

分数阶变增益超螺旋终端滑模位置控制

赵鑫宇, 王丽梅[†]

(沈阳工业大学 电气工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要: 为了提高永磁直线同步电机伺服系统的位置跟踪精度, 本文提出了一种分数阶变增益超螺旋终端滑模控制方法. 首先, 建立含有不确定性的系统动态方程. 然后, 将分数阶Riemann-Liouville定义和终端滑模理论相结合, 实现了有限时间收敛的分数阶恒增益超螺旋滑模控制, 削弱了抖振现象. 同时, 在系统不确定因素复杂的情况下, 基于李雅普诺夫理论, 设计了一种新型变增益超螺旋算法, 精确补偿了系统不确定扰动, 有效的改善了系统的鲁棒性能. 最后, 仿真与实验结果表明, 所提方法大幅度地提高了系统的跟踪精度, 削弱了抖振现象, 同时对外部干扰具有较强的鲁棒性.

关键词: 永磁直线同步电机; 分数阶超螺旋控制; 位置控制; 鲁棒性

引用格式: 赵鑫宇, 王丽梅. 分数阶变增益超螺旋终端滑模位置控制. 控制理论与应用, 2025, 42(4): 740 – 748

DOI: 10.7641/CTA.2024.30455

Fractional order variable-gain super-twisting terminal sliding mode position control

ZHAO Xin-yu, WANG Li-mei[†]

(School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang Liaoning 110870, China)

Abstract: In order to improve the position tracking accuracy of permanent magnet linear synchronous motor (PMLSM) servo system, a fractional order variable-gain super-twisting terminal sliding mode control method is proposed in this paper. Firstly, the dynamic equation of system with uncertainty is established. Then, the fractional order constant-gain super-twisting sliding mode control with finite-time convergence is realized by combining the fractional order Riemann-Liouville definition and terminal sliding mode theory. At the same time, in the case of complex system uncertainties, a new variable-gain super-twisting algorithm is designed based on Lyapunov theory, which accurately compensates the uncertain disturbance of the system and effectively improves the robust performance of the system. Finally, the simulation and experimental results show that the proposed method greatly improves the tracking accuracy of the system, weakens the chattering phenomenon, and has strong robustness to external interference.

Key words: permanent magnet linear synchronous motor; fractional order super-twisting control; position control; robustness

Citation: ZHAO Xinyu, WANG Limei. Fractional order variable-gain super-twisting terminal sliding mode position control. *Control Theory & Applications*, 2025, 42(4): 740 – 748

1 引言

永磁直线同步电机具有大推力、高响应、高精度等优点, 在光刻机、机器人和数控机床等各类高精度工业伺服场合得到广泛应用. 同时, 对永磁直线同步电机(permanent magnet linear synchronous motor, PMLSM)的研究还引起了控制工程和电子工业等领域的广泛关注^[1-3]. 从控制的角度来看, PMLSM模型是一个典型的非线性多变量系统, 改进实际的控制方法对高精加工的发展会有很大的贡献^[4]. 从结构来看, PMLSM取消了旋转电机中间丝杠传动方式, 导致缺

乏中间传输缓冲区, 使得大量不确定扰动直接作用于电机动子上, 降低了PMLSM的控制性能. 进而文献^[5]提出了一种提高PMSLM推力性能的技术. 但由于加强了电机的结构刚度, 此时需要大量的人工劳动. 相比之下, 合适的控制算法可以有效地满足高精度控制要求, 且节约成本.

滑模控制(sliding mode control, SMC)长期以来备受学者们的青睐^[6]. 因其具有实现简单、响应快、鲁棒性强等优点, 非常适用于位置控制和PMLSM系统的推力控制^[7-8]. 但是, SMC方法仍存在一些不足: 1) 连

收稿日期: 2023-06-30; 录用日期: 2024-08-30.

[†]通信作者. E-mail: wanglm@sut.edu.cn; Tel.: +86 13840099079.

本文责任编辑: 张化光.

国家自然科学基金项目(51875366)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (51875366).

续平滑输入和鲁棒性之间的矛盾; 2) 采用基于符号函数的切换项来抑制不确定扰动时, 通常选取较大的切换增益去覆盖不确定性边界. 但在实际工程应用中, 执行机构存在系统/时间/空间惯性, 这将导致系统状态无法严格地沿切换面向平衡点运动. 因此, 在闭环系统中有可能引起高频振荡, 产生抖振现象. 这种现象会对系统的控制精度产生较大的影响, 严重时甚至破坏系统的整体稳定性. 为了缓解滑模抖振, 研究人员设计了各种控制技术: 边界层控制^[9]、智能控制^[10]等. 例如, 文献[9]基于边界层控制策略, 采用饱和函数代替符号函数, 削弱了滑模抖振现象, 但由于系统状态只能收敛到边界层内, 降低了系统的鲁棒性能. 文献[10]将径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络与线性滑模算法相结合, 设计了智能滑模控制策略, 利用RBF神经网络的在线学习功能, 削弱了滑模抖振, 但在线训练会对系统动态性能造成影响, 且文中缺少实验证明. 此外, 文献[11–12]提出了超螺旋控制算法, 该方法将高频开关函数隐藏在滑模变量的高阶导数中, 使得切换控制律包含一个基于开关函数的积分项, 由于积分本身具有滤波作用, 因此可以有效地抑制抖振. 但开关项的增益通常为恒定值, 只能处理与时间和状态变量无关的不确定干扰. 因此, 在传统超螺旋的基础上, 文献[13]又提出了一种新型超螺旋算法, 该方法对不确定性和干扰提供了充分的补偿, 且有效的抑制抖振. 但算法的设计采用了线性滑模面, 从而影响了系统的响应速度, 降低了系统的动态性能. 为了改善系统的控制性能, 研究人员提出用一些先进的滑模面来进一步发展超螺旋控制. 例如, 文献[14]基于终端滑模动态面, 设计了一种全局快速超螺旋滑模速度控制器. 该控制算法保证了系统状态的快速响应, 但是测试结果存在明显的超调.

近几年, 分数阶理论逐渐发展起来, 成为高效且强大的数学建模工具. 其次, 分数阶算子比整数阶算子更加灵活, 给控制算法的设计提供了另一个自由度. 另外, 分数阶控制作为整数阶控制的推广, 它可以同时保证系统的快速响应和较小超调^[15–16]. 基于上述优点, 分数阶控制在旋转电机^[17]、主动悬架^[18]、四旋翼飞行器^[19]等各个领域得到成功应用. 其中, 文献[17]提出一种分数阶线性滑模面, 并利用模糊算法自适应调整切换控制的增益值, 该算法削弱了滑模抖振现象, 但线性滑模面不能够保证系统有限时间收敛. 文献[20]提出一种分数阶终端滑模方法, 使系统状态有限时间收敛到平衡点, 利用自适应控制解决了非匹配扰动引起的代数环问题, 该算法虽然提高了控制精度, 但文中缺少实验的验证. 文献[21]利用模糊算法和概率模糊神经网络算法对分数阶滑模进行改进, 虽有效的抑制扰动, 但分数阶系统的设计过于复杂.

为此, 本文为了提高永磁同步直线电机的位置跟

踪性能以及鲁棒性能, 提出了一种新型的分数阶变增益超螺旋终端滑模(fractional order variable-gain super-twisting terminal sliding mode, FOVSTSM)控制方法. 将分数阶微积分理论与终端滑模面相结合, 保证了系统可以快速响应以及减小稳态误差. 此外, 为了弥补恒增益超螺旋算法的缺陷, 基于李雅普诺夫函数, 设计一种新型变增益超螺旋控制算法, 对系统的不确定扰动进行了有效的补偿. 最后, 通过仿真和实验进一步证明了该方法的可行性.

2 PMLSM数学模型

在同步旋转参考坐标系下, PMLSM的电压方程描述为

$$\begin{cases} u_d = Ri_d + \dot{\psi}_d - \frac{\pi}{\tau}v\psi_q, \\ u_q = Ri_q + \dot{\psi}_q + \frac{\pi}{\tau}v\psi_d, \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$$\begin{cases} \psi_d = L_d i_d + \psi_f, \\ \psi_q = L_q i_q, \end{cases} \quad (2)$$

其中: u_d, u_q 为 d - q 轴定子电压; i_d, i_q 为 d - q 轴定子电流; L_d, L_q 为 d - q 轴定子电感; ψ_d, ψ_q 为 d - q 轴磁链; v 为运动速度; ψ_f 为定子永磁体磁链; R 为定子电阻; τ 为极距. PMLSM的电磁推力方程可表示为

$$F_e = \frac{3\pi}{2\tau}[\psi_f i_q + (L_d - L_q)i_d i_q]. \quad (3)$$

采用 $i_d = 0$ 的电流环控制策略, 电磁推力方程简化为

$$F_e = \frac{3\pi}{2\tau}\psi_f i_q = k_f i_q, \quad (4)$$

$$k_f = \frac{3\pi}{2\tau}\psi_f, \quad (5)$$

其中 k_f 为推力系数.

PMLSM的机械运动方程可以表示为

$$F_e = M\ddot{d} + Dv + F. \quad (6)$$

则根据式(4)–(6), 式(6)可以改写为

$$\ddot{d} = -A_n v + B_n u + \varpi, \quad (7)$$

其中: $A_n = \frac{D}{M}$; $B_n = \frac{k_f}{M}$; $\varpi = -\frac{F}{M}$; $u = i_q$ 为控制输入; d 是动子位置; M 是动子及所带负载的总质量; D 是粘性摩擦系数; F 为集总扰动, 包括外部扰动、非线性摩擦等.

因此, 当不考虑扰动时, 标称模型可以表示为

$$\ddot{d} = -\bar{A}_n v + \bar{B}_n u, \quad (8)$$

其中 \bar{A}_n, \bar{B}_n 分别为 A_n 和 B_n 的标称值. 综合考虑系统不确定性因素, 则

$$A_n = \bar{A}_n + \Delta A_n,$$

$$B_n = \bar{B}_n + \Delta B_n, \quad (9)$$

其中 $\Delta A_n, \Delta B_n$ 分别为 A_n 和 B_n 的不确定项. 则模型(7)改写为

$$\ddot{d} = -\bar{A}_n v + \bar{B}_n u + \underbrace{\varpi + \Delta A_n v + \Delta B_n u}_{\theta}. \quad (10)$$

3 伺服系统控制器设计

基于FOVSTSM的PMLSM位置控制系统框图如图1所示. 由图1可知, PMLSM伺服系统包括整流器、逆变器、坐标变换模块、光栅尺, 以及FOVSTSM位置控制器等.

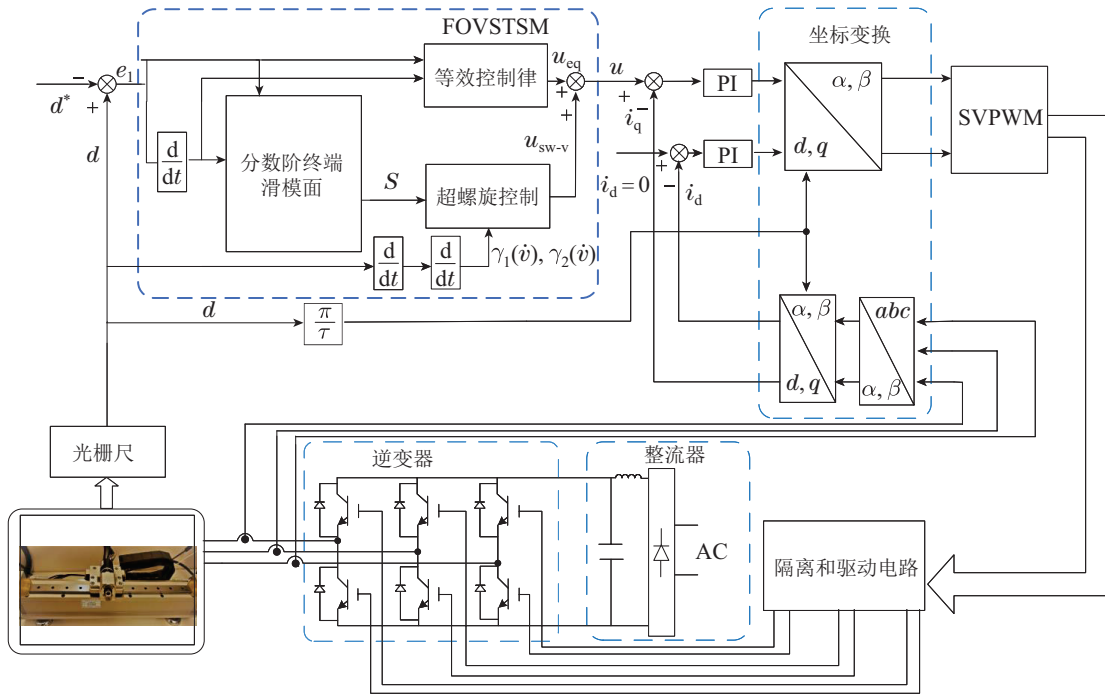


图1 基于FOVSTSM的PMLSM位置控制系统框图

Fig. 1 Block diagram of PMLSM position control system based on FOVSTSM

系统位置跟踪误差 e_1 为

$$e_1 = d - d^*, \quad (11)$$

则

$$e_2 = \dot{e}_1 = \dot{d} - \dot{d}^*, \quad (12)$$

其中 d^* 为期望位置.

3.1 分数阶恒增益超螺旋终端滑模控制

定义1 目前, 已有3种类型的分数阶微积分算子被应用, 分别为Riemann-Liouville型、Caputo型和Grünwald-Letnikov型. 其中Riemann-Liouville型的应用较为广泛, 定义为^[22]

$${}_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{-\delta} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_{t_0}^t \frac{f(\theta)}{(t-\theta)^{1-\delta}} d\theta, \quad (13)$$

其中: ${}_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{-\delta} f(t)$ 为分数阶算子, $\delta > 0$ 为其阶次; t_0 和 t 分别为分数阶算子的上下限; $\Gamma(\delta)$ 为伽马函数, 其表达式为

$$\Gamma(\delta) = \int_0^{+\infty} t^{\delta-1} e^{-t} dt. \quad (14)$$

则分数阶终端滑模面 S 设计为

$$S = e_2 + \kappa {}_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{\alpha-1} \text{sig}(e_1)^\vartheta, \quad (15)$$

其中: $0 < \alpha < 1$ 为分数阶阶次; $\kappa > 0$ 为分数阶项的

增益; $0 < \vartheta < 1$; $\text{sig}(e)^\vartheta = |e_1|^\vartheta \text{sign} e_1$, $\text{sign}(\cdot)$ 是符号函数.

引理1 如果分数阶积分算子 $D_{a+}^{-\alpha}$ 和 $D_{b-}^{-\alpha}$ 存在边界值 $L_h(a, b)$, 则满足下面条件^[23]:

$$\|D_{a+}^{-\alpha} f(x)\|_h \leq \lambda \|f(x)\|_h,$$

$$\|D_{b-}^{-\alpha} f(x)\|_h \leq \lambda \|f(x)\|_h, \quad \lambda = \frac{(b-a)^{\Re(c)}}{\Re(c)\Gamma(c)}.$$

引理2 如果 $V(x)$ 满足 $\dot{V}(x) + GV^\chi(x) \leq 0$, 其中: $x \in \mathbb{R}, G > 0, 0 < \chi < 1, V(x(0)) = V(0)$. 则有限收敛时间为^[24]: $t_s \leq \frac{V^{1-\chi}(0)}{G(1-\chi)}$.

定理1 对于非线性、强耦合、多变量PMLSM伺服系统, 选择式(15)作为动态滑模面, 则跟踪误差 e_1 在有限的时间内收敛于0, 收敛时间 t_s 为

$$t_s \leq \frac{\sqrt{2}V^{\frac{1}{2}}(0)}{\ell}. \quad (16)$$

证 创建如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{e_1^2}{2}. \quad (17)$$

对式(17)进行求导, 可以得到

$$\dot{V}_1 = e_2 e_1 = [-\kappa {}_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{\alpha-1} |e_1|^\vartheta \text{sign} e_1] \cdot e_1. \quad (18)$$

另外, 由于分数阶符号函数可以提取变量的正负号, 则式(18)可以改写为

$$\dot{V}_1 = -\kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{\alpha-1} [|e_1|^\vartheta \text{sign } e_1] \cdot |e_1|. \quad (19)$$

又根据引理1, 并选择一个时变参数 $X \geq 1$ ^[23], 可以得到

$$|\kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{\alpha-1} [|e_1|^\vartheta \text{sign } e_1]| = \frac{\lambda |e_1|_{\max}^\vartheta \lambda |e_1(0)|^\vartheta}{X}, \quad (20)$$

其中 $e_1(0)$ 代表着初始误差. 结合式(19)–(20), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\frac{\kappa \lambda |e_1|_{\max}^\vartheta \sqrt{2} |e_1|}{X} \leq \\ &-\frac{\sqrt{2} \kappa \lambda |e_1(0)|^\vartheta}{X} V^{\frac{1}{2}}(t) \leq -\sqrt{2} \ell V^{\frac{1}{2}}(t), \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\ell = \frac{\kappa \lambda |e_1(0)|^\vartheta}{X}$. 根据引理2, 收敛时间表示为

$$t_s \leq \frac{\sqrt{2} V^{\frac{1}{2}}(0)}{\ell}. \quad (22)$$

证毕.

此外, 根据分数阶微积分性质, ${}_{t_0} D_t^n [{}_{t_0} D_t^{\alpha-1}(\cdot)] = {}_{t_0} D_t^{\alpha-1+n}$, n 为整数时, 分数阶和整数阶完全一致^[25]. 因此, 对滑模面求导得

$$\begin{aligned} \dot{S} &= \dot{e}_2 + \kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{(\alpha-1+1)} \text{sig}(e_1)^\vartheta = \\ &\ddot{d} - \ddot{d}^* + \kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta. \end{aligned} \quad (23)$$

将式(10)代入式(23)得

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\bar{A}_n v + \bar{B}_n u + \underbrace{\varpi + \Delta A_n \dot{d} + \Delta B_n u - \ddot{d}^*}_{\Theta} + \\ &\kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta. \end{aligned} \quad (24)$$

在忽略不确定因素 Θ 的情况下, 令式(24)等于0, 得到等效控制律为

$$u_{\text{eq}} = \frac{1}{\bar{B}_n} [\bar{A}_n v + \ddot{d}^* - \kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta]. \quad (25)$$

使用恒增益超螺旋算法设计的切换控制律如式(26)所示

$$u_{\text{sw-c}} = -\frac{1}{\bar{B}_n} [\gamma_1 \chi_{10}(S) + \int_0^t \gamma_2 \chi_{20}(S) dt], \quad (26)$$

其中:

$$\chi_{10}(S) = |S|^{\frac{1}{2}} \text{sign } S, \quad (27)$$

$$\chi_{20}(S) = \chi_{10}'(S) \chi_{10}(S) = \frac{1}{2} \text{sign } S, \quad (28)$$

其中 γ_1 和 γ_2 是可调的常数.

值得注意的是在式(26)–(28)中, 由于 $|S|^{\frac{1}{2}} \text{sign } S$ 中 $\text{sign } S$ 项的系数为 $|S|^{\frac{1}{2}}$, 可以看出系统状态收敛到平衡点附近 (即 $S \approx 0$) 时, $|S|^{\frac{1}{2}} \approx 0$. 因此, $\chi_{10}(S)$ 项的阶跃部分可以忽略不计. 此外, $\frac{\text{sign } S}{2}$ 项隐藏在积分函

数内, 显然 $\chi_{20}(S)$ 项也不存在阶跃部分. 因此, 基于超螺旋算法的切换控制律可以有效的削弱滑模抖振现象.

另外, 式(15)中 ${}_{t_0}^{\text{RL}} D_t^{\alpha-1} \text{sig}(e_1)^\vartheta$ 为分数阶积分项. 设计的优点: 相比于整数阶系统, 分数阶滑模面具有额外的自由度, 能够减少稳态误差.

3.2 分数阶变增益超螺旋终端滑模控制

在实际系统中, 未知的不确定性信息不仅是动态变化的, 而且往往难以获得. 因此, 考虑到位置跟踪精度受复杂的不确定因素影响, 在第3.1节基础上, 根据李雅普诺夫理论, 设计了基于PMLSM系统的可变增益超螺旋算法, 进而动态获得不确定干扰的上界. 此外, 为了后续分数阶变增益超螺旋控制的设计, 先给出以下假设:

假设 1 模型的参数不确定项和不确定扰动均是有界的, 即 ΔA_n , ΔB_n 和 ϖ 有上界; 实际速度 v 和参考速度是利普希茨函数, 即 v 和 \ddot{d}^* 有上界.

一种新型的变增益超螺旋控制律为

$$u_{\text{sw-v}} = -\frac{\gamma_1(\dot{v}) \chi_1(S)}{\bar{B}_n} - \frac{\int_0^t \gamma_2(\dot{v}) \chi_2(S) dt}{\bar{B}_n}, \quad (29)$$

$$\chi_1(S) = |S|^{\frac{1}{2}} \text{sign } S + k_3 S, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \chi_2(S) &= \chi_1'(S) \chi_1(S) = \\ &\frac{1}{2} \text{sign } S + \frac{3}{2} k_3 |S|^{\frac{1}{2}} \text{sign } S + k_3^2 S, \end{aligned} \quad (31)$$

其中: $k_3 > 0$ 为正常数, $\chi_1'(S) = \frac{|S|^{-\frac{1}{2}}}{2} + k_3$, $\gamma_1(\dot{v})$ 和 $\gamma_2(\dot{v})$ 为可变增益. 因此, 基于等效控制(25), 设计了FOVSTSM控制器, 表示为

$$\begin{aligned} u &= u_{\text{eq}} + u_{\text{sw-v}} = \\ &\frac{1}{\bar{B}_n} [\bar{A}_n \dot{v} + \ddot{d}^* - \kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta - \\ &\gamma_1(\dot{v}) \chi_1(S) - \int_0^t \gamma_2(\dot{v}) \chi_2(S) dt]. \end{aligned} \quad (32)$$

将式(10)代入式(23)中, 结合式(32), 得到

$$\begin{aligned} \dot{S} &= -\frac{\bar{B}_n + \Delta B_n}{\bar{B}_n} \gamma_1(\dot{v}) \chi_1(S) - \\ &\frac{\bar{B}_n + \Delta B_n}{\bar{B}_n} \int_0^t \gamma_2(\dot{v}) \chi_2(S) dt + \\ &(\frac{\bar{B}_n + \Delta B_n}{\bar{B}_n} - 1) [\ddot{d}^* - \kappa_{t_0}^{\text{RL}} D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta] + \\ &(\frac{\bar{B}_n + \Delta B_n}{\bar{B}_n} \bar{A}_n - A_n) v + \varpi. \end{aligned} \quad (33)$$

可将式(33)改写为

$$\dot{S} = -\gamma_1(\dot{v}) \chi_1(S) + \mu_2(\dot{v}) -$$

$$\int_0^t \gamma_2(\dot{v})\chi_2(S)dt + \mu_1(\dot{v}), \quad (34)$$

其中:

$$\mu_1(\dot{v}) = -\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\gamma_1(\dot{v})\chi_1(S) + \frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\ddot{d}^* - \frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\kappa_{t_0}^{\text{RL}}D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta + \varpi, \quad (35)$$

$$\mu_2(\dot{v}) = \left(\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\bar{A}_n - \Delta A_n\right)v - \frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\int_0^t \gamma_2(\dot{v})\chi_2(S)dt. \quad (36)$$

根据假设1和式(35)–(36),可以得到 $|\mu_1(\dot{v})|$ 和 $|\frac{d\mu_2(v, \dot{v})}{dt}|$ 都是有界的,即

$$|\mu_1(\dot{v})| \leq D_1|\chi_1(S)| + D_2, \quad (37)$$

$$|\frac{d\mu_2(v, \dot{v})}{dt}| \leq D_3|\dot{v}| + D_4|\chi_2(S)|, \quad (38)$$

其中 D_1, D_2, D_3 和 D_4 是正常数且满足

$$\begin{cases} |\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\gamma_1(\dot{v})| \leq D_1, \\ |\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\ddot{d}^*| + |\frac{\kappa \cdot \Delta B_n}{\bar{B}_n} \kappa_{t_0}^{\text{RL}}D_t^\alpha \text{sig}(e_1)^\vartheta| + |\varpi| \leq D_2, \\ |\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\bar{A}_n - \Delta A_n| \leq D_3, \\ |\frac{\Delta B_n}{\bar{B}_n}\gamma_2(\dot{v})| \leq D_4. \end{cases} \quad (39)$$

引理3 如果初始值为 $V(0)$ 的李雅普诺夫函数满足^[26]

$$\dot{V}(x) + aV^y(x) + bV(x) \leq 0, \quad (40)$$

式中: a, b 为正常数, $0 < y < 1$,则有限收敛时间为

$$T \leq \frac{\ln[a + bV^{1-y}(0)] - \ln a}{b(1-y)}. \quad (41)$$

定理2 针对系统(10),为了保证PMLSM系统状态有限时间收敛到平衡点,控制器(32)的可变增益 $\gamma_1(\dot{v})$ 和 $\gamma_2(\dot{v})$ 设计为

$$\gamma_1(\dot{v}) = \delta + \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{1}{4} [2\varepsilon\partial_1(\xi) + \partial_2(\dot{v})]^2 + 2\varepsilon\partial_2(\dot{v}) + \varepsilon + (2\varepsilon + \partial_1(\xi))(\beta + 4\varepsilon^2) \right\}, \quad (42)$$

$$\gamma_2(\dot{v}) = \beta + 4\varepsilon^2 + 2\varepsilon\gamma_1(\dot{v}), \quad (43)$$

其中:

$$\partial_1(\xi) = D_1 + \frac{D_2}{\chi_1(\xi)}, \quad (44)$$

$$\partial_2(\dot{v}) = D_3|\dot{v}| + D_4, \quad (45)$$

其中: ξ 为滑模面 S 收敛集合边界,即 $|S| \leq \xi; \beta > 0, \varepsilon > 0$ 和 $\delta > 0$ 均为任意的正常数.

证 为了方便下文计算,将式(34)重新改写为

$$\dot{S} = -\gamma_1(\dot{v})\chi_1(S) + z + \mu_1(\dot{v}),$$

$$\dot{z} = -\gamma_2(\dot{v})\chi_2(S) + \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}. \quad (46)$$

创建如下李雅普诺夫函数:

$$V_2 = \mathbf{X}^T \mathbf{P} \mathbf{X} = [\chi_1(S) \ z] \begin{bmatrix} p_1 & p_3 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi_1(S) \\ z \end{bmatrix}, \quad (47)$$

其中: $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & p_3 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta + 4\varepsilon^2 & -2\varepsilon \\ -2\varepsilon & 1 \end{bmatrix}, \beta > 0, \varepsilon > 0;$
 $\mathbf{X}^T = [\chi_1(S) \ z], \chi_1(S) = |S|^{\frac{1}{2}} \text{sign } S + k_3 S$ 与式(29)定义相同; z 在式(46)中给出.

此外,根据式(46),可以得到

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = [\chi_1'(S)\dot{S} \ \dot{z}]^T = \chi_1'(S) \begin{bmatrix} l_1(\dot{v}) & 1 \\ l_2(\dot{v}) & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \chi_1'(S)\mathbf{Q}(\dot{v})\mathbf{X}, \quad (48)$$

其中:

$$l_1(\dot{v}) = -\gamma_1(\dot{v}) + \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)}, \quad (49)$$

$$l_2(\dot{v}) = -\gamma_2(\dot{v}) + \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt} \frac{1}{\chi_2(S)}, \quad (50)$$

那么

$$\dot{V}_2 = \left(\frac{d\mathbf{X}}{dt}\right)^T \mathbf{P} \mathbf{X} + \mathbf{X}^T \mathbf{P} \frac{d\mathbf{X}}{dt}, \quad (51)$$

将式(48)代入式(51)得到

$$\dot{V}_2 = \chi_1'(S)\mathbf{X}^T [\mathbf{Q}^T(\dot{v})\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{Q}(\dot{v})]\mathbf{X} = -\chi_1'(S)\mathbf{X}^T \Phi(\dot{v})\mathbf{X}, \quad (52)$$

其中

$$\Phi(\dot{v}) = \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B} & \tilde{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2l_1(\dot{v})p_1 - 2l_2(\dot{v})p_3 & * \\ -l_1(\dot{v})p_3 - l_2(\dot{v})p_2 - p_1 & -2p_3 \end{bmatrix}, \quad (53)$$

其中*表示矩阵中对称元素.根据式(49)–(50)(53),得

$$\tilde{A} = 2p_1\gamma_1(\dot{v}) + 2p_3\gamma_2(\dot{v}) - 2p_1 \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} - 2p_3 \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt} \frac{1}{\chi_2(S)}. \quad (54)$$

由于 $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 & p_3 \\ p_3 & p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta + 4\varepsilon^2 & -2\varepsilon \\ -2\varepsilon & 1 \end{bmatrix}$, \tilde{A} 改写为

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= 2(\beta + 4\varepsilon^2)\gamma_1(\dot{v}) + 2(-2\varepsilon)\gamma_2(\dot{v}) - \\ & 2(\beta + 4\varepsilon^2) \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} - 2(-2\varepsilon) \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt} \frac{1}{\chi_2(S)} = \\ & 2\beta\gamma_1(\dot{v}) + 4\varepsilon[2\varepsilon\gamma_1(\dot{v}) - \gamma_2(\dot{v})] - \\ & 2(\beta + 4\varepsilon^2) \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} + 4\varepsilon \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt} \frac{1}{\chi_2(S)}. \end{aligned} \quad (55)$$

结合式(42)–(43),式(55)改写为

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= 2\beta\gamma_1(\dot{v}) - 4\varepsilon(\beta + 4\varepsilon^2) - 2(\beta + 4\varepsilon^2)\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} + \\ &4\varepsilon\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}\frac{1}{\chi_2(S)} = \\ &2\beta\gamma_1(\dot{v}) - (\beta + 4\varepsilon^2)(4\varepsilon + 2\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)}) + \\ &4\varepsilon\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}\frac{1}{\chi_2(S)} = \\ &2\beta\delta + \frac{1}{2}[2\varepsilon\partial_1(\xi) + \partial_2(\dot{v})]^2 + 4\varepsilon\partial_2(\dot{v}) + \\ &2\varepsilon + 2(2\varepsilon + \partial_1(\xi))(\beta + 4\varepsilon^2) - \\ &(\beta + 4\varepsilon^2)(4\varepsilon + 2\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)}) + 4\varepsilon\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}\frac{1}{\chi_2(S)} = \\ &2\beta\delta + \frac{1}{2}[2\varepsilon\partial_1(\xi) + \partial_2(\dot{v})]^2 + 4\varepsilon\partial_2(\dot{v}) + \\ &2\varepsilon + 2(\beta + 4\varepsilon^2)(\partial_1(\xi) - \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)}) + \\ &4\varepsilon\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}\frac{1}{\chi_2(S)}, \end{aligned} \quad (56)$$

同理

$$\begin{aligned} \tilde{B} &= -l_1(\dot{v})p_3 - l_2(\dot{v})p_2 - p_1 = \\ &p_3\gamma_1(\dot{v}) - p_3\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} + p_2\gamma_2(\dot{v}) - \\ &p_2\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt\chi_2(S)} - p_1 = \\ &-2\varepsilon\gamma_1(\dot{v}) + 2\varepsilon\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} + \gamma_2(\dot{v}) - \\ &\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt\chi_2(S)} - (\beta + 4\varepsilon^2) = \\ &-2\varepsilon\gamma_1(\dot{v}) + 2\varepsilon\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} + (\beta + 4\varepsilon^2 + 2\varepsilon\gamma_1(\dot{v})) - \\ &\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt\chi_2(S)} - (\beta + 4\varepsilon^2) = 2\varepsilon\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} - \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt\chi_2(S)}, \end{aligned} \quad (57)$$

$$\tilde{C} = -2P_3 = 4\varepsilon, \quad (58)$$

此外,

$$\begin{aligned} \Phi(\dot{v}) - 2\varepsilon I_{2 \times 2} &= \begin{bmatrix} \tilde{A} - 2\varepsilon & * \\ \tilde{B} - 2\varepsilon & \tilde{C} - 2\varepsilon \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} 2\delta + \frac{1}{2}[2\varepsilon\partial_1(\xi) + \partial_2(\dot{v})]^2 + 4\varepsilon\partial_2(\dot{v}) + \\ 2(\beta + 4\varepsilon^2)(\partial_1(\xi) - \frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)}) + & * \\ 4\varepsilon\frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt}\frac{1}{\chi_2(S)} & \\ 2\varepsilon\frac{\mu_1(\dot{v})}{\chi_1(S)} - \frac{d\mu_2(\dot{v})}{dt\chi_2(S)} - 2\varepsilon & 2\varepsilon \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (59)$$

根据式(44)-(45)可知 $\Phi(\dot{v}) - 2\varepsilon I_{2 \times 2}$ 为正定矩阵, 则

$$\dot{V}_2 = -\chi'_1(S)\mathbf{X}^T\Phi(\dot{v})\mathbf{X} \leq -2\varepsilon\chi'_1(S)\mathbf{X}^T\mathbf{X} =$$

$$-2\varepsilon(\frac{1}{2}|S|^{-\frac{1}{2}} + k_3)\mathbf{X}^T\mathbf{X}. \quad (60)$$

因为 $\lambda_{\min}(\mathbf{P})\|\mathbf{X}\|^2 \leq \mathbf{X}^T\mathbf{P}\mathbf{X} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{P})\|\mathbf{X}\|^2$, \mathbf{X} 的欧式范数为 $\|\mathbf{X}\|^2 = |S| + 2k_3|S|^{\frac{3}{2}} + k_3^2S^2 + z^2$,

且 $\|\mathbf{X}\| \leq \frac{V_2^{\frac{1}{2}}}{\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P})}$, 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -r_1V_2^{\frac{1}{2}} - r_2V_2 \Rightarrow \\ \dot{V}_2 + r_1V_2^{\frac{1}{2}} + r_2V_2 &\leq 0, \end{aligned} \quad (61)$$

其中: $r_1 = \frac{\varepsilon\lambda_{\min}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P})}{\lambda_{\max}^{\frac{1}{2}}(\mathbf{P})}$, $r_2 = \frac{2\varepsilon k_3}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}$. 根据引理3, 趋近阶段的有限收敛时间为

$$t_r \leq \frac{2\{\ln[r_1 + r_2V_2^{\frac{1}{2}}(0)] - \ln r_1\}}{r_2}. \quad (62)$$

证毕.

综上所述, 本文所提出的分数阶变增益超螺旋终端滑模控制满足稳定性准则. 另外, 第3.1节计算了滑动阶段的收敛时间 t_s . 因此, 基于分数阶变增益超螺旋终端滑模控制系统的有限收敛时间为 $t = t_s + t_r$.

4 仿真与实验结果分析

4.1 仿真分析

为了证明了所提出的控制算法的有效性, 本节进行仿真模拟验证. 并将所提分数阶变增益超螺旋终端滑模控制(分数阶系统)与分数阶恒增益超螺旋终端滑模控制(分数阶系统)和非奇异快速终端滑模控制(整数阶系统)进行对比分析.

传统整数阶非奇异快速终端滑模控制作为比较对象之一, 其控制律表示为

$$\begin{aligned} u_{\text{NFTSM}} &= -\frac{1}{B_n}[\frac{1}{\sigma_2\eta_2}|e_2|^{2-\sigma_2}(1 + \sigma_1\eta_1|e_1|^{\sigma_1-1}) \times \\ &\text{sign } e_2 - \ddot{d}^* + \bar{A}_n v - \varsigma \text{sat}(\frac{S}{\Phi})], \end{aligned} \quad (63)$$

其中: η_1, η_2 为正常数; $\sigma_1 > \sigma_2$, $1 < \sigma_2 < 2$; $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数; Φ 为边界层厚度. 此外, 永磁直线同步电机参数如表1所示.

表 1 PMLSM参数

Table 1 The parameters of PMLSM

参数	数值
R/Ω	9.4
L_d/mH	6.2
L_q/mH	6.2
M/kg	1.3
τ/mm	60
Ψ_f/Wb	0.2

在仿真模拟中, 采用振幅为25 mm, 周期为 2π 的信号, 即 $d = 25 \sin t$ 作为参考轨迹. 为了相对公平的比

较,需进行多次重复的测试,最终确定了每种控制方法的参数:

NFTSM: $\eta_1 = 0.08, \eta_2 = 0.05, \sigma_1 = 1.75, \sigma_2 = 1.33, \varsigma = 60, \Phi = 0.11$;

FOCSTSM: $\kappa = 0.04, \alpha = 0.5, \vartheta = 0.8, \gamma_1 = 135, \gamma_2 = 20$;

FOVSTSM: $\kappa = 0.04, \alpha = 0.5, \vartheta = 0.8, \partial_1 = 7, \partial_2 = 0.1\dot{v}, \varepsilon = 0.1, \beta = 8.2, k_3 = 22, \delta = 10$.

给定一个振幅为25 mm,周期为 2π 的正弦信号.采用非奇异快速终端滑模(nonsingular fast terminal sliding mode, NFTSM)、分数阶恒增益超螺旋终端滑模(fractional order constant-gain super-twisting terminal sliding mode, FOCSTSM)和分数阶变增益超螺旋终端滑模(fractional order variable-gain super-twisting terminal sliding mode, FOVSTSM)3种控制算法下的位置响应曲线和位置误差曲线分别如图2-3所示.从图2可以看出,NFTSM,FOCSTSM和FOVSTSM方法均可很好的跟踪给定曲线.此外,为了方便对比,绘制了1.48~1.62 s的局部放大图,很明显看出NFTSM方法的跟踪性能最差,抖振最强.该结果表明分数阶系统的控制性能优于整数阶系统.同时,从图3可以看出,所提出的FOVSTSM显著降低稳态误差,具有最优的控制性能.

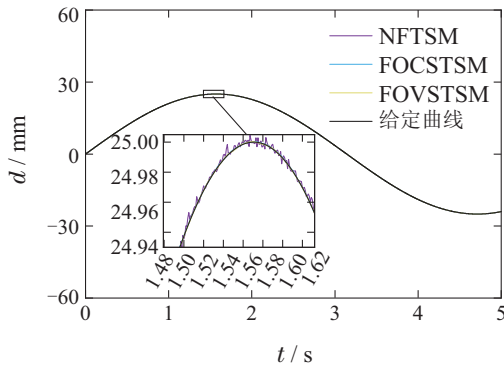


图2 位置响应曲线

Fig. 2 Position response curve

4.2 实验分析

图4为实验系统的控制框图,系统主要由PMLSM、cSPACE控制平台、MATLAB、电机驱动器等组成.使用MATLAB软件搭建算法,将输入、输出接口替换为cSPACE模块,编译整个模块自动生成DSP代码,并生成相应的控制信号.此外,在实验过程中各个开发阶段可以重新运行,无需频繁的调整.

位置跟踪性能的验证:系统输入25 mm正弦信号,其周期为 2π ,图5给出了PMLSM位置控制性能曲线,图6给出了PMLSM的控制输入.从图5(a)的局部放大可以看出,NFTSM的位置跟踪曲线波动较大,相较于其他两种控制方法,NFTSM跟踪性能最差.此外,从

图5(b)-(d)可以看出,在电机启动瞬间,NFTSM的最大误差达到0.07 mm左右,FOCSTSM最大误差达到0.06 mm左右,而FOVSTSM误差曲线波动幅度最小,约为0.03 mm左右.当系统达到稳态时,FOVSTSM的稳态误差大幅度减小,而NFTSM的稳态误差最大,超过0.02 mm.这可以证明FOVSTSM(分数阶系统)的位置跟踪性能优于FOCSTSM(分数阶系统),而FOCSTSM(分数阶系统)的位置跟踪性能又优于NFTSM(整数阶系统).此实验结果与仿真模拟结果一致.

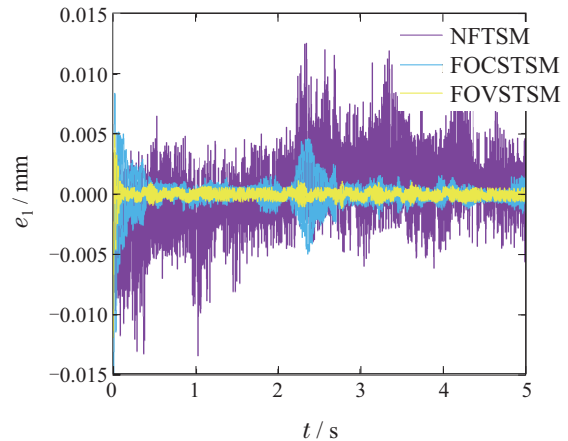


图3 位置误差曲线

Fig. 3 Position error curve

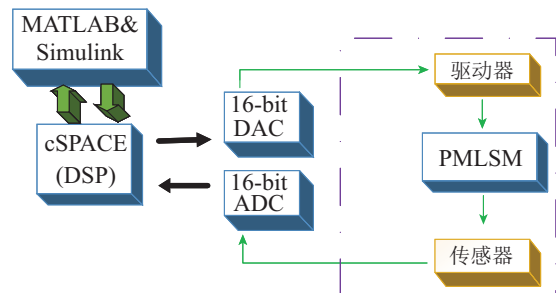
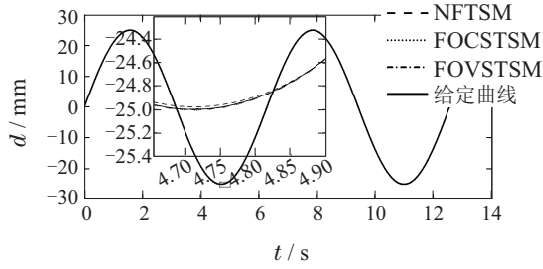


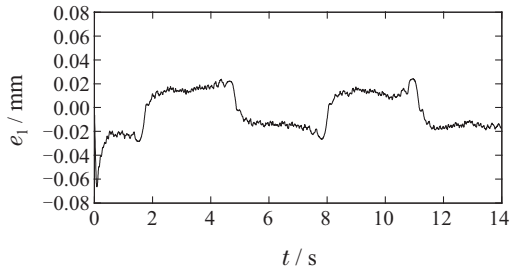
图4 实验系统的控制框图

Fig. 4 Control block diagram of the experimental system

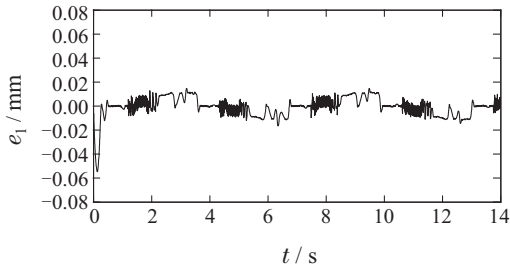
抗负载扰动鲁棒性能的验证:本实验是研究控制系统抗干扰的能力.具体操作:第6秒向PMLSM系统突然施加10 N的负载扰动.3种控制算法下的位置跟踪误差曲线如图7所示.从图7可以看出,3种控制方法均出现了明显波动,但是FOVSTSM具有最短的沉降时间,约0.15 s,且位置跟踪误差曲线的波动幅值最小,最大误差约为0.028 mm.而NFTSM的位置跟踪误差曲线波动最大,最大误差达到0.078 mm左右,且到达稳态时间较长,约2.1 s.其次,相较于FOVSTSM,FOCSTSM位置跟踪误差曲线的波动幅度也较大,最大误差达到0.065 mm,沉降时间约为0.3 s.因此,本组实验证明了FOVSTSM具有很好的抗负载扰动能力,使系统具有较强鲁棒性,保证了位置控制性能.



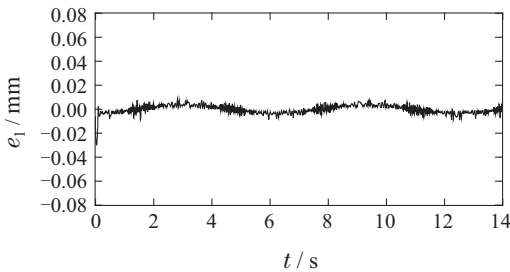
(a) 位置跟踪曲线



(b) NFTSM位置误差曲线



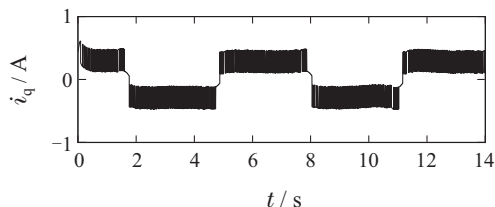
(c) FOCSTSM位置误差曲线



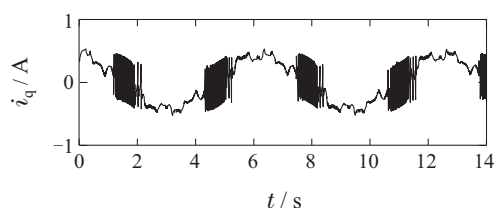
(d) FOVSTSM位置误差曲线

图5 位置控制性能曲线

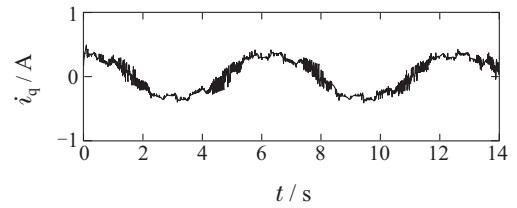
Fig. 5 Position control performance curves



(a) NFTSM控制输入曲线



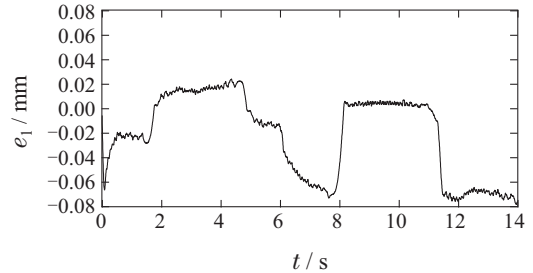
(b) FOCSTSM控制输入曲线



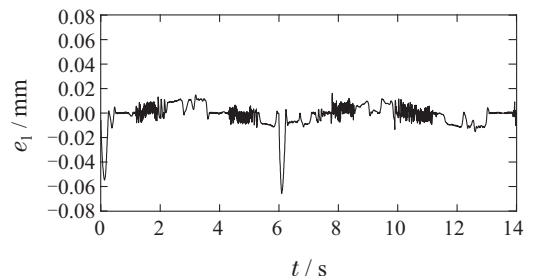
(c) FOVSTSM控制输入曲线

图6 控制输入曲线

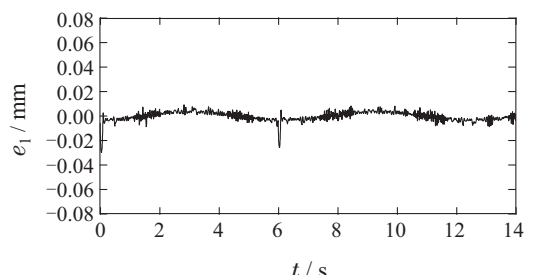
Fig. 6 Control input curves



(a) NFTSM位置误差曲线(负载扰动)



(b) FOCSTSM位置误差曲线(负载扰动)



(c) FOVSTSM位置误差曲线(负载扰动)

图7 位置跟踪误差曲线(负载扰动)

Fig. 7 Position tracking error curves (load disturbance)

5 结论

为了提高PMLSM伺服系统的位置跟踪精度, 抑制不确定因素的影响, 设计了一种新型分数阶变增益超螺旋终端滑模控制方法, 并基于李雅普诺夫理论, 证明了系统的稳定性. 最后进行了仿真与实验验证, 得到以下结论:

- 1) 相较于整数阶系统 NFTSM 方法和分数阶系统 FOCSTSM 方法, 基于分数阶系统 FOVSTSM 方法的 PMLSM 伺服系统具有更高的位置跟踪精度和更强的鲁棒性能;

2) 为了弥补恒增益超螺旋算法的缺陷,设计了一种新的变增益超螺旋控制,对系统的不确定干扰进行了充分的补偿,保证了该控制器在模型不确定性和干扰条件下的鲁棒性能.此外,通过设计一种新的超螺旋形式,进一步改进了滑模控制.

参考文献:

- [1] ZHAO Xinyu, WANG Limei. Fractional order differential boundary layer terminal sliding mode control for permanent magnet linear synchronous motor. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2023, 38(10): 2709 – 2719, 2743.
(赵鑫宇, 王丽梅. 永磁直线同步电机分数阶微分型边界层终端滑模控制. 电工技术学报, 2023, 38(10): 2709 – 2719, 2743.)
- [2] YANG R, LI L, WANG M, et al. Force ripple compensation and robust predictive current control of PMLSM using augmented generalized proportional-integral observer. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2021, 9(1): 302 – 315.
- [3] FU Dongxue, ZHAO Ximei. Backstepping terminal sliding mode position control based on neural network observer. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(1): 132 – 138.
(付东学, 赵希梅. 基于神经网络观测器的反推终端滑模位置控制. 控制理论与应用, 2023, 40(1): 132 – 138.)
- [4] YANG Weilin, HU Guanyang, XU Dezhi. Model predictive control of permanent magnet linear synchronous motor based on continuous control set. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(10): 1671 – 1682.
(杨玮林, 胡官洋, 许德智. 基于连续控制集的永磁同步直线电机模型预测控制. 控制理论与应用, 2021, 38(10): 1671 – 1682.)
- [5] HWANG C C, LI P L, LIU C T. Optimal design of a permanent magnet linear synchronous motor with low cogging force. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2012, 48(2): 1039 – 1042.
- [6] YANG Q, SAEEDIFARD M, PEREZ A M. Sliding mode control of the modular multilevel converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 66(2): 887 – 897.
- [7] WU Zhitao, LI Shuai, CHENG Wansheng. Fixed structure sliding mode position tracking control for permanent magnet linear synchronous motor based on extended sliding mode disturbance observer. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2022, 37(10): 2503 – 2512.
(武志涛, 李帅, 程万胜. 基于扩展滑模扰动观测器的永磁直线同步电机定结构滑模位置跟踪控制. 电工技术学报, 2022, 37(10): 2503 – 2512.)
- [8] CHEEMA M. Combined speed and direct thrust force control of linear permanent-magnet synchronous motors with sensorless speed estimation using a sliding-mode control with integral action. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 64(5): 3489 – 3501.
- [9] LIU Shijie, HUANG Zhilai, YANG Mingxing, et al. Fractional-order sliding mode control of robotic arms with boundary layer. *Journal of Shanghai University of Engineering Science*, 2021, 35(4): 327 – 332.
(刘世杰, 黄志来, 杨明星, 等. 含边界层的机械臂分数阶滑模控制. 上海工程技术大学学报, 2021, 35(4): 327 – 332.)
- [10] LIN Lei, REN Huabin, WANG Hongrui. RBFNN-based sliding mode control for robot. *Control Engineering of China*, 2007, 14(2): 224 – 226.
(林雷, 任华彬, 王洪瑞. 基于径向基函数神经网络的机器人滑模控制. 控制工程, 2007, 14(2): 224 – 226.)
- [11] EVANGELISTA C, PULESTON P, VALENICAGA F, et al. Lyapunov-designed super-twisting sliding mode control for wind energy conversion optimization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(2): 538 – 545.
- [12] MORENO J A, OSORIO M. Strict Lyapunov functions for the super-twisting algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(4): 1035 – 1040.
- [13] VIDAL P V N M, NUNES E V L, HSU L. Output-feedback multi-variable global variable gain super-twisting algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(6): 2999 – 3005.
- [14] SONG Yulin, LI Hongwen, DENG Yongting. Fast super twisting sliding mode control of permanent magnet synchronous motor. *Control Engineering of China*, 2023, 30(1): 62 – 69.
(宋昱霖, 李洪文, 邓永停. 永磁同步电机快速超螺旋滑模控制. 控制工程, 2023, 30(1): 62 – 69.)
- [15] ZHANG B, PI Y, LUO Y. Fractional order sliding-mode control based on parameters auto-tuning for velocity control of permanent magnet synchronous motor. *ISA Transactions*, 2012, 51(5): 649 – 656.
- [16] WANG Y, GU L, XU Y, et al. Practical tracking control of robot manipulators with continuous fractional-order nonsingular terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronic*, 2016, 63(10): 6194 – 6204.
- [17] ZHANG Bitao, PI Youguo. Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1193 – 1197.
(张碧陶, 皮佑国. 基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1193 – 1197.)
- [18] DONG X, ZHAO D, YANG B, et al. Fractional-order control of active suspension actuator based on parallel adaptive clonal selection algorithm. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2016, 30(6): 2769 – 2781.
- [19] MOUSSA L, SAMIR N, LOUBNA B, et al. Fractional-order fast terminal sliding mode control of uncertain quadrotor UAV with time-varying disturbances. *2019 8th International Conference on Systems and Control (ICSC)*. Marrakech, Morocco: IEEE, 2019: 417 – 422.
- [20] ZHOU Minghao, WEI Kemeng, FENG Yong, et al. Fractional-order terminal sliding-mode control of MIMO systems with unmatched uncertainties. *Acta Automation Sinica*, 2023, 49(10): 2224 – 2236.
(周铭浩, 魏可蒙, 冯勇, 等. 非匹配不确定MIMO系统的分数阶终端滑模控制. 自动化学报, 2023, 49(10): 2224 – 2236.)
- [21] CHEN S Y, CHIANG H H, LIU T S, et al. Precision motion control of permanent magnet linear synchronous motors using adaptive fuzzy fractional-order sliding-mode control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2019, 24(2): 741 – 752.
- [22] YU S, WU H, XIE M, et al. Precise robust motion control of cell puncture mechanism driven by piezoelectric actuators with fractional-order nonsingular terminal sliding mode control. *Bio-Design and Manufacturing*, 2020, 3(4): 410 – 426.
- [23] SUN G, MA Z. Practical tracking control of linear motor with adaptive fractional order terminal sliding mode control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(6): 2643 – 2653.
- [24] SHAO K, ZHENG J, HUANG K, et al. Finite-time control of a linear motor positioner using adaptive recursive terminal sliding mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(8): 6659 – 6668.
- [25] XUE Dingyu. *Fractional Calculus and Fractional Control*. Beijing: Science Press, 2018.
(薛定宇. 分数阶微积分学与分数阶控制. 北京: 科学出版社, 2018.)
- [26] FALLAHA C J, SAAD M, KANAAN H Y, et al. Sliding-mode robot control with exponential reaching law. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2), 600 – 610.

作者简介:

赵鑫宇 博士研究生, 主要从事电机控制、分数阶控制等研究, E-mail: zhaoxy_sut@163.com;

王丽梅 教授, 博士生导师, 主要从事交流伺服驱动技术、多轴协同运动控制等研究, E-mail: wanglm@sut.edu.cn.