda_{66avr} &= \text{diag}\{\mathbf{T}_v, \mathbf{T}_v, \mathbf{T}_v\}, \\ \Lambda_{6avr}^2 &= [\Lambda_{avr}^{261T} \ \Lambda_{avr}^{262T} \ \Lambda_{avr}^{263T}]^T, \\ \Lambda_{avr}^{261} &= [0 \ \mathbf{Z}_v \ \mathbf{0}_{1 \times 9}], \\ \Lambda_{avr}^{262} &= [0 \ 0 \ \mathbf{Z}_v \mathbf{D}_a \ \mathbf{0}_{1 \times 5} \ \mathbf{Z}_v \ 0 \ 0], \\ \Lambda_{avr}^{263} &= [\mathbf{0}_{1 \times 4} \ \mathbf{Z}_v \ \mathbf{0}_{1 \times 6}], \end{aligned}$$

把式(16)代入上式, 可得式(14)成立. 证毕.

作者简介:

胡梦洁 博士, 副教授, 目前研究方向为混杂系统控制、非线性控制、随机系统的分析与控制, E-mail: mengjiehu@cumt.edu.cn;

王燕舞 博士, 教授, 目前研究方向为基于深度学习的混杂数据挖掘、分析与预测、基于强化学习的分布式协同优化调度、基于群体智能的多尺度分布式协同控制, E-mail: wangyw@hust.edu.cn;

杨春雨 博士, 教授, 目前研究方向为智能控制理论与方法、智能机器人导航与控制、无人系统安全感知与控制、工业过程运行优化与智能控制, E-mail: chunyu yang@cumt.edu.cn;

代伟 博士, 教授, 目前研究方向为随机神经网络与学习系统、工业系统自学习优化控制、数据驱动的复杂工业过程建模, E-mail: weidai@cumt.edu.cn;

施欣晨 硕士研究生, 目前研究方向为工业系统控制、网络化系统控制, E-mail: sxc18101488216@163.com.