

分段复合幂次趋近律的滑模控制

刘旭, 智亚丽[†], 张燕, 孙先涛, 陈文杰

(安徽大学 电气工程与自动化学院, 安徽 合肥 230601)

摘要: 针对传统幂次趋近律作用下的滑模控制中存在的收敛速度缓慢和抖振现象, 本文在自适应趋近律和幂次趋近律的基础上, 选择分段函数的形式, 提出一种分段复合幂次趋近律. 通过引入随系统状态变化的平滑函数以及对传统幂次趋近律的改进, 保证系统在各个阶段都具有较快的趋近速率; 同时, 本文证明所提出的分段复合幂次趋近律能够快速收敛且到达滑模面时无抖振现象, 并在系统存在外界干扰时能够收敛于稳态误差界; 最后, 通过对比仿真证明所提趋近律的有效性和优越性.

关键词: 滑模控制; 平滑函数; 分段复合幂次趋近律; 稳态误差界

引用格式: 刘旭, 智亚丽, 张燕, 等. 分段复合幂次趋近律的滑模控制. 控制理论与应用, 2026, 43(3): 669–674

DOI: 10.7641/CTA.2024.30756

Piecewise compound power reaching law for sliding mode control

LIU Xu, ZHI Ya-li[†], ZHANG Yan, SUN Xian-tao, CHEN Wen-jie

(School of Electrical Engineering and Automation, Anhui University, Hefei Anhui 230601, China)

Abstract: For addressing slow convergence rate and chattering phenomenon in the traditional power convergence law for sliding mode control, this paper proposes a piecewise compound power reaching law by selecting the form of segmented function on the basis of the adaptive convergence law and the power convergence law. By introducing the smoothing function with the state change of the system and improving the traditional power convergence law, the system is guaranteed to have a fast convergence rate at all stages. Meanwhile, it is proved that the proposed piecewise compound power reaching law can converge quickly without chattering phenomenon when arriving at the sliding mode surface, and the system can converge to the steady-state error boundary when there are external disturbances in the system. At last, the effectiveness and merit of the presented convergence law is verified by comparative simulation with the existing results.

Key words: sliding mode control; smooth function; piecewise compound power reaching law; steady-state error boundary

Citation: LIU Xu, ZHI Yali, ZHANG Yan, et al. Piecewise compound power reaching law for sliding mode control. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(3): 669–674

1 引言

滑模控制作为一类特殊的非线性控制, 能够依靠系统当前的状态在动态过程中进行有目的性的改变, 使其按预期的状态轨迹运动^[1]. 由于其算法实现简单, 系统响应速度快, 并且对扰动等不确定性具有较强的鲁棒性而备受关注^[2]. 同时在现实生活中也得到了广泛的应用和发展, 如机器人控制^[3]、电机与电力系统控制^[4]、航空航天控制^[5]、卫星姿态控制^[6]等. 但是, 由于非连续的开关特性的存在, 传统的滑模控制会导致比较严重的抖振问题. 抖振现象的出现会激发系统的未建模动态同时造成能量的浪费^[7], 从而造成系统

的控制性能受到严重影响^[8]. 因此, 减弱甚至消除抖振现象一直是学者们的研究热点之一.

为了处理抖振现象, 国内外学者提出了高阶滑模方法^[9]、非奇异终端滑模方法^[10]、动态滑模方法^[11]以及基于趋近律的控制方法等. 我国学者高为炳^[12]提出了经典的趋近律方法, 其中包括等速趋近律、幂次趋近律、指数趋近律和一般趋近律. 经典趋近律的提出改善了系统收敛过程的动态特性, 为后续的研究奠定了基础. 由于单独的趋近律很难同时达到快速收敛和消除抖振的目的, 因此, 通过对不同趋近律进行结合设计复合趋近律逐渐成为了很多学者的研究热点. 文

收稿日期: 2023–11–21; 录用日期: 2024–11–25.

[†]通信作者. E-mail: zhiyali87828@163.com. Tel.: +86 15656576010.

本文责任编辑: 张承慧.

国家自然科学基金项目(62103001)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62103001).

献[13]中,作者将幂次趋近律和指数趋近律的优点相结合,提出了快速幂次趋近律.同时解决了指数趋近律作用下系统到达滑模面时出现的抖振现象以及幂次趋近律作用下系统距滑模面较远时趋近速率较小的缺点.张合新等^[14]通过假定不同的幂次项参数提出了双幂次趋近律,使系统收敛过程分为两个阶段,并且两个阶段都有较大的收敛速率.Pan等^[15]通过结合等速趋近律与双幂次趋近律,保证了系统的全局快速收敛性.然而,由于等速趋近律的不连续性,滑模面上的抖振现象依旧存在.文献[16]设计了积分型滑模面,同时在多幂次趋近律的基础上,提出了连续滑模趋近律,避免了传统滑模控制中所出现的抖振现象.杨新岩等^[17]利用分段函数的形式针对系统的不同趋近过程设计了分段幂次趋近律,使得系统在各个阶段都有较快的收敛速度,并且解决了系统在到达滑模面后的抖振问题.但是其可调参数较多,对控制器的运算能力要求较高.文献[18]中,作者针对不确定离散系统设计了分数阶趋近律,同时,在该趋近律中加入了高阶扰动补偿器,能够对扰动进行评估和补偿.文献[19]中,作者在快速幂次趋近律的基础上,在幂次项系数中增加了系统状态信息,提出了一种新型趋近律,在保证幂次项特点的前提下加快了系统动态响应的收敛速度.

通过分析上述趋近律在距滑模面较远时收敛速度较快的特点,同时结合系统收敛到滑模面消弱或消除抖振的原理,本文设计了一种分段复合幂次趋近律.该趋近律能够对系统的收敛速率进行分段针对性的调节,并且在保留以往幂次项的同时引入和状态变量相关的自适应趋近律^[20].实现系统在有限时间内快速收敛,并且在运动至滑模面后没有抖振现象.最后,通过模拟仿真对所提趋近律的有效性和优越性进行了验证.

2 预备知识

考虑如下受到未知扰动的系统模型:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t), \quad (1)$$

其中: $x(t)$ 是系统的状态变量; A, B, D 表示系统矩阵; $u(t)$ 为系统的控制输入; $w(t)$ 为系统受到的外界扰动.考虑线性滑模面函数 $s(t) = Cx(t)$, 为了便于证明以及保证方法的可行性有必要给出一些引理、假设.

假设 1^[21] $\frac{\partial s}{\partial x}B$ 是非奇异的, $w' = \frac{\partial s}{\partial x}w(t)$ 且满足有界性条件 $|w'| \leq \lambda$, λ 是大于 0 的常数.

引理 1^[22] 假设系统状态 $x \in D \subset \mathbb{R}^n$, $\dot{x} = f(x)$, $f \in \mathbb{R}^n$, D 是平衡点附近的邻域.假定存在连续函数 V 满足以下条件: 1) $V > 0$; 2) \dot{V} 除平衡点外是负定的; 3) 存在邻域 $N \subset D$, 实数 $\varepsilon > 0, \theta > 0$, 使得 $\dot{V} + \varepsilon V^\theta \leq 0$ 成立. 则系统可以在有限时间内收敛至平衡

点.

3 分段复合幂次趋近律的分析

3.1 趋近律的设计

本文设计分段复合幂次趋近律的表达式为

$$\dot{s} = -k_1 |s|^\alpha \operatorname{sgn} s - k_2 \frac{|x|}{1 + |x|} f(s), \quad (2)$$

其中: $k_1 > 0, k_2 > 0, \alpha > 1$,

$$f(s) = \begin{cases} s + \delta^{\beta-1} s, & |s| \geq \delta, \\ s + |s|^\beta \operatorname{sgn} s, & |s| < \delta, \end{cases} \quad (3)$$

$0 < \beta < 1, 0 < \delta < 1$.

所提出的趋近律以 $|s| = \delta$ 作为收敛过程的分界点, 将 $|s| \geq \delta$ 和 $|s| < \delta$ 作为系统趋近过程中的两个不同阶段.同时结合幂函数的特点,使系统在不同的阶段都具有较大的收敛速度且互不影响.其中 $-k_2 \times \frac{|x|}{1 + |x|} f(s)$ 为随着系统状态变量 x 变化的自适应趋近律.

注 1 当系统距滑模面较远时, 即 $|s| \gg 1$. 当 k_1 越大时, 趋近速度变快, 但抖振也随之变大; α 越小, 抖振变小, 但趋近速度却变慢. 当系统靠近滑模面时又分为 $\delta \leq |s| < 1$ 和 $0 \leq |s| < \delta$. 自适应趋近律随着状态变量 x 减小而减小, 直至系统收敛到平衡点. 并且当 δ 越小时趋近速度越快, 当 δ 过小时则会产生较明显的抖振现象. β 越小时, 系统在靠近平衡点时拥有较快的收敛速度. 本质上看趋近律是连续的, 当系统到达滑模面时, 能够实现平滑过渡, 避免了抖振问题的存在.

注 2 在自适应趋近律中引入和状态变量相关的 softsign 函数, 相比于文献[22]中的 arctan 函数, 拥有更平坦的曲线与更慢的下降导数, 使得所提趋近律保证系统能够在有限时间内快速收敛, 并且在到达滑模面后没有抖振现象.

3.2 趋近律的分析

3.2.1 存在性和可达性分析

由趋近律 (2) 可得 $s\dot{s} = -k_1 |s|^{\alpha+1} - k_2 \frac{|x|}{1 + |x|} s \cdot f(s) \leq 0$. 只有在 $s = 0$ 时, $s\dot{s} = 0$ 成立. 由滑模趋近律的存在性及可达性^[21], 当 $s\dot{s} \leq 0$ 成立, 则说明趋近律的存在性和可达性的条件能够被满足. 因此, 滑模变量 s 可在分段复合幂次趋近律作用下收敛至平衡点 $s = 0$.

3.2.2 连续性和抖振现象分析

对于所提出的分段复合幂次趋近律, 当滑模变量 $s \rightarrow 0^+$ 和 $s \rightarrow 0^-$ 时, 式 (2) 都有 $s = \dot{s} = 0$, 表明了所提趋近律是连续的, 系统趋近稳态时并没有抖振现象的出现. 因此, 所提趋近律在 $s = \dot{s} = 0$ 时是连续的且不存在抖振现象.

4 主要结果

4.1 趋近律的收敛速度

定理 1 假设滑模变量 s 的初始值 $s(0) = s_0$, 采用趋近律 (2) 的系统, s 到达滑模面的时间一定小于 $[T_1 + T_2 + T_3]$.

$$T_1 = \frac{1 - s_0^{(1-\alpha)}}{k_1(\alpha - 1)}, \quad (4)$$

$$T_2 = \frac{1}{m'_1(\alpha - 1)} \ln \left[\frac{M_1}{M_1 + k_1} \left(\delta^{1-\alpha} + \frac{k_1}{m'_1} \right) \right], \quad (5)$$

$$T_3 = \frac{1}{(\beta - 1)m'} \ln \left[\frac{1}{1 + \delta^{1-\beta}} \right], \quad (6)$$

其中: $m'_1 = m'(1 + \delta^{\beta-1})$, $m' = k_2 \frac{|x|_{\min}}{1 + |x|_{\min}}$; $M_1 = M(1 + \delta^{\beta-1})$, $M = k_2 \frac{|x|_{\max}}{1 + |x|_{\max}}$; $m_1 = m(1 + \delta^{\beta-1})$, $m = k_2 \frac{|x|}{1 + |x|}$.

证 假设初始位置 $s_0 > 1$, 即初始位置距离滑模面较远. 系统的到达过程分为 3 个阶段: 第 1 个阶段为滑模变量由 $s_0 \rightarrow 1$, 所需时间为 t_1 ; 第 2 个阶段为 $1 \rightarrow \delta$, 所需时间为 t_2 ; 第 3 个阶段为 $\delta \rightarrow 0$, 所需时间为 t_3 .

1) 滑模变量由初始位置 $s = s_0$ 趋于 $s = 1$. 此阶段 $-k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s \gg -mf(s)$, 前者对滑动过程起主要作用, 忽略后者的影响. 因此, $\dot{s} = -k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s$. 即 $\frac{ds}{dt} = -k_1 s^\alpha$, 对其两边进行积分

$$\int_{s_0}^1 s^{-\alpha} ds = \int_0^{T_1} -k_1 dt, \quad (7)$$

得到收敛时间 $t_1 < T_1 = \frac{1 - s_0^{1-\alpha}}{k_1(\alpha - 1)}$.

2) 滑模变量由 $s = 1$ 趋近于 $s = \delta$. 假设系统状态变量 x 位于 $(|x|_{\min}, |x|_{\max})$, 通过求解 $\dot{s} = -k_1 s^\alpha - m_1 s$, 能够得到

$$s^{1-\alpha} = C_1 e^{(\alpha-1)m_1 T_2} - \frac{k_1}{m_1}. \quad (8)$$

令 $t = 0, s = 1, C_1 = 1 + \frac{k_1}{m_1}$. 当 $s = \delta$ 时, $t_2 < T_2 = \frac{1}{m'_1(\alpha - 1)} \ln \left[\frac{M_1}{M_1 + k_1} \left(\delta^{1-\alpha} + \frac{k_1}{m'_1} \right) \right]$.

3) 滑模变量由 $s = \delta$ 趋近于 $s = 0$. 假设系统状态变量 x 位于 $(|x|_{\min}, |x|_{\max})$, 此阶段 $-k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s \ll -mf(s)$. 后者起主要作用, 忽略前者的影响. 即 $\dot{s} = -m(s + s^\beta)$. 通过求解微分方程, 得到

$$s^{1-\beta} = C_2 e^{(\beta-1)m T_3} - 1, \quad (9)$$

令 $t = 0, s = \delta$, 则 $C_2 = 1 + \delta^{1-\beta}$. 当 $s = 0$ 时, 从而求

$$\text{得 } t_3 < T_3 = \frac{1}{(\beta - 1)m'} \ln \frac{1}{1 + \delta^{1-\beta}}.$$

通过以上分析可知, 系统到达滑模面的时间一定小于 $[T_1 + T_2 + T_3]$. 证毕.

注 3 以上证明过程是基于 $s > 0$ 展开, 当 $s < 0$ 时, 证明过程与上述相似, 所得结论也相同, 本文不再给出.

4.2 稳态误差分析

根据以上的分析, 所提出的分段复合幂次趋近律能够在有限时间内使系统快速收敛至平衡点. 但是, 当系统出现不确定有界干扰时, 所提方法只能使系统在有限时间内运动到平衡点的邻域内, 这个邻域被称为稳态误差界^[1]. 当系统受到外界干扰时滑模变量的导数 \dot{s}_1 为

$$\dot{s}_1 = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial x} (Ax + Bu + w(t)). \quad (10)$$

根据假设 1, 系统的输入 $u(t)$ 可设计为

$$u = \left(\frac{\partial s_1}{\partial x} B \right)^{-1} \left(\dot{s}_1 - \frac{\partial s}{\partial x} Ax - w' \right) = \left(\frac{\partial s_1}{\partial x} B \right)^{-1} \left(-\frac{\partial s}{\partial x} Ax + \dot{s} \right), \quad (11)$$

其中: $\dot{s} = -k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s - k_2 \frac{|x|}{1 + |x|} f(s)$. 由此可以得到滑模变量的导数 \dot{s}_1 , 即

$$\dot{s}_1 = \dot{s} + w' = -k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s - k_2 \frac{|x|}{1 + |x|} f(s) + w'. \quad (12)$$

定理 2 针对存在不确定干扰的系统,

$$\dot{s}_1 = \begin{cases} -k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s - m(s + \delta^{\beta-1}s) + w', & |s| \geq \delta, \\ -k_1 |s|^\alpha \text{sgn } s - m(s + |s|^\beta \text{sgn } s) + w', & |s| < \delta, \end{cases} \quad (13)$$

若满足 $|w'| \leq \lambda, 0 < \lambda < k_1 \delta^\alpha$, 则 s_1 将从初始值 s_0 滑动到界

$$|s_1| \leq \min \left\{ \delta, \frac{\lambda}{k_2}, \left(\frac{\lambda}{k_2} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right\}. \quad (14)$$

证 选取 Lyapunov 函数 $V_w = \frac{1}{2} s^2$.

当 $|s| \geq \delta$ 时,

$$\dot{V}_w = -m_1 s^2 - |s|(k_1 s^\alpha - w') \leq -m_1 s^2 - |s|(k_1 s^\alpha - \lambda), \quad (15)$$

其中 $m_1 = k_2 \frac{|x|}{1 + |x|} (1 + \delta^{\beta-1}) > 0$. 根据引理 1, 当 $|s| \geq \delta$ 时, $0 < \lambda < k_1 \delta^\alpha$, \dot{V} 是负定的. 此时系统可收敛至 $|s| = \delta$.

当 $|s| < \delta$ 时,

$$\dot{V}_w \leq |s|(-k_1 s^\alpha - ms - ms^\beta + \lambda), \quad (16)$$

若 $\lambda - k_1 s^\alpha < 0$ 或 $\lambda - ms < 0$ 或 $\lambda - ms^\beta < 0$ 时,可以保证 \dot{V} 为负定,即当 $|s| \geq (\frac{\lambda}{k_1})^{\frac{1}{\alpha}}$ 或 $|s| \geq \frac{\lambda}{m}$ 或 $|s| \geq (\frac{\lambda}{m})^{\frac{1}{\beta}}$ 时可以保证系统向平衡点处运动.其中 $m = k_2 \frac{|x|}{1+|x|} \in (0, k_2)$,则系统可以运动到界

$$|s_1| \leq \min\{\delta, \frac{\lambda}{k_2}, (\frac{\lambda}{k_2})^{\frac{1}{\beta}}\}. \quad (17)$$

综上所述,当外部干扰 $w(t)$ 作用于系统时,滑模变量可以收敛至稳态误差界 $|s_1| \leq \min\{\delta, \frac{\lambda}{k_2}, (\frac{\lambda}{k_2})^{\frac{1}{\beta}}\}$.

证毕.

5 仿真实验分析

考虑式(1)所示系统模型,其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. 假设系统初始状态 $x_0 = [10 \ 0]^T$, 滑模面函数 $s = cx_1 + x_2$, $c = 10^{[20]}$. 仿真实验分析分为两个方面:

1) 在扰动不存在的情况下,对所提分段复合幂次趋近律的有效性和优越性进行验证;

2) 在扰动存在的情况下,对所求滑模变量的稳态误差界进行验证.

5.1 收敛时间仿真对比

在没有扰动的情况下,与复合趋近律、多幂次趋近律及分段趋近律进行仿真对比.

1) 复合趋近律^[21]

$$\dot{s}_1 = -k_{11} \tan\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{s_1}{s_m}\right) - k_{12} |s_1|^{\mu \cdot \text{sgn}(|s_1|-1)} s_1, \quad (18)$$

为了便于公平比较,对比参数设置为: $k_{11} = k_{12} = 10$, $\mu = 0.7$.

2) 自适应趋近律^[18]

$$\dot{s}_2 = -k_{21} |s_2|^{\alpha_2} \text{sgn } s_2 - \varepsilon' \text{sgn } s_2, \quad (19)$$

其中: $\varepsilon' = k_{22} \frac{1 - e^{-|x_1|}}{1 + e^{-|x_1|}}$, $k_{21} = k_{22} = 10$, $\alpha_2 = 2$.

3) 分段趋近律^[17]

$$\dot{s}_3 = \begin{cases} -k_{31} s_3 - k_{32} |s_3|^{\alpha_3} \text{sgn } s_3, & |s_3| \geq 1, \\ -k_{33} s_3 - k_{34} |s_3|^{\beta_3} \text{sgn } s_3, & |s_3| < 1, \end{cases} \quad (20)$$

其中: $k_{31} = k_{32} = k_{33} = k_{34} = 10$, $\alpha_3 = 2$, $\beta_3 = 0.2$.

4) 分段复合幂次趋近律

$$\dot{s}_4 =$$

$$\begin{cases} -k_{41} |s_4|^{\alpha_4} \text{sgn } s_4 - k_{42} \frac{|x_1|}{1+|x_1|} \times \\ (s_4 + \delta^{\beta-1} s_4), & |s_4| \geq \delta, \\ -k_{41} |s_4|^{\alpha_4} \text{sgn } s_4 - k_{42} \frac{|x_1|}{1+|x_1|} \times \\ (s_4 + |s_4|^\beta \text{sgn } s_4), & |s_4| < \delta, \end{cases} \quad (21)$$

其中: $k_{41} = k_{42} = 10$, $\alpha_4 = 2$, $\beta_4 = 0.2$, $\delta = 0.6$.

分别使用上述趋近律进行模拟仿真,对比各趋近律的快速收敛性,同时验证本文中提到的新型分段复合幂次趋近律消除抖振效果.

如图1所示,系统在所提趋近律作用下能够收敛至平衡点.从图2可以看出,与上述趋近律相比,本文提出的分段复合幂次趋近律的收敛速度更快,并且在到达滑模面后,能够根据系统的状态变量对产生的抖振进行自适应调节,最终收敛于平衡点.验证了所提方法的有效性和优越性.

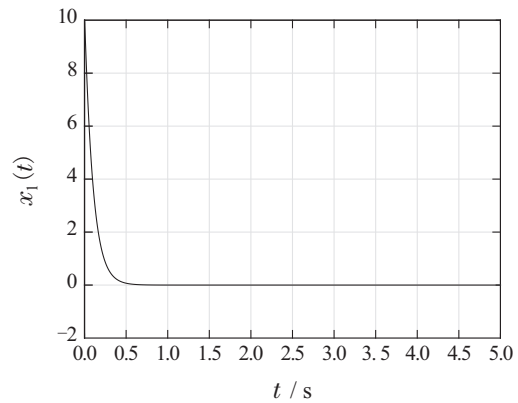
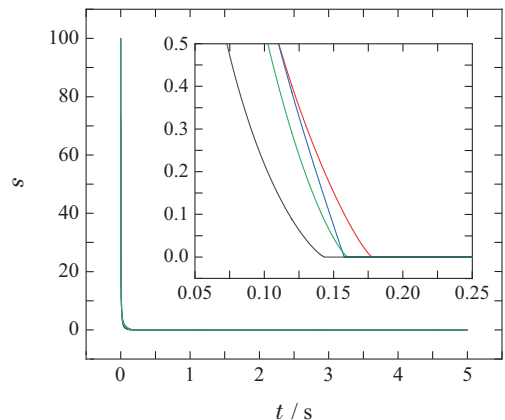


图1 所提趋近律下的 x_1 状态收敛曲线

Fig. 1 The convergence curve of x_1 under the proposed reaching law



— 分段复合幂次趋近律 — 自适应趋近律
— 复合趋近律 — 分段趋近律

图2 4种趋近律下滑模变量 s 变化情况

Fig. 2 The variations of sliding mode variables under different reaching laws

5.2 稳态误差界仿真

考虑系统存在不确定扰动,

$$w(t) = 3.5 \sin t, \quad (22)$$

$\lambda \geq |w(t)| = 3.5$ 且满足 $0 < \lambda < k_1 \delta^\alpha = 3.6$. 根据定理2可得, 稳态误差界为 $|s_1| \leq \left(\frac{\lambda}{k_2}\right)^{\frac{1}{\beta}}$. 即 $|s_1| \leq 0.0052$, 仿真结果如图3所示.

由图3能够得到, 推导的稳态误差界与仿真结果相吻合, 系统会运动至原点附近的邻域内. 因此, 在分段复合幂次趋近律的作用下, 当不确定干扰作用于系统时, 系统的稳态误差界要小于本文所推导的稳态误差界.

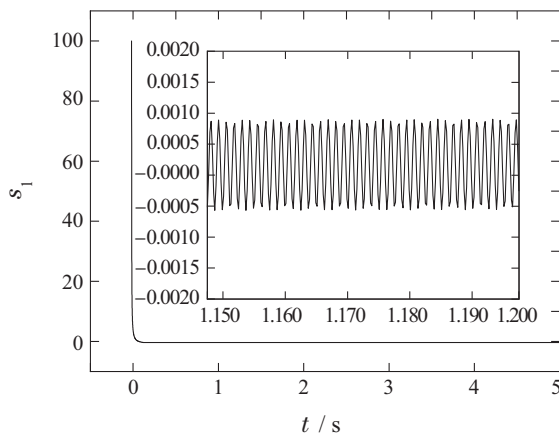


图3 存在干扰时 s_1 的变化情况

Fig. 3 The variation of s_1 in the presence of disturbance

6 结论

本文在自适应趋近律和分段幂次趋近律的基础上, 提出了分段复合幂次趋近律. 相比于已有的一些趋近律, 本文提出的趋近律能够在最短的时间内到达滑模面. 同时, 对到达滑模面后的稳态抖振进行了分析, 证明了其能在有限时间收敛, 并给出了有限时间收敛的表达式. 当系统受到有界扰动时, 其状态可以收敛至平衡点的邻域内, 并给出了稳态误差界的表达式. 最后, 通过对比仿真证明了所提方法的有效性和优越性.

参考文献:

- [1] LIU Jinkun. *Sliding Mode Control Design and MATLAB Simulation the Basic Theory and Design Method*. The 3rd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2015.
(刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真基本理论与设计方法. 第3版. 北京: 清华大学出版社, 2015.)
- [2] LI H Y, SHI P, YAO D Y. Adaptive sliding mode control of Markov jump nonlinear systems with actuator faults. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(4): 1933 – 1939.
- [3] MA Z Q, HUANG P F, KUANG Z A. Fuzzy approximate learning-based sliding mode control for deploying tethered space robot. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2021, 29(9): 2739 – 2749.
- [4] KOMMURI S K, RATH J J, VELUVOLU K C. Sliding mode based observer-controller structure for fault-resilient control in DC servomotors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(1): 918 – 929.
- [5] HUANG X L, ZHANG C, LU H Q, et al. Adaptive reaching law based sliding mode control for electromagnetic formation flight with input saturation. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(11): 2398 – 2417.
- [6] ZHU Qinghua, DONG Ruiqi, MA Guangfu. Dynamical sliding mode for flexible spacecraft attitude control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(10): 1430 – 1435.
(朱庆华, 董瑞琦, 马广富. 基于动态滑模控制的挠性航天器姿态控制. 控制理论与应用, 2018, 35(10): 1430 – 1435.)
- [7] LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.
(刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.)
- [8] CHAKRABARTY S, BANDYOPADHYAY B. A generalized reaching law with different convergence rates. *Automatica*, 2016, 63: 34 – 37.
- [9] ZHANG Y Y, LI R F, XUE T, et al. An analysis of the stability and chattering reduction of high-order sliding mode tracking control for a hypersonic vehicle. *Information Sciences*, 2016, 348: 25 – 48.
- [10] CHEN M, WU Q X, CUI R X. Terminal sliding mode tracking control for a class of SISO uncertain nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2013, 52(2): 198 – 206.
- [11] CHEN M S, CHEN C H, YANG F Y. An LTR-observer-based dynamic sliding mode control for chattering reduction. *Automatica*, 2007, 43: 1111 – 1116.
- [12] GAO Weibing. *Theory and Design Method for Variable Sliding Mode Control*. Beijing: Science Press, 1996.
(高为炳. 变结构控制的理论及设计方法. 北京: 科学出版社, 1996.)
- [13] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B J. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41: 1957 – 1964.
- [14] ZHANG Hexin, FAN Jinsuo, MENG Fei, et al. A new double power reaching law for sliding mode control. *Control & Decision*, 2013, 28(2): 289 – 293.
(张合新, 范金锁, 孟飞, 等. 一种新型滑模控制双幂次趋近律. 控制与决策, 2013, 28(2): 289 – 293.)
- [15] PAN J, LI W, ZHANG H P. Control algorithms of magnetic suspension systems based on the improved double exponential reaching law of sliding mode control. *International Journal of Control Automation & Systems*, 2018, 16(6): 2878 – 2887.
- [16] WANG Kun, WANG Jianmei, WANG Fang, et al. Sliding mode control for nonlinear system with mismatched uncertainties and application in motor control. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(1): 143 – 150.
(王坤, 王建美, 王芳, 等. 非匹配不确定系统的滑模控制及在电机控制中的应用. 控制理论与应用, 2019, 36(1): 143 – 150.)
- [17] YANG Xinyan, LIAO Yurong, NI Shuyan. Design and analysis of fast piecewise power reaching law for sliding mode control. *Systems Engineering & Electronics*, 2019, 41(5): 1127 – 1132.
(杨新岩, 廖育荣, 倪淑燕. 滑模控制快速分段幂次趋近律设计与分析. 系统工程与电子技术, 2019, 41(5): 1127 – 1132.)
- [18] MA H F, LIU C, LIU Y, et al. Sliding mode control for uncertain discrete time systems based on fractional order reaching law. *IET Control & Applications*, 2019, 13(13): 1963 – 1970.

- [19] ZHANG Huizhi, WANG Ying. Sliding mode control of permanent magnet synchronous motor based on improved fast power reaching law. *Electric Machines & Control Application*, 2021, 48(3): 22 – 26. (张惠智, 王英. 基于改进快速幂次趋近律的永磁同步电机滑模控制. *电机与控制应用*, 2021, 48(3): 22 – 26.)
- [20] LI Yongheng, LIU Lingshun, HU Yunan, et al. Sliding mode control method based on adaptive reaching law. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2019, 47(1): 109 – 113. (李永恒, 刘陵顺, 胡云安, 等. 基于自适应趋近律的滑模控制方法. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2019, 47(1): 109 – 113.)
- [21] LEI Cheng, LAN Yipeng, XU Zelai, et al. Design and analysis of a new compound sliding mode reaching law. *Control & Decision*, 2023, 38(2): 435 – 440. (雷城, 蓝益鹏, 徐泽来, 等. 一种新型复合滑模趋近律设计与分析. *控制与决策*, 2023, 38(2): 435 – 440.)
- [22] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions*

on Automatic Control, 1998, 43(5): 678 – 682.

作者简介:

刘旭 硕士研究生, 目前研究方向为事件驱动控制、滑模控制, E-mail: xul0423@126.com;

智亚丽 博士, 讲师, 目前研究方向为事件驱动、时滞系统、故障诊断等, E-mail: zhiyali87828@163.com;

张燕 硕士, 讲师, 目前研究方向为线性系统鲁棒控制等, E-mail: 06034@ahu.edu.cn;

孙先涛 博士, 副教授, 目前研究方向为视觉抓取、欠驱动机械手等, E-mail: xtsun@ahu.edu.cn;

陈文杰 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能机器人灵巧抓取、协作机器人共融操作、助力外骨骼及蛇形机器人等, E-mail: wjchen@ahu.edu.cn.