

飞机总装混流脉动生产线循环调度建模

陆志强[†], 苑江珊

(同济大学 机械与能源工程学院, 上海 201804)

摘要: 以飞机总装脉动生产线为背景, 采取混流生产的方式, 提出基于项目拆分的资源受限项目循环调度问题. 为进一步加快生产效率, 采用两种机型按照一定配比交替生产的方式, 以最小化瓶颈节拍为目标建立了数学模型, 并设计双层迭代算法进行求解. 上层使用项目拆分方案(PSS)算法在初始拆分方案的基础上, 将作业在不同工位间进行移动以得到更优的拆分决策; 下层使用时间资源并行调度(RTPS)机制对各个作业子集中的作业进行排序, 并计算各个时间阶段的资源利用率以及节拍时间反馈给上层算法. 实验结果证实, 该算法有效降低了作业循环过程中的瓶颈节拍, 对不同机型组合的优化程度为8.26%~28.95%.

关键词: 混流生产; 项目拆分; 飞机总装脉动生产线; 双层迭代算法

引用格式: 陆志强, 苑江珊. 飞机总装混流脉动生产线循环调度建模. 控制理论与应用, 2025, 42(4): 649–658

DOI: 10.7641/CTA.2024.30366

Modeling of project circulating scheduling problem for aircraft mixed-flow pulsating assembly line

LU Zhi-qiang[†], YUAN Jiang-shan

(School of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Based on the background of aircraft assembly pulsating production line and mixed-flow production method, the problem of resource constrained project cycle scheduling based on project splitting was proposed. To further speed up the production efficiency, two types of aircraft are alternately produced according to a certain ratio. A mathematical model was established with the goal of minimizing the key cycle time and a two-level iterative algorithm was developed. In the upper layer, the project split scheme (PSS) algorithm is used to move the job between different workstations based on the initial splitting plan to obtain a better splitting decision. The lower layer uses the time-resource parallel scheduling (RTPS) mechanism to sort jobs in each job subset and calculate the resource utilization rate and cycle time feedback for each period to the upper layer algorithm. The experimental results show that the algorithm can effectively reduce the key cycle time in the job cycle process, and the optimization degree of different aircraft type combinations is 8.26%~28.95%.

Key words: mixed-flow production; project splitting; aircraft pulsating assembly line; two-level iterative algorithm

Citation: LU Zhiqiang, YUAN Jiangshan. Modeling of project circulating scheduling problem for aircraft mixed-flow pulsating assembly line. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(4): 649–658

1 引言

资源受限项目调度问题(resource constrained project scheduling problem, RCPSP)的目标是在满足资源供应和作业优先级关系的情况下生成最优或次优的调度计划, 以最小化完工时间. 飞机生产线的装配计划主要受到作业执行顺序和共享资源的约束. 因此, 可将飞机总装作业调度问题抽象成RCPSP的扩展问

题. 脉动生产线在提升效率的同时可优化装配质量, 已逐渐成为飞机装配时的首选^[1]. 且在智能制造背景下, 客户需求呈现多样化的趋势, 需要在一条生产线上生产多种类型的飞机进行混流生产. 本文以飞机混流脉动生产线为研究对象, 采取两种机型以一定配比交替上线的方式上线生产, 出现两种机型同时在线上加工的情形. 考虑到两种机型作业不同, 所需资

收稿日期: 2023-05-27; 录用日期: 2024-02-06.

[†]通信作者. E-mail: zhiqianglu@tongji.edu.cn.

本文责任编辑: 阳春华.

国家自然科学基金项目(61473211)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (61473211).

源和加工时间有所差异,初始调度方案不能正常使用,故需要重新制定作业调度方案,确定作业循环模式并建立单个循环的调度方案,以缩短生产工期。

针对飞机总装脉动生产线上两种机型按照某种配比交替上线的作业循环过程,本文提出了基于项目拆分的资源受限项目循环调度问题(modeling of resource constrained project circulating scheduling problem for aircraft pulsating assembly line, RCPCSP-PS)。

由于作业循环内包含多个项目,并且同时进行调度,因此属于多项目协同调度问题(resource constrained multi-project scheduling problem, RCMPSP)。目前对于 RCMPSP 的求解主要有2种,一种是 Goncalves 等^[2]提出的将多个项目连接成为单项目的方法;另一种是 Kurtulus 等^[3]对每个子项目找出对应的关键链进行并行调度。由于 RCMPSP 已被证明是一个 NP-hard 问题^[4],大规模问题不能使用精确算法来求解,因此在以往的研究中,多利用启发式算法对模型进行求解。Jedrejowicz 等^[5]提出了一种基于 A-team 概念的多智能体系统(MAS)来解决分布式资源约束多项目调度问题。Nabipoor 等^[6]采用了场景松弛算法对问题进行求解,对考虑鲁棒资源的 RCMPSP 问题效果显著。Tian 等^[7]针对 RCMPSP 问题提出了可用于识别关键链和缓冲设置的方法,并设计相应的风险贡献指数对其进行修正。Pérez 等^[8]提出多模态遗传算法(MMGAs)来优化 RCMPSP 问题的求解,引入了种群的多样性,实现备选最优,降低了陷入局部最优的概率。Satic 等^[9]将动态随机资源约束的多项目调度问题建模为一个离散时间马尔可夫决策过程,运行并比较了5种不同的解决方法,以最大化正在进行的项目的总利润。

此外,对于 RCMPSP 问题的拓展问题也有一些学者进行了研究。Homberger 等^[10]在研究 RCMPSP 时加入了协商机制,假设多项目调度是由自利方代理共同完成的,并设计分析了不同的带有附带支付的自动谈判程序,以解决两个代理之间的利益冲突。Rostami 等^[11]提出在分散的多项目调度问题中,确定资源在活动之间移动的存储设施的正确位置,设定目标为同时最小化项目完成时间和设施选址成本。Gholizadeh 等^[12]研究了资源的可获得性,为了处理不可再生资源在需求周期内的供给问题,为它们定义一个生产运输计划,将 RCMPSP 与供应链规划模型集成在一起。Zhu 等^[13]提出了基于检测和返工的资源约束多项目调度问题(RCMPSP-DR),对实际工程应用具有重要意义。He 等^[14]研究了在项目期限和可再生资源约束下,以承包方最大现金流缺口最小化为目标的资源约束多项目调度问题,并建立了非线性整数规划优化模型。

然而,现有文献中对于 RCMPSP 的研究更多集中在单品种生产的调度,不考虑产品种类的区别和各时

间阶段生产情形的差异,对于 RCPCSP-PS 的研究还未展开。本研究中所涉及的循环过程包含多个时间阶段,不仅研究单个时间阶段内的作业计划,还要结合循环过程中各个时间阶段间的差异,综合考虑资源、作业移动等的影响,并对此建立数学模型进行求解。

2 问题描述及数学模型

2.1 问题描述

以飞机总装脉动装配线为生产背景,完成不同机型的混流生产。为了简化研究,本文将混流的飞机类型划分为两种,后续可扩展为多种机型。在此过程中,飞机生产线被划分为 N 个工位,各架飞机的作业也需按照优先级关系被拆分为 N 份分配到对应的工位上。飞机在装配过程中依次通过各个工位,完成对应工位中作业子集的加工,当飞机通过整条生产线后,飞机总装结束。本文研究的装配线生产 A、B 两种类型的飞机,两种飞机装配作业相似,可按照一定配比交替上线生产,以配比 2:1 为例,如表 1 所示。表中 A_{12} 代表第 1 架 A 型飞机在工位 2 中, B_{23} 代表第 2 架 B 型飞机在工位 3 中,依此类推。可发现时间阶段 3-5 与时间阶段 6-8、时间阶段 9-11 的生产线情况相同,为此,后续每 3 个阶段的生产计划只需循环使用前面时间阶段 3-5 的生产计划即可。把时间阶段 3-5 称为第 1 个循环过程。对配比 2:1 进行拓展,两种机型 A、B 亦可在装配线上按照 $A : B = f : h$ 的配比交替上线生产,每次循环会完成 $f + h$ 架飞机的生产。本文以单个循环过程为研究对象,以最小化瓶颈节拍 C 为目标函数,将单个循环过程中的作业合理拆分后分配给各工位并进行调度,建立数学模型并对其求解,使得两种飞机以一个稳定的装配节拍 C 完成生产。

表 1 飞机装配线混流生产顺序

Table 1 Mixed-flow production process in aircraft assembly line

	工位1	工位2	工位3
时间阶段1	A_{11}	—	—
时间阶段2	A_{21}	A_{12}	—
时间阶段3	B_{11}	A_{22}	A_{13}
时间阶段4	A_{31}	B_{12}	A_{23}
时间阶段5	A_{41}	A_{32}	B_{13}
时间阶段6	B_{21}	A_{42}	A_{33}
时间阶段7	A_{51}	B_{22}	A_{43}
时间阶段8	A_{61}	A_{52}	B_{23}
时间阶段9	B_{31}	A_{62}	A_{53}
时间阶段10	A_{71}	B_{32}	A_{63}
时间阶段11	A_{81}	A_{72}	B_{33}
时间阶段3/6/9	B	A	A
时间阶段4/7/10	A	B	A
时间阶段5/8/11	A	A	B

为了更有效地描述该装配线平衡问题, 做出如下假设: 1) 装配作业为最小结构, 不可再分; 2) 各个作业的加工时间为定值; 3) 各个作业的优先约束关系已知; 4) 不考虑在实际装配过程中可能会出现物料延迟或损坏的情况; 5) 工位中的所有作业在飞机移到下一个工位时均已结束; 6) 同个作业子集的作业只需满足作业本身的优先级关系, 不考虑不同作业切换的时间; 7) 不考虑物料搬运时间, 以及其他机器启动时间; 8) 所有资源均为可更新资源, 但只有部分特定种类的资源可在邻域间移动, 其余种类资源具有工位属性, 只能用于对应工位。

2.2 数学模型

参数符号与说明如表2所示。

表2 参数符号及说明

Table 2 Parameter symbols and their descriptions

参数	定义
o	装配项目序号, ($o = 1, 2$, 分别代表项目A, B)
f	单个配比中装配项目A的数目 ($f = 1, 2, \dots, F$)
h	单个配比中装配项目B的数目 ($h = 1, 2, \dots, H, h \perp f$)
m	时间阶段序号 ($m = 1, 2, \dots, M$)
j	装配作业序号 ($j = 0, 1, 2, \dots, J$)
n	工位序号 ($n = 1, 2, \dots, N$)
v	每类装配项目进入装配线的序号 ($v = 1, 2, \dots, V$)
v'	装配项目不区分种类进入装配线的序号 ($v' = 1, 2, \dots, V'$)
k	装配过程中需要的资源种类 ($k = 1, 2, \dots, K$)
k'	装配过程中可在邻域间移动的特定资源种类 ($k' = 1, 2, \dots, K', K' < K$)
r_{jk}	装配作业 j 对资源 k 的需求量
R_k	资源 k 的总量
P_j	作业 j 的紧前作业集合
p	作业 j 的紧前作业, $p \in P_j$
L_{ov}	第 v 个装配项目 o 的作业子集
S_{mn}	第 m 个时间阶段上第 n 个工位的作业子集
t_{jmn}	装配子集 S_{mn} 中装配作业 j 的开始时间
k_j	装配作业 j 的加工时间
W	一个足够大的正数
CT_{mn}	第 m 个时间阶段上工位 n 的节拍时间

1) 决策变量。

a) a_{mnjt} 为0, 1变量, 若 S_{mn} 的作业 j 在 t 时开始, 则 $a_{mnjt} = 1$, 否则 $a_{mnjt} = 0$;

b) b_{mnj} 为0, 1变量, 若作业 j 被分配于 S_{mn} , 则 $b_{mnj} = 1$, 否则 $b_{mnj} = 0$;

c) c_{mnpj} 为0, 1变量, 若作业 j 的紧前作业 p 在拆分后同时属于 S_{mn} , 则 $c_{mnpj} = 1$, 否则 $c_{mnpj} = 0$;

d) Q_{kmn} 为整数变量, 表示资源 k 被分配于作业子集 S_{mn} 的数量。

2) 目标函数。

$$f = \min CT. \tag{1}$$

3) 约束条件。

$$CT \geq CT_{mn}, m = N, N + 1, \forall n, \tag{2}$$

$$CT_{mn} = \sum_{j=1}^J b_{mnj}k_j, \forall m, n, j \in S_{mn}, \tag{3}$$

$$o = \begin{cases} 1, & m \text{ 和 } n \text{ 同为奇数或者同为偶数,} \\ 2, & \text{其他,} \end{cases} \tag{4}$$

$$n = \begin{cases} m - [(\lceil \frac{v}{f} \rceil - 1)(f + h) + (v - 1)\backslash f], & o = 1, \forall m, n, f, h, v, \\ m - f - [(\lceil \frac{v}{h} \rceil - 1)(f + h) + (v - 1)\backslash h], & o = 2, \forall m, n, f, h, v, \end{cases} \tag{5}$$

$$L_{ov} = \bigcup_{m=1}^M S_{mn}, \forall m, n = n_1, n_2, v, o, \tag{6}$$

$$\max\{(M-m, N-n)\} \sum_v b_{(m+v)(n+v)p} \leq W(1 - b_{mnj}), \forall m < M, n < N, j \in S_{mn}, p \in P_j, \tag{7}$$

$$c_{mnpj} = b_{mnp}b_{mnj}, \forall m, n, j \in S_{mn}, p \in P_j, \tag{8}$$

$$t_{jmn} = ta_{mnjt}, \forall m, n, j \in S_{mn}, \tag{9}$$

$$(t_{pmn} + k_p)c_{mnpj} \leq t_{jmn}, \forall m, n, j \in S_{mn}, p \in P_j, \tag{10}$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{\max\{0, t-k_j\}}^t a_{mnjt} r_{jk} b_{mnj} \leq Q_{kmn}, \forall t, k \notin K', m, j \in S_{mn}, \tag{11}$$

$$\min\{N, n+1\} \sum_{\max\{1, n-1\}}^t r_{jk} b_{mnj} \sum_{\max\{0, t-k_j\}}^t a_{mnjt} \leq \sum_{n=1}^{n+1} Q_{kmn}, \forall t, k \in K', m, n, j \in S_{mn}, \tag{12}$$

$$\sum_{n=1}^N Q_{kmn} \leq R_k, \forall k, m, \tag{13}$$

$$S_{mn} = S_{(m+f+h)n}, \forall m, n, f, h. \tag{14}$$

式(1)为优化目标; 式(2)表示优化目标为循环过程中最大的节拍时间, 即瓶颈节拍时间; 式(3)为时间阶段 m 上工位 n 的节拍时间; 式(4)表示了 o 与 m 和 n 的关系; 式(5)表示进入装配线的每架飞机拆分的作业子集位置, 即时间阶段 m 和工位 n 的函数关系; 式(6)保证了每架飞机所拆分的作业子集完成了该项目所有需要完成的任务; 式(7)表示同架飞机的作业在拆分时必须满足作业的紧前紧后顺序, 每个作业的紧前作业不能在该作业后续工位中加工; 式(8)表示当作业与其紧前作业同时同一工位上加工时, c_{mnpj} 发挥作用; 式(9)表示作业的开始时间处于 t 时刻时, a_{mnjt} 发挥作用; 式(10)表示每个工位上的作业需要在其工位内的所有

紧前作业加工完成后才能开始;式(11)表示除特定种类资源外,各个工位任意时刻所使用的资源不能超过分配到该工位的资源;式(12)表示各个工位任意时刻所使用的特定资源不能超过分配到该工位和邻域工位的特定资源之和;式(13)表示每种资源分配到各个工位的资源之和不能超过该种资源总量;式(14)每次经历一个作业循环即 $f+h$ 个时间阶段后,对应工位的作业子集相同。

3 算法框架

针对当前模型特点,本文提出一种双层迭代算法来求解当前循环过程模型。上层使用PSS(project split scheme)算法制定作业拆分计划,在循环过程中的不同工位间移动作业以获得最优的拆分方案;下层在满足资源要求的前提下,使用时间资源并行调度(time-resource parallel scheduling, RTPS)机制对分配到各个工位的作业进行排序,以制定生产计划,并计算各个工位的完工时间及各个时间阶段的资源使用率反馈给上层,通过多次迭代得到最优解。

3.1 两阶段迭代算法整体步骤

步骤 1 确定最大迭代次数 E , e 表示当前迭代次数,初始化为0。

步骤 2 使用关键路径(critical path method, CPM)得到初始拆分方案 B_{mnj} 。利用RTPS机制求解调度方案,并计算每个工位的节拍时间 CT_{mn} 及各个时间阶段的资源使用率 p_m ,取 CT_{mn} 最大值为 CT_{best} 。

步骤 3 计算起点与终点的权重比 ω_{mn} ,使用概率密度函数计算每一对起终点作业子集的选取概率,采用偏移随机抽样算法进行起终点作业子集的选择。

步骤 4 确定可移动作业集 F_{mn} ,计算作业选取的权重参数 e_j 并确定要移动的作业序号。

步骤 5 利用RTPS机制对各个工位内的作业进行排序,计算每个工位的节拍时间 CT_{mn} 、瓶颈节拍时间 CT 及各个时间阶段的资源使用率 p_m ,若 $CT < CT_{best}$,令 $CT_{best} = CT$ 。

步骤 6 $e = E + 1$, $e < E$,转入步骤3。

步骤 7 输出 CT_{best} 。

3.2 编码与解码

编码:对未拆分的项目网络结构,求解关键路径CPM,利用CPM得到满足作业优先关系的调度方案,获得每项作业的完工时间 f_j 和关键链工期长度 T_{CPM} 。定义时间截断长度 $L = \frac{T_{CPM}}{N}$,根据每项作业的完工时间 f_j 将作业分配到 N 个区间中,生成初始化项目拆分结果。如图1所示,为元胞数组 $InStation = (f+h) \times N$,用其存储循环过程中每个时间阶段各个工位分配到的机型以及作业。存储序列的第1位元素代表机型,100代表第1种机型,200代表第2种机型,存储序

列的后续元素代表作业。

	工位1	工位2	工位3
时间阶段1	[100 0 1 2 3]		
时间阶段2	[100 0 1 2 3]	[100 4 6 5 7]	
时间阶段3	[200 0 1 3 2 4]	[100 4 6 5 7]	[100 8 9 10 11]
时间阶段4	[100 0 1 2 3]	[200 5 7 6]	[100 8 9 10 11]
时间阶段5	[100 0 1 2 3]	[100 4 6 5 7]	[200 8 10 9 11]

图1 编码示意图

Fig. 1 Coding diagram

解码:使用RTPS调度机制(详见第3.4节)获得元胞数组 $InStation$ 中各个作业的开始时间,如图2所示。每个时间阶段初都从 $t=0$ 重新计时,用元胞数组 $Time = (f+h) \times N$ 存储每个作业开始加工的时间,矩阵第1行代表作业,第2行代表每个作业开始加工的时间。

	工位1	工位2	工位3
时间阶段3	[0 1 3 2 4] [0 0 0 2 6]	[4 6 5 7] [0 6 3 5]	[8 9 10 11] [0 2 4 7]
时间阶段4	[0 1 2 3] [0 0 0 4]	[5 7 6] [0 5 2]	[8 9 10 11] [0 3 6 8]
时间阶段5	[0 1 2 3] [0 0 2 5]	[4 5 6 7] [0 2 4 5]	[8 10 9 11] [0 2 3 7]

图2 解码示意图

Fig. 2 Decoding diagram

3.3 上层PSS算法

为了对作业进行合理的拆分,本文设计了一种构造启发式算法作为上层算法,称为PSS算法,在初始拆分方案基础上,根据各个时间阶段的资源利用率以及各个工位的完工时间情况对不同工位间的作业进行移动调整,以制定更优的拆分决策。各个工位都有其对应的作业子集,因此对作业拆分调整时需确定起终点作业子集序号及移动的作业序号。

1) 确定起终点作业子集序号:计算循环过程中各个工位的节拍时间 CT_{mn} 与当前时间阶段 m 的资源利用率 p_m ,根据资源利用率和完工时间计算工位作为起点或终点时的权重 ω_{mn} , μ 为 p_m 的权重系数。对于完工时间越大的工位且该工位所在时间阶段的资源利用率越大,认为该工位此时的作业承载量较大,倾向于从该工位移出作业,反之倾向于向该工位移进作业。

$$p_m = \sum_{k=1}^K \frac{\sum_{j=1}^{j \in S_{mn}} r_{jk} k_j}{R_k \max(CT_{mn})}, \forall n, \quad (15)$$

$$\omega_{mn} = \begin{cases} CT_{mn} - \min\{CT_{ms}\} + \mu \times p_m, \\ s \in N, \text{ 作为起点,} \\ \max\{CT_{ms}\} - CT_{mn} + \mu \times \frac{1}{p_m}, \\ s \in N, \text{ 作为终点.} \end{cases} \quad (16)$$

只有当两个工位对应的作业子集为同架飞机的作业子集时才能相互移动作业,此时称这两个作业子集

为同项目作业子集, 定义 S_{mn} 的同项目作业子集为 $S_{m'n'}$.

- a) 当 $m = N$ 时, $S_{m'n'}$ 为 $S_{(m-1+f+h)(n-1)}$ 或 $S_{(m+1)(n+1)}$;
- b) 当 $N < m < f + h + N - 1$ 时, $S_{m'n'}$ 为 $S_{(m+l)(n+l)}$, $l = \pm 1$;
- c) 当 $m = f + h + N - 1$ 时, $S_{m'n'}$ 为 $S_{(m+1-f-h)(n+1)}$ 或 $S_{(m-1)(n-1)}$.

采用偏移随机抽样算法进行起终点作业子集的选择, 设概率密度函数

$$\psi(m, n, m', n') = \frac{(\omega_{mn}\omega_{m'n'})^\alpha}{\sum_{m=J}^{f+h+J-1} \sum_{n=1}^N \sum_{m' \neq m} \sum_{n' \neq n} (\omega_{mn}\omega_{m'n'})^\alpha}, \quad (17)$$

式中: α 为用于控制移动方向随机性的参数; $\psi(m, n, m', n')$ 的值代表作业调整时 S_{mn} 为起点, $S_{m'n'}$ 为终点的概率.

2) 确定移动的作业序号: 以某架飞机为例(图3), 可对在工位内没有紧前作业的作业进行左移, 如作业3, 7, 8; 也可将作业进行右移, 即对在工位内没有紧后作业的作业进行右移, 如作业2, 6. 将作业子集 S_{mn} 对应的可移动作业集用 F_{mn} 表示, 确定好可移动作业集 F_{mn} 后, 将在该集合内结合资源因素进行作业的挑选.

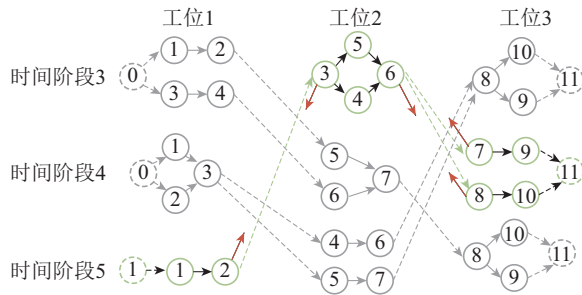


图3 作业子集 S_{mn} 中的可移动作业
Fig. 3 Moveable jobs in the job subset S_{mn}

为减少不同阶段切换时资源的移动, 各工位的资源应该与相邻时间阶段的该工位资源相协调. 使用 e_j 表示作业 j 所需的资源与当前工位每个作业理论上平均消耗资源量的差值, 差值越大越需要移出. l_{jk} 代表作业子集 S_{mn} 前后两个时间阶段的工位 n 上资源 k 的平均使用量与作业子集 S_{mn} 内作业数目的比值, 意为如果按照相邻时间阶段对应工位的资源 k 的使用量, 当前工位每个作业消耗资源 k 的量应为多少.

$$e_j = \sum_{k=1}^K (r_{jk} - l_{jk}), \quad (18)$$

$$l_{jk} = \frac{\sum_{j \in S_{(m \pm 1)n}} r_{jk}}{2 \sum_{j=1}^j y_{jmn}}. \quad (19)$$

3.4 下层RTPS调度机制

对于下层算法, 本文对可加工作业集合 W_g 中的所有作业进行组合, 排除超过资源上限的组合, 计算各个组合 Z_i 的权重 G_{Z_i} , 最后选择权重最高的组合 Z_I 在 t 时刻开始加工. 因此, 利用RTPS调度机制求解调度方案, 可以优化解的质量, 提高资源利用率.

步骤1 对于每个时间阶段, 将每个时间阶段中的每个作业子集看作是一个子项目, 计算每个子项目中各个作业的最早开始时间 es_j .

步骤2 令 $t = 0$, 资源后续可使用量为 $R_{mnk} = Q_{kmn} (\forall k, t = 1, 2, \dots, T)$, 已完成作业集合 $H_g = \emptyset$, 正在执行的作业集合 $N_g = \emptyset$, 可加工作业集合 $W_g(1) = \{j | es_j = t_g \wedge r_{jk} \leq R_{mnk}, k \notin K'\}$; 可加工作业集合 $W_g(2) = \{j | es_j = t_g \wedge r_{jk} \leq \sum_{\substack{\min\{N, n+1\} \\ \max\{1, n-1\}}} R_{mnk}, k \in K'\}$. 可加工作业集合 $W_g = W_g(1) \cap W_g(2)$.

步骤3 将集合 W_g 中作业进行任意组合添加到集合 Z 中, 计算每种组合 Z_i 在每个工位上所需的资源 $X_{mnk} = \sum_{j \in Z_i \cap S_{mn}} r_{jk}$. 若 $X_{mnk} > R_{mnk} (k \notin K')$ 或 $X_{mnk} > \sum_{\substack{\min\{N, n+1\} \\ \max\{1, n-1\}}} R_{mnk} (k \in K')$, 则将 Z_i 从集合 Z 中删除; 若 $Z_i \subseteq Z_j (i \neq j)$, 则将 Z_i 从集合 Z 中删除.

步骤4 计算集合 Z 中的各个组合的权重 G_{Z_i} , 如下所示:

$$G_{Z_i} = \sum_{k=1}^K \sum_{n=1}^N \sum_{j \in Z_i} \frac{r_{jk} k_j}{R_{mnk} \max(k_j)}, \quad (20)$$

选取权重 G_{Z_i} 最大的组合 $Z_I = \{I | G_{Z_I} = \max_{i \in Z} G_{Z_i}\}$.

步骤5 令 $t_{jmn} = t_g (\forall j \in Z_I)$, 更新集合 $N_g = N_g \cup Z_I$, 设移动到邻域的资源量为 $CTR = \sum_{j \in Z_I \cap S_{mn}} r_{jk} - R_{mnk} (\forall k \in K', n' = n \pm 1)$, 更新资源可使用量 $R_{mnk} = R_{mnk} - X_{mnk} - CTR$.

步骤6 更新 $t_g = \min\{t_{jmn} + k_j, j \in N_g\}$, 释放此刻加工完成的作业所占用的资源量, 更新剩余资源供应量 $R_{mnk} = R_{mnk} + \sum_{\substack{t_{jmn} + k_j = t_g \\ j \in S_{mn} \cap N_g}} r_{jk} + CTR$. 更新 $H_g = H_g \cup \{j | j \in N_g \wedge t_{jmn} + k_j = t_g\}$, $N_g = \{j | j \in N_g \wedge t_{jmn} + k_j \neq t_g\}$, $W_g(1) = \{j | es_j = t_g \wedge r_{jk} \leq R_{mnk}, \forall k \notin K'\}$; $W_g(2) = \{j | es_j = t_g \wedge r_{jk} \leq \sum_{\substack{\min\{N, n+1\} \\ \max\{1, n-1\}}} R_{mnk}, \forall k \in K'\}$. 可排作业集合 $W_g = W_g(1) \cap W_g(2) \cap \{j | j \notin N_g \wedge j \notin H_g\}$, 若 $W_g \neq \emptyset$, 则返回步骤3.

步骤7 输出结果.

4 数值实验

4.1 算法分析

为了对算法进行测试, 使用Python3.10以及MAT-

LAB2020 编程实现算法, 仿真测试平台选用 M1 芯片处理器, 3.2 GHz 主频, 8 G 内存. 随机参数 α 用于控制作业的移动方向, 参数 μ 控制作业移动时资源的影响程度. 选取标准算例库 PSLIB 中的 3 种作业规模 J30, J60, J90 的各 50 个算例对这两个参数进行敏感性分析, 取 $E = 200, N = 5$, 采用平均 GAP 表示所有算例的平均误差. 取 $\mu = 5$, 以 $\alpha = 1$ 为基准, 参数 α 的敏感性分析结果如图 4 所示, 随着 α 值的增大, 平均 GAP 值也逐渐增大, 故实验时取 $\alpha = 1$. 取 $\alpha = 1$, 以 $\mu = 5$ 为基准, 参数 μ 的敏感性分析结果如图 5 所示, 当 μ 值增大时, 平均 GAP 值也在提高, 故实验时取 $\mu = 5$.

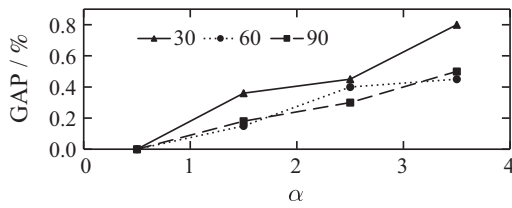


图 4 α 对调度结果的影响

Fig. 4 Effect of α on scheduling results

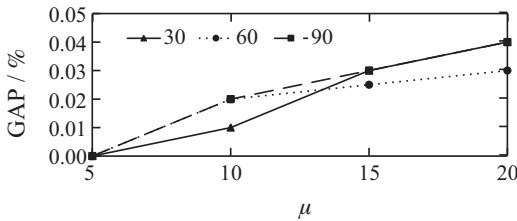


图 5 μ 对调度结果的影响

Fig. 5 Effect of μ on scheduling results

4.2 算法比较

为检测本文算法有效性, 分别引入遗传算法 (genetic algorithm, GA)、变邻域搜索算法 (variable neighborhood search, VNS)、禁忌搜索算法 (tabu search, TS) 结合本文中作业循环过程进行求解, 将所得结果与本研究算法进行对比. 本文在算例测试时使用 PSLIB 标准算例库中 3 种作业规模 J30, J60 和 J90 的算例, 每次测试会挑选该算例库中两种不同的飞机类型组成算例对作为实验输入. 设定两种机型 A, B 的配比为 $f : h = 3 : 2$, 选取 3 种作业规模下, 在工位数量为 3, 4, 5 时, 分别选取 5 对算例进行实验, 令 $\alpha = 1, \mu = 5, E = 200$.

对于所用遗传算法^[15], 初始种群数 100, 交叉概率 0.8, 变异概率 0.1. 对于所用的变邻域搜索算法^[16], 本研究提出了 3 种不同的邻域结构: 交换、左移和右移. 对于禁忌搜索算法^[17], 本研究使用相对禁忌表记录之前若干次移动所选取的起终点作业子集序号, 设工位数量为 N , 本研究中取步长 $L_{\text{Tabu}} = N - 2$. 3 种对比算法设置最大迭代次数均为 200. 表 3-5 分别为 3 种作业规模的实验结果, 分别计算本文研究算法与 3 种对

比算法的优化结果差值百分比 GAP, 以及本研究算法对初始调度方案的优化程度 GAP_{BASE} .

表 3 J30 实验结果

Table 3 Experimental results of J30

作业数	工位数	组别	GAP _{GA}	GAP _{VNS}	GAP _{TS}	GAP _{BASE}
30	3	1	5.13	5.13	7.69	15.38
		2	2.86	0.00	8.57	25.71
		3	2.44	4.88	7.32	17.07
		4	5.77	1.92	7.69	19.23
		5	4.76	4.76	9.52	21.43
	均值	4.19	3.34	8.16	19.77	
	4	1	0.00	3.33	6.67	26.67
		2	3.57	3.57	7.14	21.43
		3	2.94	5.88	11.76	23.53
		4	5.00	2.50	12.50	22.50
		5	6.45	6.45	9.68	25.81
	均值	3.59	4.35	9.55	23.99	
	5	1	0.00	4.17	8.33	25.00
		2	4.55	0.00	9.09	27.27
		3	3.57	0.00	10.71	25.00
4		2.86	5.71	8.57	20.00	
5		3.85	3.85	11.54	23.08	
均值	2.97	2.75	9.65	24.07		

表 4 J60 实验结果

Table 4 Experimental results of J60

作业数	工位数	组别	GAP _{GA}	GAP _{VNS}	GAP _{TS}	GAP _{BASE}
60	3	1	2.41	2.41	3.61	10.84
		2	2.56	3.85	7.69	17.95
		3	4.05	1.35	8.11	20.27
		4	4.60	2.30	4.60	18.39
		5	1.22	1.22	3.66	14.63
	均值	2.97	2.23	5.53	16.42	
	4	1	1.59	4.76	6.35	22.22
		2	3.39	5.08	5.08	25.42
		3	5.36	3.57	7.14	26.79
		4	2.86	0.00	5.71	21.43
		5	0.00	3.03	7.58	24.24
	均值	2.64	3.29	6.37	24.02	
	5	1	2.38	7.14	11.90	21.43
		2	0.00	2.50	10.00	27.50
		3	5.13	0.00	5.13	25.64
4		6.12	2.04	10.20	26.53	
5		4.44	4.44	6.67	24.44	
均值	3.61	3.22	8.78	25.11		

从表 3-5 可以看出, 无论求解何种规模的算例, 本研究算法所求得瓶颈节拍总体上均小于其余 3 种算法, 所得解质量比其余 3 种算法更优, 与其他算法相比优

化程度差异基本在12%以内, 与GA, VNS, TS平均差异分别约为3.05%, 2.96%, 7.45%. 这归功于本研究算法在作业移动和使用RTPS机制进行排序时除加工时间外还都另外考虑了资源的影响, 优化了求解过程. 少数情况下, 本文算法与其他算法所得解相差不大, 这是由于本文设定了初始拆分方案, 而实验中两种算法均是在此方案基础上进行调整的, 故而解的搜索空间有限.

表5 J90实验结果

Table 5 Experimental results of J90

作业数	工位数	组别	GAP _{GA}	GAP _{VNS}	GAP _{TS}	GAP _{BASE}
90	3	1	2.52	1.68	5.04	17.65
		2	3.73	3.73	6.72	13.43
		3	0.88	0.88	3.54	13.27
		4	2.48	1.65	3.31	8.26
		5	1.94	2.91	6.80	15.53
	均值	2.31	2.17	5.08	13.63	
	4	1	2.11	2.11	6.32	17.89
		2	2.65	1.77	5.31	15.93
		3	4.40	2.20	8.79	20.88
		4	1.96	2.94	4.90	9.80
		5	2.35	3.53	5.88	21.18
	均值	2.69	2.51	6.24	17.14	
	5	1	1.32	1.32	6.58	28.95
		2	4.30	3.23	8.60	27.96
		3	4.17	1.39	8.33	23.61
4		1.22	3.66	6.10	28.05	
5		1.47	4.41	8.82	25.00	
均值	2.50	2.80	7.69	26.71		

本研究算法对于初始拆分方案的GAP值平均约为21.20%, 优化程度较高. 但对不同的算例间优化程度不稳定, GAP最高为28.95%, 最低为8.26%. 这是由于不同算例组合之间的差异性不同, 如果一对算例组合的作业时间、所需资源以及优先级约束都相差较大, 此时两种项目的初始拆分方案就几乎不同, 使得解的搜索空间较大, 优化程度更高, 反之则可优化程度更低. 当算例组合在不同工位数量下进行拆分时, 优化程度也各不相同. 从表3-5中可看出, 在同种作业规模下随着工位数量的增加, GAP值逐渐增大. 原因是此时各个作业可调度到的工位变多, 约束减少, 自由度升高, 解的搜索空间变大. 表6为本文研究算法与对比算法在3种作业规模不同工位数量下的平均计算时间.

从表6中可以看出, 随着作业数量的增加, 每种算法所需要的求解时间也逐渐变长. 在同种作业规模下, 随着工位数量的增加, 求解时间也在增大. 除了作业规模为J30时, 本研究算法求解时间与GA和VNS对比不明显外, 其余情况本研究算法求解速度都明显快于

其他3种对比算法, 这代表本研究算法的结构性较好, 作业规模增大时, 也能保持较好的适用性.

表6 不同规模下各算法平均运算时间

Table 6 The average operation time of each algorithm under different scale

作业数	工位数	t _{TL} /s	t _{GA} /s	t _{VNS} /s	t _{TS} /s
30	5	10.59	10.25	12.38	15.32
	4	11.01	10.81	11.76	13.26
	3	10.78	11.32	11.09	14.20
60	5	34.14	41.10	42.54	45.56
	4	33.27	38.79	37.81	41.83
	3	31.91	35.88	36.42	39.12
90	5	77.59	90.70	87.69	94.63
	4	75.42	81.22	84.77	88.29
	3	73.85	81.89	79.38	85.38

飞机脉动生产线调度问题在数学上是一个复杂的非线性整数规划问题. CPLEX是一种高效的数学规划求解器, 可以用于求解各种类型的优化问题, 包括线性、混合整数线性、二次、混合整数二次和非线性优化问题, 因此可以使用CPLEX求解本文中所提出的飞机脉动生产线调度问题. 为验证本文研究算法的精确性, 设定工位数 $N = 5$, 使用CPLEX软件进行求解. 将作业规模为30的飞机类型和作业规模为40的飞机类型组成算例对进行混流(J40算例为在标准算例上进行调整所得), 选取30对算例进行实验. 测试时对模型中某些影响度不大但完成度困难、计算耗时较长的特征进行简化, 具体表现为将存在某类资源仅在邻域工位中可以移动这一点简化为所有资源均为生产线全线共享. 实验结果如表7所示, 并计算本文研究算法和CPLEX优化结果的差值百分比GAP.

本文研究算法与CPLEX软件在J30和J40两种规模混流下的优化程度差异平均为0.95%, 差异较小, 在多数算例实验中与CPLEX实验结果一致, 可以实现最优解的求解, 且在运算时间上远远优于CPLEX. (“—”表示CPLEX软件无法在可接受时间2 h内求得最优解, 取规定时间内CPLEX求得的低界为求解结果)

4.3 实例验证

某工厂需要在飞机装配线上按照 $f : h = 3 : 2$ 的配比循环生产A, B两种飞机, 对两种飞机项目的作业进行拆分调度并使得循环过程中的瓶颈节拍最小化. 采用所提出的模型及算法, 对于A, B确定拆分数量 $N = 3$, 算法参数设定 $\alpha = 1, \mu = 5, E = 100$. 如表8所示, 这对算例代表进行混流生产的两种机型, 开始作业和结束作业均为虚拟作业, 其中作业1为在邻域间移动的资源, 其余资源种类均为不可移动的资源.

表7 J30+J40规模混流实验结果(优化结果/运算时间/s)

Table 7 Experimental results of 30+J40 scale mixed flow (optimization result/operation time s)

算例	CPLEX	TL	GAP/%	算例	CPLEX	TL	GAP/%
1	35/193	35/11.73	0	16	44/—	46/16.34	4.55
2	41/245	41/13.49	0	17	28/165	28/9.87	0
3	31/98	31/11.25	0	18	34/238	34/15.23	0
4	37/294	39/15.28	5.41	19	27/192	27/12.42	0
5	36/581	36/14.86	0	20	31/105	31/12.89	0
6	46/—	46/15.29	0	21	34/563	34/14.38	0
7	32/—	34/11.56	6.25	22	41/—	41/10.64	0
8	35/252	35/12.47	0	23	35/342	35/13.21	0
9	38/428	38/12.63	0	24	28/83	28/10.43	0
10	44/—	45/10.27	2.27	25	37/235	37/13.54	0
11	29/173	29/11.24	0	26	32/453	32/11.95	0
12	34/146	34/13.75	0	27	36/—	36/13.75	0
13	45/—	45/14.61	0	28	42/—	44/12.83	4.76
14	39/328	41/12.86	5.13	29	27/92	27/9.26	0
15	29/87	29/9.74	0	30	33/154	33/10.57	0

表8 项目数据

Table 8 Project data

项目类型	作业	持续时间	紧后作业	资源类型			
				1	2	3	4
A	1	0	2, 3, 4	0	0	0	0
	2	3	10, 31	0	0	9	0
	3	9	5, 14, 22	0	7	0	0
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	30	1	32	0	0	0	4
	31	5	32	5	0	0	7
	32	0		0	0	0	0
B	1	0	2, 3, 4	0	0	0	0
	2	3	19, 29	5	0	2	0
	3	3	7, 10, 20	0	3	3	6
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	30	8	32	0	0	7	0
	31	10	32	0	0	2	0
	32	0		0	0	0	0

为进一步验证算法的优异性,以同样的循环过程,与两种项目初始解进行对比.装配线上资源1上限为20,其余资源上限均为30.初始拆分方案如表9所示,本算法优化后的作业循环过程的具体作业拆分及调度方案如图6所示,优化前节拍为47 s,优化后节拍为39 s.故本研究算法最后求解得到的瓶颈节拍明显小于初始调度方案.这说明在实际生产当中,使用本研究方案按照一定的配比交替生产两种飞机项目,可以有效减小项目工期.

5 结语

本文在飞机总装脉动生产线的基础上结合混流生产,研究了RCPCSP-PS问题,以作业循环过程为研究对象建立了数学模型,并利用双层迭代算法进行求解,上层为PSS拆分算法,在初始拆分方案的基础上,通过作业在不同作业子集间进行调整来得到最优拆分方案,下层利用RTPS调度机制对各个工位的作业进行排序以制定生产计划.上层和下层均考虑了资源和加工时间等因素的影响,提高了各个时间阶段的资源利用率,减小了工期.最后在大中小3种规模下通过多组算例进行实验,结果表明本研究算法对初始方案优化程度为8.26%~28.95%,效果显著.并引入GA, VNS, TS 3种算法与本研究算法进行对比,得出本研究算法分别优于GA, VNS, TS约3.05%, 2.96%, 7.45%.且中大作业规模下求解速度都快于其他3种对比算法,说明本研究算法求解时的结构性较好,对飞机生产线这种大型项目适用性更高.后续可以对循环过程中同个工位在不同时间阶段间作业子集的差异性进行扩展研究,这对于提高生产线的效率具有重要意义.

表9 初始拆分方案

Table 9 Initial splitting plan

类型	工位	拆分方案
A	三	25, 27, 19, 20, 21, 28, 29, 30, 31, 32
	二	9, 12, 14, 10, 11, 15, 13, 17, 16, 18, 23, 26, 22, 24
	一	1, 2, 4, 6, 3, 5, 7, 8
B	三	23, 28, 24, 27, 29, 30, 31, 32
	二	7, 12, 16, 18, 10, 11, 14, 21, 15, 17, 20, 19, 25, 26, 22
	一	1, 2, 4, 5, 3, 6, 13, 8, 9

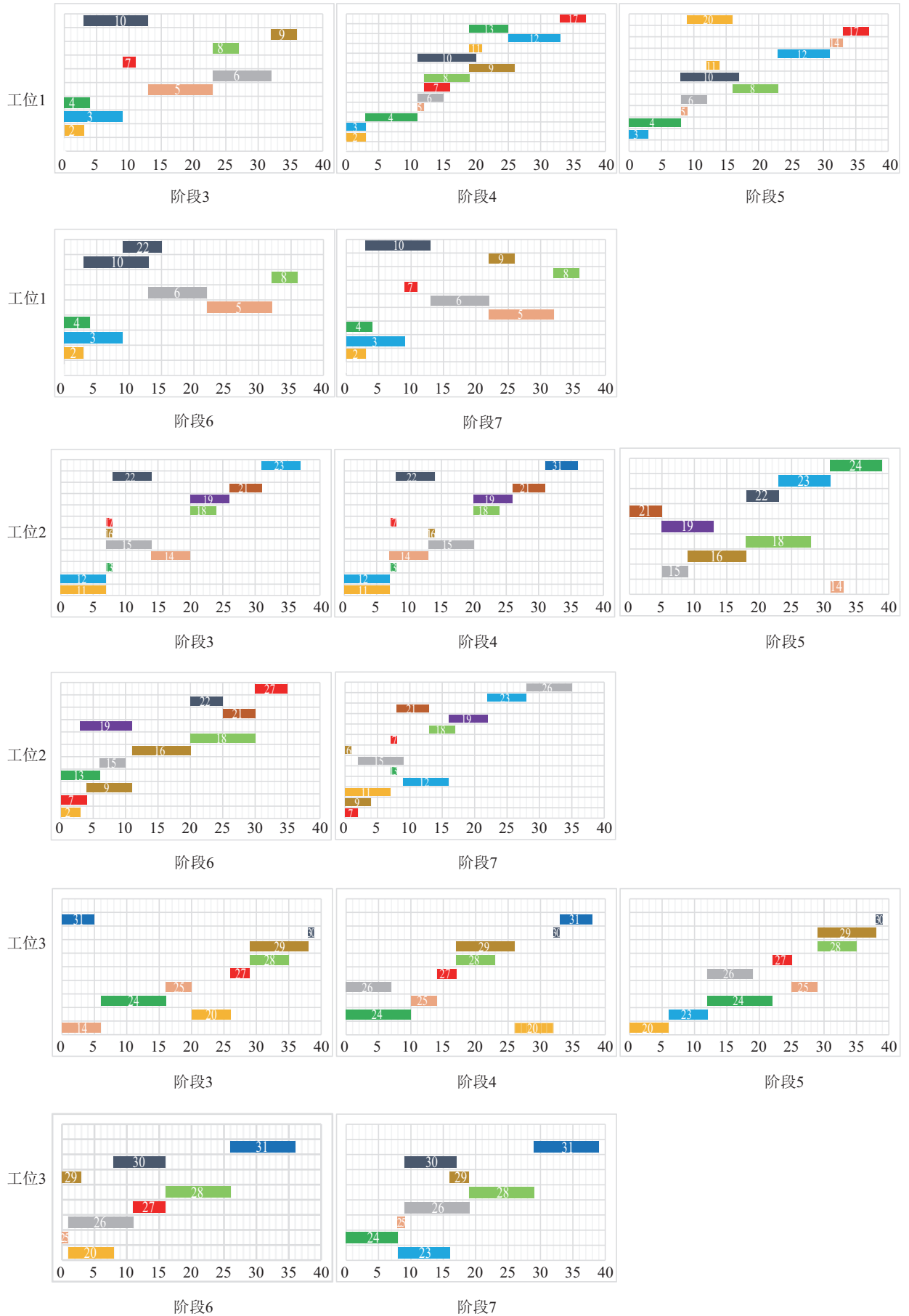


图 6 优化后作业调度方案

Fig. 6 Optimized job scheduling scheme

参考文献:

- [1] MU Zhiguo, ZHANG Boya. Research on key technology of aircraft general assembly under pulse production line mode. *Modern Manufacturing Technology and Equipment*, 2021, 57(1): 175 – 176.
(穆志国, 张博雅. 脉动生产线模式下飞机总装配关键技术研究. 现代制造技术与装备, 2021, 57(1): 175 – 176.)
- [2] GONCALVES J F, MENDES J J M, RESENDE M G C. A genetic algorithm for the resource constrained multi-project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 2008, 189(3): 1171 – 1190.
- [3] KURTULUS I, DAVIS E W. Multi-project scheduling: Categorization of heuristic rules performance. *Management Science*, 1982, 28(2): 161 – 172.
- [4] BLAZEWICZ J, LENSTRA J K, RINNOOY K G. Scheduling subject to resource constraints: Classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics*, 1983, 5(1): 11 – 24.
- [5] JEDRZEJOWICZ P, RATAJCZAK R E. A-team solving distributed resource-constrained multi-project scheduling problem. *Vietnam Journal of Computer Science*, 2019, 6(4): 423 – 437.
- [6] NABIPOOR A, AGHAIE A, NAJAFI A A. Robust optimization for the resource-constrained multi-project scheduling problem with uncertain activity durations. *Scientia Iranica*, 2020, 27(1): 361 – 376.
- [7] TIAN M, LIU R, ZHANG G J. Solving the resource-constrained multi-project scheduling problem with an improved critical chain method. *Journal of the Operational Research Society*, 2020, 71(8): 1243 – 1258.
- [8] PÉREZ E, POSADA M, LORENZANA A. Taking advantage of solving the resource constrained multi-project scheduling problems using multi-modal genetic algorithms. *Soft Computing*, 2016, 20(5): 1879 – 1896.
- [9] SATIC U, JACKO P, KIRKBRIDE C. Performance evaluation of scheduling policies for the dynamic and stochastic resource-constrained multi-project scheduling problem. *International Journal of Production Research*, 2022, 60(4): 1411 – 1423.
- [10] HOMBERGER J, FINK A. Generic negotiation mechanisms with side payments-design, analysis and application for decentralized resource-constrained multi-project scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 2017, 261(3): 1001 – 1012.
- [11] ROSTAMI M, BAGHERPOUR M. A lagrangian relaxation algorithm for facility location of resource-constrained decentralized multi-project scheduling problems. *Operational Research*, 2020, 20(2): 857 – 897.
- [12] GHOLIZADEH T S, DUPONT L, LAMOTHE J, et al. Modeling a generalized resource constrained multi project scheduling problem integrated with a forward-backward supply chain planning. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, 49(12): 1283 – 1288.
- [13] ZHU H W, LU Z Q, LU C Y, et al. Modeling and algorithm for resource-constrained multi-project scheduling problem based on detection and rework. *Assembly Automation*, 2021, 41(2): 174 – 186.
- [14] HE Y K, HE Z W, WANG N M. Tabu search and simulated annealing for resource-constrained multi-project scheduling to minimize maximal cash flow gap. *Journal of Industrial & Management Optimization*, 2021, 17(5): 2451 – 2474.
- [15] CHEN J C, LEE H Y, HSIEH W H, et al. Applying hybrid genetic algorithm to multi-mode resource constrained multi-project scheduling problems. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 2022, 45(1): 42 – 53.
- [16] DAI H F, CHENG W M, YANG W C, et al. A general variable neighbourhood search for multi-skill resource-constrained project scheduling problem with step-deterioration. *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, 2020, 34(2): 145 – 164.
- [17] SERVRANCKX T, VANHOUCHE M. A tabu search procedure for the resource-constrained project scheduling problem with alternative subgraphs. *European Journal of Operational Research*, 2019, 273(3): 841 – 860.

作者简介:

陆志强 教授, 博士生导师, 目前研究方向为物流与供应链的建模和优化以及生产工程等, E-mail: zhiqianglu@tongji.edu.cn;

苑江珊 硕士研究生, 目前研究方向为资源受限的项目拆分以及调度建模等, E-mail: yuanjiangshan666@163.com.