

# 带输入时滞的高速列车防滑控制

蔡亮成<sup>1†</sup>, 乐洋<sup>2</sup>, 黄德青<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学 电气工程学院, 四川 成都 610031; 2. 国网重庆市电力公司南川供电分公司, 重庆 408400)

**摘要:** 列车防滑控制通过调整蠕滑率确保行车安全. 现有列车防滑控制依赖车载传感器采集车速与轮速等状态信息. 因为列车通信网络能力限制, 存在实时运行数据与采集数据不匹配的输入时滞现象. 输入时滞影响防滑控制性能, 甚至导致防滑控制失效. 为解决上述问题, 本文建立了带输入时滞的列车黏着动力学模型, 分析不同运行阶段的列车黏着特性, 设计带输入时滞的列车运行全过程防滑控制方案. 首先, 利用线性化技术逼近上述动力学模型, 计算系统的输入时滞上界及其控制器参数; 然后, 根据输入时滞上界, 使用估计器设计时滞补偿的列车防滑控制器. 仿真实验表明: 现有防滑控制无法处理输入时滞的不良影响; 本文方法不仅解决输入时滞对列车防滑控制的不利影响, 还具有鲁棒性.

**关键词:** 输入时滞; 防滑控制; 线性化技术; 线性矩阵不等式

**引用格式:** 蔡亮成, 乐洋, 黄德青. 带输入时滞的高速列车防滑控制. 控制理论与应用, 2026, 43(3): 539 – 548

DOI: 10.7641/CTA.2025.30767

## Antiskid control of high-speed trains with input delay

CAI Liang-cheng<sup>1†</sup>, YUE Yang<sup>2</sup>, HUANG De-qing<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China;

2. Nanchuan Power Supply Branch, State Grid Chongqing Electric Power Company, Chongqing 408400, China)

**Abstract:** Antiskid control of high-speed trains (HST) guarantees the safe operation by the slip ratio adjustment. The available antiskid control of trains applies on-board sensors to collect train state information such as vehicle speed and wheel speed. Limited by the capability of train communication networks, there is input delay caused by the mismatches between the real-time operating data and the collected data. Namely, the input delay affects the performance of antiskid controllers, and even leads to the failure of antiskid control. To deal with the above problem, a train adhesion dynamics model with input delay is established to analyze the adhesion features of the train in different operation conditions and to design the antiskid scheme of HST with input delay in the whole operation. Firstly, the aforementioned system is approached by the linearization, and the upper bound of the input delay and the corresponding controller parameters of the above model are obtained; then, based on the upper bound of input delay, a predictor with time delay compensation is designed to guarantee the effectiveness of train antiskid control. Due to the simulations, the available antiskid control without considering input delay cannot work out the negative impact of input delay, the proposed antiskid control scheme not only handles the negative impact of input delay effectively, but also is robust.

**Key words:** input delay; antiskid control; linearization technology; linear matrix inequalities

**Citation:** CAI Liangcheng, YUE Yang, HUANG Deqing. Antiskid control of high-speed trains with input delay. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(3): 539 – 548

## 1 引言

列车行车安全与轮轨黏着有关<sup>[1]</sup>, 车轮打滑影响轮轨黏着状态, 破坏列车力学平衡, 危及行车安全. 通过调整列车牵引力/制动力, 维持轮轨有效黏着关系, 防止车轮打滑等不良工况<sup>[2-3]</sup>.

轮轨黏着是防止列车车轮滑动的关键因素<sup>[4-12]</sup>. 基于观测器方法, 文献[4]设计了高速列车自适应主动黏着控制算法, 能够估计列车黏着力和运行阻力, 从

而实现精准防滑控制. 基于梯度法和模糊PI理论, 文献[5]提出黏着转矩寻优控制方法, 确保轮轨间的高黏着性能. 文献[6]设计了高速列车的空间迭代学习黏着控制算法. 文献[7]设计了具有黏着估计能力的PI防滑控制器. 当列车快速加速或紧急制动时, 最大化利用黏着力是重要问题. 文献[8]的黏着力估计算法不仅确保最大黏着力利用, 也解决了黏着系统中非线性项不易有效获取的难题. 在复杂线路条件下, 观察器方法

收稿日期: 2023-11-27; 录用日期: 2025-01-10.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: caispss@163.com; Tel.: +86 15928433493.

本文责任编辑: 邹云.

国家自然科学基金项目(U21A20169)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (U21A20169).

可以解决最大黏着力估计与利用问题<sup>[9-10]</sup>. 为提高黏着利用率和处理列车参数时变问题, 改进型超扭转滑模算法<sup>[11]</sup>和自适应动态滑模防滑控制方法<sup>[12]</sup>分别得到研究.

上述成果[4-12]利用列车车载传感器采集的运行速度等状态数据设计防滑控制器. 数据传输需要协议处理和解析, 包括数据包的封装、解封和校验等过程, 这些处理都需要时间. 再者, 列车内部通信主要依靠列车通信网络, 它是包含通信速度为1 Mb/s的绞线式列车总线和通信速度为1.5 Mb/s的多功能车辆总线的双层通信总线. 绞线式列车总线和多功能车辆总线依靠网关链接. 列车通讯网络使用令牌通信方式. 多个控制单元和设备可能同时向总线申请通信令牌, 通信总线根据事件优先级确定令牌使用顺序, 导致信号传递存在等待时间. 列车通信网络物理结构及其传输方式产生车内通信网络时滞<sup>[13]</sup>. 此外, 车内设备与线路设备的数据交换也存在通信时滞<sup>[14-15]</sup>. 通信时滞使控制器使用的采集数据与列车实时状态信息不匹配, 产生输入时滞现象. 通过测量可知, 车地设备通信网络的通信时滞约为130毫秒<sup>[14-15]</sup>, 车内通信网络的通信时滞约为43微秒<sup>[13]</sup>. 针对车载传感器等设备产生的速度时滞现象, 自适应迭代学习控制等方法用于处理带速度时滞和车载执行器非线性工况的列车运行控制问题<sup>[16-18]</sup>. 此外, 高速列车系统的多个状态变量可能产生多个时滞现象, 鲁棒控制和迭代学习控制用于解决高速列车运行过程的多时滞问题<sup>[19-20]</sup>. 这些方法没有估计时滞上界, 更没有考虑时滞对防滑控制性能的影响<sup>[16-20]</sup>. 无时滞的列车防滑控制得到了深入研究<sup>[4-12]</sup>, 带输入时滞的列车防滑控制少有研究成果. 因此, 在时滞情况下, 分析列车轮轨黏着状态和设计列车防滑控制方案具有重要的现实意义.

基于列车动力学模型、轮轨黏着机理和列车通信原理, 本文建立了带输入时滞的列车黏着动力学模型. 通过估计列车输入时滞上界, 设计时滞补偿的列车防滑控制方法. 最后, 使用MATLAB验证本文方法的有效性和优势. 综上, 本文创新点如下:

1) 针对牵引工况的带输入时滞的列车黏着动力学模型, 采用线性化技术逼近该模型, 使用线性矩阵不等式估计列车运行过程的输入时滞上界.

2) 基于输入时滞上界, 采用预测器设计时滞补偿的列车防滑控制器, 确保列车运行过程的蠕滑率有效跟踪期望蠕滑率.

符号说明: 上标“-1”和“T”分别代表矩阵的逆和转置, \*表示对称矩阵的对称部分,  $\text{diag}(T)$ 表示以 $T$ 为对角元素的适当维数的对角矩阵.

**引理 1**<sup>[21]</sup> 考虑如下带输入时滞的非线性系统:

$$\dot{X}(t) = f(X(t), U(t-h)), \quad (1)$$

其中:  $t \geq 0$ ,  $X(t) \in \mathbb{R}^n$ 是状态变量,  $U(t-h)$ 是控制输入,  $h$ 是输入时滞, 则有如下预测器成立:

$$X(t+h) = X(t) + \int_{t-h}^t f(X(s+h), U(s))ds, \quad (2)$$

$$t \geq 0,$$

具有初值

$$X(\theta+h) = X(0) + \int_{-h}^{\theta} f(X(\sigma+h), U(\sigma))d\sigma, \quad (3)$$

$$-h \leq \theta \leq 0.$$

## 2 带输入时滞的列车黏着动力学模型建模

列车轮轨的蠕变现象由蠕滑率表达式(4)描述<sup>[6]</sup>:

$$\lambda(t) = \frac{v_{\omega}(t) - v(t)}{\max\{v_{\omega}(t), v(t)\}}, \quad (4)$$

其中:  $v(t)$ 表示车速;  $v_{\omega}(t)$ 是轮周切向速度, 即

$$v_{\omega}(t) = \omega(t)r, \quad (5)$$

$\omega(t)$ 和 $r$ 分别是车轮角速度和车轮半径. 蠕滑率影响黏着系数和黏着力大小. 本文暂不考虑周边温湿度和轮轨光洁层度等因素对轮轨粘附的影响, 为此, 不同铁路条件下的黏着系数近似计算公式为<sup>[6]</sup>

$$\mu(\lambda(t)) = \begin{cases} a(1 - e^{-b\lambda(t)}) - \frac{\lambda(t)}{c}, & \lambda(t) \geq 0, \\ -a(1 - e^{b\lambda(t)}) - \frac{\lambda(t)}{c}, & \lambda(t) < 0, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\lambda(t) \geq 0$ 和 $\lambda(t) < 0$ 分别对应列车牵引和制动工况.  $a, b, c$ 的典型数值如表1所示<sup>[6]</sup>.

表1 黏着系数曲线参数值

Table 1 Adhesion coefficient curve parameters

轨道条件	$a$	$b$	$c$
干燥轨面	0.3315	40.19	5.392
潮湿轨面	0.2478	22.87	5.396

根据铁轨表面情况, 结合式(6)得到图1的黏着系数特性曲线. 图1左右半平面分别对应列车制动和牵引工况. 最优蠕滑率 $\pm\lambda_{\text{opt}}$ 是将平面划分为蠕滑区和滑移区的边界条件. 在蠕滑区内, 黏着系数随着蠕滑率的增大而增大, 直至峰值 $\lambda_{\text{opt}}$ . 当蠕滑率超过 $\lambda_{\text{opt}}$ , 黏着系数随着蠕滑率增大而急剧减小. 黏着系数数值进入滑移区, 车辆存在打滑或空转特性. 防滑控制确保蠕滑率位于蠕滑区, 避免出现危害行车安全的空转或打滑现象.

基于(6)式和列车1/4模型, 结合列车通信系统的输入时滞, 建立带输入时滞的列车黏着动力学模型

$$\begin{cases} m\dot{v}(t) = \mu(\lambda(t))mg - f_r(v(t)), \\ J\dot{\omega}(t) = u(t-h) - \mu(\lambda(t))mgr - \zeta\omega(t), \end{cases} \quad (7)$$

未知的输入时滞 $h$ 满足如下条件:

$$0 \leq h \leq h_m, \quad (8)$$

其中:  $m$ 是列车质量,  $g$ 是重力加速度,  $J$ 是转动惯量,  $u(t-h)$ 是控制输入,  $r$ 是车轮半径,  $\zeta$ 是黏滞摩擦系数,  $h_m$ 是时滞上界, 运行阻力 $f_r(v(t))$ 如下<sup>[12]</sup>:

$$f_r(v(t)) = c_0 + c_1v(t) + c_2v(t)^2, \quad (9)$$

其中 $c_0, c_1$ 和 $c_2$ 是阻力系数.

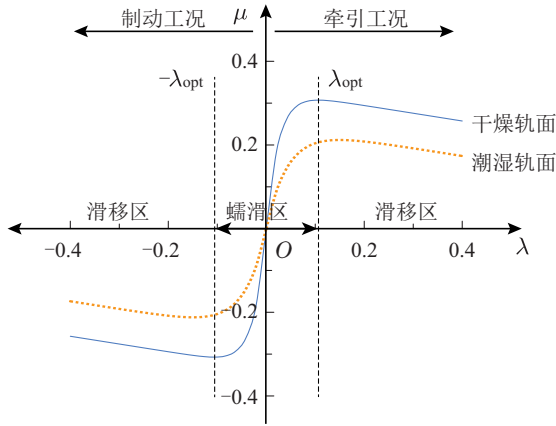


图1 不同轨道条件下黏着系数随蠕滑率变化的特性曲线  
Fig. 1 Characteristic curves of adhesion coefficient with creep rate under different orbital conditions

在列车牵引工况, 对应 $v_w(t) > v(t)$ , 对蠕滑率 $\lambda(t) = (v_w(t) - v(t))/v_w(t)$ 求导, 则有

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{1}{v_w(t)}\dot{v}(t) + \frac{v(t)}{v_w^2(t)}\dot{v}_w(t), \quad (10)$$

将式(4)–(5)代入式(10)得

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{\lambda(t) - 1}{v(t)}\dot{v}(t) + \frac{(1 - \lambda(t))^2 r}{v(t)}\dot{\omega}(t). \quad (11)$$

基于式(11)和输入时滞定义, 得到带输入时滞的列车牵引黏着动力学模型

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = y_1(v(t), \lambda(t)), \\ \dot{\lambda}(t) = y_2(v(t), \lambda(t)) + y_3(v(t), \lambda(t))u(t-h), \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$\begin{cases} y_1(v(t), \lambda(t)) = \mu(\lambda(t))g - \frac{f_r(v(t))}{m}, \\ y_2(v(t), \lambda(t)) = \frac{\mu(\lambda(t))(\lambda(t) - 1)g}{v(t)} - \frac{\zeta(1 - \lambda(t))}{J} - \frac{(\lambda(t) - 1)f_r(v(t))}{mv(t)} - \frac{(1 - \lambda(t))^2 \mu(\lambda(t))mgr^2}{Jv(t)}, \\ y_3(v(t), \lambda(t)) = \frac{(1 - \lambda(t))^2 r}{Jv(t)}. \end{cases} \quad (13)$$

类似地, 在列车制动阶段,  $v_w(t) < v(t)$ , 此时蠕滑率为 $\lambda(t) = (v_w(t) - v(t))/v(t)$ , 同样有

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{1 + \lambda(t)}{v(t)}\dot{v}(t) + \frac{r}{v(t)}\dot{\omega}(t). \quad (14)$$

由此, 带输入时滞的列车制动黏着动力学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = z_1(v(t), \lambda(t)), \\ \dot{\lambda}(t) = z_2(v(t), \lambda(t)) + z_3(v(t), \lambda(t))u(t-h), \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{cases} z_1(v(t), \lambda(t)) = \mu(\lambda(t))g - \frac{f_r(v(t))}{m}, \\ z_2(v(t), \lambda(t)) = -\frac{\mu(\lambda(t))(\lambda(t) + 1)g}{v(t)} - \frac{\zeta(1 + \lambda(t))}{J} + \frac{(\lambda(t) + 1)f_r(v(t))}{mv(t)} - \frac{\mu(\lambda(t))mgr^2}{Jv(t)}, \\ z_3(v(t), \lambda(t)) = \frac{r}{Jv(t)}. \end{cases} \quad (16)$$

针对系统(12)和(15)的输入时滞影响, 考虑如下假设:

**假设 1** 在巡航阶段, 列车运行是牵引工况.

**注 1** 巡航阶段是列车常见运行阶段, 为保持巡航速度, 需要列车牵引力克服运行阻力, 所以假设1成立.

**假设 2** 期望蠕滑速度 $v_s^*(t)$ 是关于列车实时运行速度 $v(t)$ 的光滑可微有界函数.

### 3 时滞补偿的列车防滑控制器设计

本节详细介绍列车模型(12)或(15)的时滞补偿防滑控制算法.

#### 3.1 列车巡航阶段的时滞补偿防滑控制器设计

列车模型(12)的平衡点 $(v_d, \lambda_d)$ 是常数, 它们提供了线性化技术的可行性. 根据假设1, 在上述平衡点邻域内, 系统(12)的线性化结果如下:

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = a_1(v_d, \lambda_d)v(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda(t) + a_3(v_d, \lambda_d), \\ \dot{\lambda}(t) = b_1(v_d, \lambda_d)v(t) + b_2(v_d, \lambda_d)\lambda(t) + b_3(v_d, \lambda_d) + (b_4(v_d, \lambda_d)v(t) + b_5(v_d, \lambda_d)\lambda(t) + b_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(t-h), \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $u_{cr}(t-h)$ 表示巡航阶段控制器,

$$\begin{aligned} a_1(v_d, \lambda_d) &= \left. \frac{\partial y_1(v, \lambda)}{\partial v} \right|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ a_2(v_d, \lambda_d) &= \left. \frac{\partial y_1(v, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ a_3(v_d, \lambda_d) &= y_1(v_d, \lambda_d) - v_d \cdot a_1(v_d, \lambda_d) - \lambda_d \cdot a_2(v_d, \lambda_d), \\ b_1(v_d, \lambda_d) &= \left. \frac{\partial y_2(v, \lambda)}{\partial v} \right|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ b_2(v_d, \lambda_d) &= \left. \frac{\partial y_2(v, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ b_3(v_d, \lambda_d) &= y_2(v_d, \lambda_d) - v_d \cdot b_1(v_d, \lambda_d) - \lambda_d \cdot b_2(v_d, \lambda_d), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4(v_d, \lambda_d) &= \frac{\partial y_3(v, \lambda)}{\partial v} \Big|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ b_5(v_d, \lambda_d) &= \frac{\partial y_3(v, \lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{(v_d, \lambda_d)}, \\ b_6(v_d, \lambda_d) &= y_3(v_d, \lambda_d) - v_d \cdot b_4(v_d, \lambda_d) - \\ &\quad \lambda_d \cdot b_5(v_d, \lambda_d). \end{aligned} \quad (18)$$

**注2** 非线性系统(12)的线性化思路与非线性函数的线性化思路类似。在平衡点小邻域内,非线性函数近似为只包含常数项和一次项的泰勒展式。因为点 $(v_d, \lambda_d)$ 是系统(12)的期望平衡点,定义如下误差变量:

$$\begin{cases} v_e(t) = v(t) - v_d, \\ \lambda_e(t) = \lambda(t) - \lambda_d, \end{cases} \quad (19)$$

然后,  $y_1(v(t), \lambda(t))$ 的泰勒展式如下:

$$\begin{aligned} y_1(v(t), \lambda(t)) &= \\ & y_1(v_d, \lambda_d) + v_e(t) \frac{\partial y_1(v, \lambda)}{\partial v} \Big|_{(v_d, \lambda_d)} + \\ & \lambda_e(t) \frac{\partial y_1(v, \lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{(v_d, \lambda_d)} + \frac{1}{2!} v_e(t) \frac{\partial^2 y_1(v, \lambda)}{\partial v^2} \Big|_{(v_d, \lambda_d)} + \\ & \frac{1}{2!} (\lambda_e(t))^2 \frac{\partial^2 y_1(v, \lambda)}{\partial \lambda^2} \Big|_{(v_d, \lambda_d)} + \\ & \frac{1}{2!} v_e(t) \lambda_e(t) \frac{\partial^2 y_1(v, \lambda)}{\partial v \partial \lambda} \Big|_{(v_d, \lambda_d)} + \\ & \frac{1}{2!} v_e(t) \lambda_e(t) \frac{\partial^2 y_1(v, \lambda)}{\partial \lambda \partial v} \Big|_{(v_d, \lambda_d)}. \end{aligned} \quad (20)$$

将式(18)的 $a_1(v_d, \lambda_d), \dots, a_3(v_d, \lambda_d)$ 代入式(20),得到

$$y_1(v(t), \lambda(t)) = a_1(v_d, \lambda_d)v(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda(t) + a_3(v_d, \lambda_d). \quad (21)$$

同理,不再赘述 $y_2(v(t), \lambda(t))$ 和 $y_3(v(t), \lambda(t))$ 的线性化结果。综上,得到系统(17)。

将式(19)代入系统(17),得到误差动态方程

$$\begin{cases} \dot{v}_e(t) = a_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ \quad a_1(v_d, \lambda_d)v_d + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_d + a_3(v_d, \lambda_d), \\ \dot{\lambda}_e(t) = d_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ \quad d_3(v_d, \lambda_d) + (d_4(v_d, \lambda_d)v_e(t) + \\ \quad d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + d_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(t-h), \end{cases} \quad (22)$$

其中:

$$\begin{cases} d_1(v_d, \lambda_d) = b_1(v_d, \lambda_d), \quad d_2(v_d, \lambda_d) = b_2(v_d, \lambda_d), \\ d_3(v_d, \lambda_d) = b_1(v_d, \lambda_d)v_d + b_2(v_d, \lambda_d)\lambda_d + \\ \quad b_3(v_d, \lambda_d), \\ d_4(v_d, \lambda_d) = b_4(v_d, \lambda_d), \quad d_5(v_d, \lambda_d) = b_5(v_d, \lambda_d), \\ d_6(v_d, \lambda_d) = b_4(v_d, \lambda_d)v_d + b_5(v_d, \lambda_d)\lambda_d + \\ \quad b_6(v_d, \lambda_d). \end{cases} \quad (23)$$

根据式(18)的参数 $a_1(v_d, \lambda_d), \dots, a_3(v_d, \lambda_d)$ ,有

$$\begin{aligned} a_1(v_d, \lambda_d)v_d + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_d + a_3(v_d, \lambda_d) = \\ y_1(v_d, \lambda_d). \end{aligned} \quad (24)$$

列车巡航速度为常数,即有 $y_1(v_d, \lambda_d) = \dot{v}_d = 0$ ,从而获得如下结果:

$$a_1(v_d, \lambda_d)v_d + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_d + a_3(v_d, \lambda_d) = 0. \quad (25)$$

此时,系统(22)可简化为

$$\begin{cases} \dot{v}_e(t) = a_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t), \\ \dot{\lambda}_e(t) = d_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ \quad d_3(v_d, \lambda_d) + (d_4(v_d, \lambda_d)v_e(t) + \\ \quad d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + d_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(t-h). \end{cases} \quad (26)$$

紧接着,设计控制器 $u_{cr}(t-h)$ ,使得误差系统(26)收敛至零。首先,设计巡航阶段虚拟控制器

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{cr}(t-h) &= \\ & (d_4(v_d, \lambda_d)v_e(t) + d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ & d_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(t-h) + d_3(v_d, \lambda_d), \end{aligned} \quad (27)$$

将式(27)代入系统(26)可得

$$\begin{cases} \dot{v}_e(t) = a_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t), \\ \dot{\lambda}_e(t) = d_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ \quad \tilde{u}_{cr}(t-h). \end{cases} \quad (28)$$

然后,设计无记忆状态反馈控制器

$$\tilde{u}_{cr}(t) = KE(t), \quad (29)$$

其中:  $K = [k_1 \ k_2]$ ,  $E(t) = [v_e(t) \ \lambda_e(t)]^T$ 。将控制器(29)代入系统(28),得到

$$\begin{cases} \dot{v}_e(t) = a_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t), \\ \dot{\lambda}_e(t) = d_1(v_d, \lambda_d)v_e(t) + d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t) + \\ \quad KE(t-h), \end{cases} \quad (30)$$

系统(30)记为如下列车巡航阶段误差动态方程:

$$\dot{E}(t) = AE(t) + B\tilde{u}_{cr}(t-h), \quad (31)$$

其中:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} a_1(v_d, \lambda_d) & a_2(v_d, \lambda_d) \\ d_1(v_d, \lambda_d) & d_2(v_d, \lambda_d) \end{bmatrix}, \\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{u}_{cr}(t-h) = KE(t-h), \end{cases} \quad (32)$$

因为式(31)是巡航阶段列车模型(12)的误差系统,如果它在原点渐近稳定,系统(12)关于期望速度和蠕滑率完成跟踪。由此,得到如下结果。

**定理1** 如果存在满足时滞约束(8)中的上界 $h_m > 0$ ,适当维数的对称正定矩阵 $L$ 和 $R$ ,非负定矩阵 $W$ 和矩阵 $V$ ,对称矩阵 $Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ * & Y_{22} \end{bmatrix} \geq 0$ 以及矩阵 $M_1, M_2$ ,使得如下矩阵不等式成立:

$$A = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & h_m LA^T \\ * & \Pi_{22} & h_m V^T B^T \\ * & * & -h_m R \end{bmatrix} < 0, \quad (33)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & M_1 \\ * & Y_{22} & M_2 \\ * & * & LR^{-1}L \end{bmatrix} \geq 0, \quad (34)$$

其中:

$$\begin{cases} \Pi_{11} = AL + LA^T + M_1 + M_1^T + W + h_m Y_{11}, \\ \Pi_{12} = BV - M_1 + M_2^T + h_m Y_{12}, \\ \Pi_{22} = -M_2 - M_2^T - W + h_m Y_{22}, \end{cases} \quad (35)$$

则控制器 (29) 使系统 (31) 渐近稳定, 列车实时速度和蠕滑率分别跟踪期望速度和期望蠕滑率.

证 将  $\tilde{u}_{cr}(t-h) = KE(t-h)$  代入式(31)得到

$$\dot{E}(t) = AE(t) + BKE(t-h), \quad (36)$$

构造如下李雅普诺夫泛函:

$$V_{cr}(E_t) = V_1 + V_2 + V_3, \quad (37)$$

其中:

$$\begin{cases} V_1 = E^T(t)L^{-1}E(t), \\ V_2 = \int_{t-h}^t E^T(s)L^{-1}WL^{-1}E(s)ds, \\ V_3 = \int_{-h_m}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{E}^T(s)R^{-1}\dot{E}(s)d\theta ds. \end{cases} \quad (38)$$

根据系统(36), 计算泛函(37)的导数得

$$\dot{V}_{cr}(E_t) = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \leq \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_4, \quad (39)$$

其中:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = E^T(t) [L^{-1}A + A^T L^{-1}] E(t) + 2E^T(t)L^{-1}BKE(t-h), \\ \dot{V}_2 = E^T(t)L^{-1}WL^{-1}E(t) - E^T(t-h)L^{-1}WL^{-1}E(t-h), \\ \dot{V}_3 = h_m \dot{E}^T(t)R^{-1}\dot{E}(t) - \int_{t-h_m}^t \dot{E}^T(s)R^{-1}\dot{E}(s)ds \leq \dot{V}_4, \\ \dot{V}_4 = h_m \dot{E}^T(t)R^{-1}\dot{E}(t) - \int_{t-h}^t \dot{E}^T(s)R^{-1}\dot{E}(s)ds. \end{cases} \quad (40)$$

使用牛顿-莱布尼兹公式<sup>[22]</sup>, 有

$$E(t-h) = E(t) - \int_{t-h}^t \dot{E}(s)ds, \quad (41)$$

$$2[E^T(t)L^{-1}M_1L^{-1} + E^T(t-h)L^{-1}M_2L^{-1}] \times [E(t) - \int_{t-h}^t \dot{E}(s)ds - E(t-h)] = 0. \quad (42)$$

根据合同变换, 对称矩阵  $Y$  有如下表达式:

$$h_m \eta_1^T(t) \text{diag}(L^{-1}) Y \text{diag}(L^{-1}) \eta_1(t) - \int_{t-h}^t \eta_1^T(t) \text{diag}(L^{-1}) Y \text{diag}(L^{-1}) \eta_1(t) ds \geq 0, \quad (43)$$

其中  $\eta_1(t) = [E^T(t) \ E^T(t-h)]^T$ .

利用式(42)-(43), 式(39)可变换为

$$\dot{V}_{cr}(E_t) \leq \eta_1^T(t) \Xi \eta_1(t) - \int_{t-h}^t \eta_2^T(t,s) \Phi \eta_2(t,s) ds, \quad (44)$$

这里

$$\begin{cases} \eta_2(t,s) = [E^T(t) \ E^T(t-h) \ \dot{E}^T(s)]^T, \\ \Xi = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} + h_m A^T R^{-1} A & \Sigma_{12} + h_m A^T R^{-1} B K \\ * & \Sigma_{22} + h_m (B K)^T R^{-1} B K \end{bmatrix}, \\ \Sigma_{11} = L^{-1} A + A^T L^{-1} + L^{-1} M_1 L^{-1} + L^{-1} M_1^T L^{-1} + L^{-1} W L^{-1} + h_m L^{-1} Y_{11} L^{-1}, \\ \Sigma_{12} = L^{-1} B K - L^{-1} M_1 L^{-1} + L^{-1} M_2^T L^{-1} + h_m L^{-1} Y_{12} L^{-1}, \\ \Sigma_{22} = -L^{-1} M_2 L^{-1} - L^{-1} M_2^T L^{-1} - L^{-1} W L^{-1} + h_m L^{-1} Y_{22} L^{-1}, \\ \Phi = \begin{bmatrix} L^{-1} Y_{11} L^{-1} & L^{-1} Y_{12} L^{-1} & L^{-1} M_1 L^{-1} \\ * & L^{-1} Y_{22} L^{-1} & L^{-1} M_2 L^{-1} \\ * & * & R^{-1} \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (45)$$

如果  $\Xi < 0$  且  $\Phi \geq 0$ , 那么对于  $\varepsilon > 0$ , 有

$$\dot{V}_{cr}(E_t) < -\varepsilon \|E(t)\|^2, \quad (46)$$

这样就保证了系统(36)的渐近稳定性. 为此, 定义如下矩阵变化:

$$V = KL, \quad (47)$$

对  $\Xi$  左乘右乘  $\text{diag}(L)$  和使用变化(47), 得到

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Pi_{11} + X_{11} & \Pi_{12} + X_{12} \\ * & \Pi_{22} + X_{22} \end{bmatrix}, \quad (48)$$

其中:

$$\begin{cases} \Pi_{11} = L \Sigma_{11} L, \ X_{11} = h_m L A^T R^{-1} A L, \\ \Pi_{12} = L \Sigma_{12} L, \ X_{12} = h_m L A^T R^{-1} B V, \\ \Pi_{22} = L \Sigma_{22} L, \ X_{13} = h_m^T (B V) R^{-1} B V, \end{cases} \quad (49)$$

应用Schur补<sup>[22]</sup>, 式(50)与  $\Theta < 0$  等价.

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & h_m L A^T R^{-1} \\ * & \Pi_{22} & h_m V^T B^T R^{-1} \\ * & * & -h_m R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (50)$$

对  $\Gamma$  进行合同变换, 得到如下矩阵:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & h_m L A^T \\ * & \Pi_{22} & h_m V^T B^T \\ * & * & -h_m R \end{bmatrix}, \quad (51)$$

$\Lambda < 0$  也就是式 (33) 成立. 同样地,  $\Phi$  左乘右乘  $\text{diag}(L)$ , 得到

$$\Psi = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & M_1 \\ * & Y_{22} & M_2 \\ * & * & LR^{-1}L \end{bmatrix}, \quad (52)$$

如果  $\Xi < 0$  且  $\Phi \geq 0$ , 等价于式(33)–(34)成立, 从而系统(36)渐近稳定, 实现了巡航阶段列车状态对期望速度和期望蠕滑率的跟踪. 证毕.

**注 3** 式(33)–(34)是非线性矩阵不等式, 需要转化为线性矩阵不等式. 令  $R = \varepsilon L$ , 代入式(33)–(34)有

$$A = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & h_m LA^T \\ * & \Pi_{22} & h_m V^T B^T \\ * & * & -h_m \varepsilon L \end{bmatrix} < 0, \quad (53)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & M_1 \\ * & Y_{22} & M_2 \\ * & * & \varepsilon^{-1}L \end{bmatrix} \geq 0, \quad (54)$$

将式(53)左乘右乘  $\text{diag}\{I \ I \ h_m\}$ , 可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{11} & \bar{\Pi}_{12} & LA^T \\ * & \bar{\Pi}_{22} & V^T B^T \\ * & * & -\varepsilon L \end{bmatrix} + h_m \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & 0 \\ * & Y_{22} & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} < 0, \quad (55)$$

其中:

$$\begin{cases} \iota = 1/h_m, \\ \bar{\Pi}_{11} = AL + LA^T + M_1 + M_1^T + W, \\ \bar{\Pi}_{12} = BV - M_1 + M_2^T, \\ \bar{\Pi}_{22} = -M_2 - M_2^T - W. \end{cases} \quad (56)$$

特别地, 将  $Y_{12} = 0$  代入式(55)得到

$$\begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{11} & \bar{\Pi}_{12} & LA^T & Y_{11} & 0 \\ * & \bar{\Pi}_{22} & V^T B^T & 0 & Y_{22} \\ * & * & -\varepsilon L & 0 & 0 \\ * & * & * & -\iota Y_{11} & 0 \\ * & * & * & * & -\iota Y_{22} \end{bmatrix} < 0. \quad (57)$$

为了求解时滞上界  $h_m$ , 即最小的  $\iota$ , 引入满足如下条件的  $2 \times 2$  矩阵  $Y_i = Y_i^T \geq 0, i = 1, 2, 3$ ,

$$\begin{bmatrix} Y_1 & 0 & 0 \\ * & Y_2 & 0 \\ * & * & Y_3 \end{bmatrix} < \iota \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ * & Y_{11} & 0 \\ * & * & Y_{22} \end{bmatrix}. \quad (58)$$

将式(58)代入式(57)得

$$\begin{bmatrix} \bar{\Pi}_{11} & \bar{\Pi}_{12} & LA^T & Y_{11} & 0 \\ * & \bar{\Pi}_{22} & V^T B^T & 0 & Y_{22} \\ * & * & -\varepsilon Y_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Y_2 & 0 \\ * & * & * & * & -Y_3 \end{bmatrix} < 0. \quad (59)$$

此时, 时滞上界  $h_m$  及其相应控制器反馈矩阵  $K$  的求解问题转化为如下优化问题:

$$\min_{L, V, W, M_i, Y_i, Y_{11}, Y_{22}} \iota \quad \text{s.t. 式 (54) (58)–(59)}. \quad (60)$$

给定标量  $\varepsilon$ , 求解式 (60) 获得满足约束的最小  $\iota$ , 最终利用  $h_m = 1/\iota$  求出时滞上界和反馈增益  $K = VL^{-1}$ . 本文以式 (60) 获得的时滞上界  $h_m$  作为列车运行过程的输入时滞上界, 即取  $h = h_m$ .

最后, 根据式(27)和虚拟控制器(29), 得到巡航阶段具有时滞补偿功能的防滑控制器

$$u_{cr}(t) = \frac{-d_3(v_d, \lambda_d) + KE(t)}{d_4(v_d, \lambda_d)v_e(t+h) + d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(t+h) + d_6(v_d, \lambda_d)}. \quad (61)$$

根据引理1的预测器和系统(26)得到误差变量预测值

$$\begin{cases} v_e(t+h) = \\ v_e(t) + \int_{t-h}^t [a_1(v_d, \lambda_d)v_e(s+h) + \\ a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(s+h)]ds, \\ \lambda_e(t+h) = \\ \lambda_e(t) + \int_{t-h}^t [d_1(v_d, \lambda_d)v_e(s+h) + \\ d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(s+h) + d_3(v_d, \lambda_d) + \\ (d_4(v_d, \lambda_d)v_e(s+h) + d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(s+h) + \\ d_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(s)]ds, \quad t \geq 0, \end{cases} \quad (62)$$

具有初值

$$\begin{cases} v_e(\theta+h) = \\ v_e(0) + \int_{-h}^{\theta} [a_1(v_d, \lambda_d)v_e(\sigma+h) + \\ a_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(\sigma+h)]d\sigma, \\ \lambda_e(\theta+h) = \\ \lambda_e(0) + \int_{-h}^{\theta} [d_1(v_d, \lambda_d)v_e(\sigma+h) + \\ d_2(v_d, \lambda_d)\lambda_e(\sigma+h) + d_3(v_d, \lambda_d) + \\ (d_4(v_d, \lambda_d)v_e(\sigma+h) + d_5(v_d, \lambda_d)\lambda_e(\sigma+h) + \\ d_6(v_d, \lambda_d))u_{cr}(\sigma)]d\sigma, \quad -h \leq \theta \leq 0. \end{cases} \quad (63)$$

### 3.2 列车加速阶段的时滞补偿防滑控制器设计

在牵引加速阶段, 本文以最优蠕滑率  $\lambda_{opt}$  为跟踪目标, 设计如下防滑控制器:

$$u_{ac}(t) = \frac{-y_2(v(t+h), \lambda(t+h)) - k_{ac} \cdot (\lambda(t+h) - \lambda_{opt})}{y_3(v(t+h), \lambda(t+h))}, \quad (64)$$

其中  $k_{ac} > 0$ . 通过引理1的预测器和系统(12)获得状态变量预测值

$$\begin{cases} v(t+h) = v(t) + \int_{t-h}^t y_1(v(s+h), \lambda(s+h))ds, \\ \lambda(t+h) = \lambda(t) + \int_{t-h}^t (y_2(v(s+h), \lambda(s+h)) + \\ y_3(v(s+h), \lambda(s+h))u_{ac}(s))ds, \\ t \geq 0. \end{cases} \quad (65)$$

具有初值

$$\begin{cases} v(\theta+h) = v(0) + \int_{-h}^{\theta} y_1(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h))d\sigma, \\ \lambda(\theta+h) = \lambda(0) + \int_{-h}^{\theta} (y_2(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h)) + y_3(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h))u_{ac}(\sigma))d\sigma, \\ -h \leq \theta \leq 0. \end{cases} \quad (66)$$

**定理2** 针对带输入时滞的列车牵引黏着动力学模型(12), 设计时滞补偿的牵引控制器(64), 存在参数  $k_{ac} > 0$ , 使得跟踪误差  $\bar{\lambda}_e(t) = \lambda(t) - \lambda_{opt}$  收敛为零, 确保列车加速阶段的最优蠕滑率跟踪和最大黏着力利用。

**证** 考虑李雅普诺夫函数  $V_{ac} = \frac{1}{2}\bar{\lambda}_e^2(t)$ . 沿系统(12), 对  $V_{ac}$  求导为

$$\dot{V}_{ac} = \bar{\lambda}_e(t)[y_2(v(t), \lambda(t)) + y_3(v(t), \lambda(t))u_{ac}(t-h)], \quad (67)$$

将控制器(64)代入式(67), 可得

$$\dot{V}_{ac} = -k_{ac}\bar{\lambda}_e^2(t) \leq 0, \quad (68)$$

当  $t \rightarrow \infty$  时,  $\bar{\lambda}_e(t) \rightarrow 0$ . 证毕。

### 3.3 列车制动阶段的时滞补偿防滑控制器设计

为避免车体速度和车轮角速度接近零导致的抖动现象, 本文选择蠕滑速度代替蠕滑率来表述蠕滑, 列车制动的时滞补偿防滑控制器为

$$\begin{aligned} u_{de}(t) = & \{[-k_{de}(v(t+h)\lambda(t+h) - v_s^*(t+h)) + \\ & z_1(v(t+h), \lambda(t+h)) + \dot{v}_s^*(t+h)]/v(t+h) - \\ & \frac{1 + \lambda(t+h)}{v(t+h)} \cdot z_1(v(t+h), \lambda(t+h)) - \\ & z_2(v(t+h), \lambda(t+h))\}/z_3(v(t+h), \lambda(t+h)), \end{aligned} \quad (69)$$

其中:  $k_{de} > 0$ , 目标蠕滑速度  $v_s^*(t+h)$  是  $v(t+h)$  的函数,  $v(t+h)$  和  $\lambda(t+h)$  都可通过预测器得到。

同样地, 取输入时滞  $h = h_m$ , 利用引理1的预测器, 获得系统(15)的状态变量预测值

$$\begin{cases} v(t+h) = v(t) + \int_{t-h}^t z_1(v(s+h), \lambda(s+h))ds, \\ \lambda(t+h) = \lambda(t) + \int_{t-h}^t (z_2(v(s+h), \lambda(s+h)) + z_3(v(s+h), \lambda(s+h)) \cdot u_{de}(s))ds, \\ t \geq 0, \end{cases} \quad (70)$$

具有初值

$$\begin{cases} v(\theta+h) = v(0) + \int_{-h}^{\theta} z_1(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h))d\sigma, \\ \lambda(\theta+h) = \lambda(0) + \int_{-h}^{\theta} (z_2(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h)) + z_3(v(\sigma+h), \lambda(\sigma+h)) \cdot u_{de}(\sigma))d\sigma, \\ -h \leq \theta \leq 0. \end{cases} \quad (71)$$

**定理3** 针对带输入时滞的列车制动黏着动力学模型(15), 设计时滞补偿的制动控制器(69), 存在参数  $k_{de} > 0$ , 使跟踪误差  $e_{vs}(t) = v_s(t) - v_s^*(t)$  收敛为零, 实现对目标蠕滑速度的跟踪。

**证** 考虑李雅普诺夫函数  $V_{de} = \frac{1}{2}e_{vs}^2(t)$ , 对  $V_{de}$  求导为

$$\dot{V}_{de} = e_{vs}(t) [\dot{\omega}(t)r - \dot{v}(t) - \dot{v}_s^*(t)], \quad (72)$$

当列车制动运行时, 根据式(14)可得

$$\dot{\omega}(t) = [\dot{\lambda}(t) + \frac{1 + \lambda(t)}{v(t)}\dot{v}(t)]\frac{v(t)}{r}, \quad (73)$$

将式(73)代入式(72)可得

$$\dot{V}_{de} = e_{vs}(t) [(\dot{\lambda}(t) + \frac{1 + \lambda(t)}{v(t)}\dot{v}(t))v(t) - \dot{v}(t) - \dot{v}_s^*(t)]. \quad (74)$$

由系统(15)和控制器(69)得  $\dot{V}_{de} \leq 0$ . 证毕。

综上, 时滞补偿的列车防滑控制器设计如下:

$$u(t) = \begin{cases} u_{cr}(t), \\ u_{ac}(t), \\ u_{de}(t), \end{cases} \quad (75)$$

其中:  $u_{cr}(t)$ ,  $u_{ac}(t)$  和  $u_{de}(t)$  分别是式(61)(64)(69)定义的列车巡航、牵引加速和制动阶段的控制器。

图2描述了防滑控制器(75)的工作机理。在加速阶段, 列车采用防滑控制器(75)的  $u_{ac}(t)$  部分(式(64)). 在巡航阶段, 列车采用防滑控制器(75)的  $u_{cr}(t)$  部分(式(61)). 在制动阶段, 列车采用防滑控制器(75)的  $u_{de}(t)$  部分(式(69)).

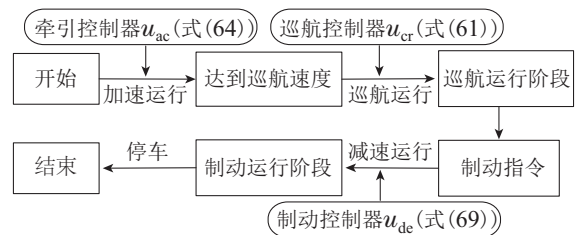


图2 带输入时滞的高速列车防滑控制示意图

Fig. 2 Antiskid control for high-speed train with input delay

## 4 仿真验证与分析

本文使用MATLAB软件验证时滞补偿的列车防滑控制策略(75)的有效性, 车辆参数设置如表2<sup>[12]</sup>.

表2 仿真参数设置  
Table 2 Simulation parameters

参数	符号	值
转动惯量	$J$	80 kg·m <sup>2</sup>
轮径	$r$	0.445 m
质量	$m$	12 000 kg
黏滞摩擦系数	$\zeta$	0.01 N·m·s/rad
机械阻力系数	$c_0$	180.9 N
机械阻力系数	$c_1$	112.2 N·s/m
空气阻力系数	$c_2$	2.6 N·s <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>
最优蠕滑率	$\lambda_{opt}$	0.106

在干燥轨面条件下,对黏着系数(6)求最值,得到最优蠕滑率 $\lambda_{opt} = 0.106$ .列车初始状态分别为 $v(0) = 3 \text{ m/s}$ ,  $\lambda(0) = 0.001$ ,  $u(\theta) = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,  $\theta \in [-h, 0]$ ,列车期望巡航速度 $v_d = 70 \text{ m/s}$ .当列车加速到期望巡航速度时,基于式(25),得到巡航阶段期望蠕滑率 $\lambda_d$ 为0.0195.因为 $\lambda_d < \lambda_{opt}$ ,可以确保列车防滑控制.在列车制动过程,该阶段的期望蠕滑速度为

$$v_s^*(t) = \begin{cases} \max\{-0.15, [0.06 - 0.08(t - 300)] \times \\ \lambda_{allow} \sqrt{v^2(t) + 1}\}, & \omega > 3 \text{ rad/s}, \\ 0, & \omega \leq 3 \text{ rad/s}, \end{cases} \quad (76)$$

其中 $\lambda_{allow}$ 一般为0.07.

#### 4.1 巡航阶段牵引控制器求解

根据列车仿真参数和巡航期望值,基于式(60),使用LMI工具箱,运算结果如表3所示.

表3 式(60)运算结果  
Table 3 The results of Eq. (60)

$h_m/s$	反馈增益 $K$	$\epsilon$
0.043 3	[-0.004 9 10.508 0]	0.35
0.038 7	[-0.005 2 11.283 3]	0.3
0.034 0	[-0.005 7 12.161 8]	0.25
0.025 5	[-0.006 5 13.910 4]	0.2
0.017 9	[-0.007 3 15.761 9]	0.1

在理论上,结合式(60),通过调节参数 $\epsilon$ 的取值来增大输入时滞上界 $h = h_m$ .列车通信网络的硬件环境规定:2公里以内的车内设备通信时滞约为43  $\mu\text{s}$ ;具有扩展设备情况下,通信时滞约为255  $\mu\text{s}$ [13].上述时间构成输入时滞的一部分.为此,本文考虑输入时滞大于上述规定的情况,设计能够处理输入时滞的防滑控制器(75).选取参数 $\epsilon = 0.35$ ,时滞上界 $h_m = 0.043 3 \text{ s}$ 为列车运行全过程的输入时滞.此时,控制器(75)的各阶段参数为 $K = [-0.004 9 \ 10.508 \ 0]$ , $k_{ac} = 10$ 和 $k_{de} = 10$ .

#### 4.2 仿真结果及分析

为说明本文方法的有效性,在控制器(75)的激励

下,带输入时滞的列车实时速度与蠕滑率响应曲线如图3所示.在牵引控制器(64)作用下,列车从初速度 $v(0) = 3 \text{ m/s}$ 用时31.1 s左右达到巡航速度70 m/s.虽然惯性因素导致列车速度略超过70 m/s,经过巡航阶段控制器(61)调节,列车实时速度和蠕滑率逐渐跟踪期望速度和蠕滑率.在列车制动阶段,列车制动控制器(69)大约使用85 s完成列车制动停车.

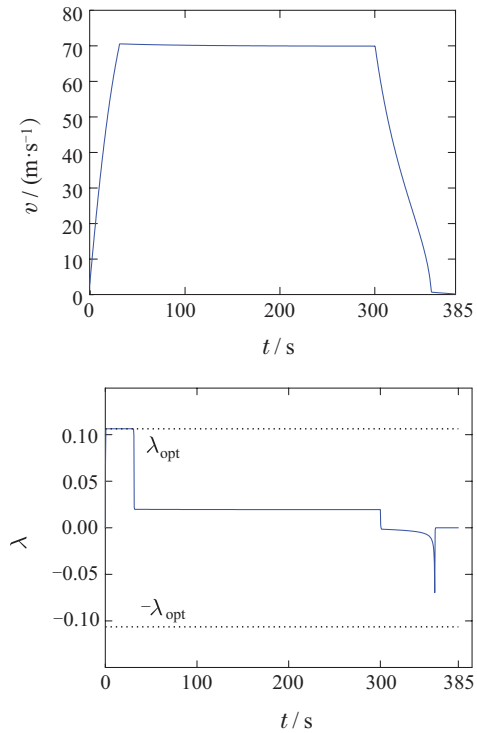


图3 列车速度和蠕滑率响应曲线  
Fig. 3 Response curves of train speed and slip ratio

特别的,由图4可知,在350 s左右,车轮角速度下降至3 rad/s,此时期望蠕滑速度为0.虽然列车蠕滑速度出现抖振,控制器(69)依然使跟踪误差 $e_{vs}(t) = v_s(t) - v_s^*(t)$ 快速收敛到零.

为验证本文方案(75)的鲁棒性,在潮湿轨面条件下,选取期望巡航速度 $v_d = 60 \text{ m/s}$ 进行仿真试验.根据黏着系数(6),得到牵引工况潮湿轨面的最优蠕滑率 $\lambda_{opt} = 0.149 6$ .同时,基于式(25),得到巡航阶段期望蠕滑率 $\lambda_d = 0.038 7$ .此外,列车制动阶段期望蠕滑速度如下:

$$v_s^*(t) = \begin{cases} \max\{-0.15, [0.06 - 0.08(t - 800)] \times \\ \lambda_{allow} \sqrt{v^2(t) + 1}\}, & \omega > 3 \text{ rad/s}, \\ 0, & \omega \leq 3 \text{ rad/s}, \end{cases} \quad (77)$$

在控制器(75)调节下,图5的列车实时速度有效跟踪期望运行速度,蠕滑率响应曲线在最优蠕滑率范围内,防滑性能得到保证.

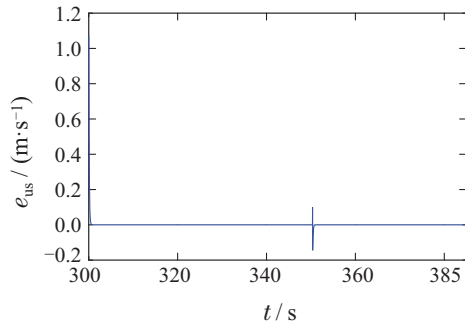


图 4 列车制动阶段蠕滑速度跟踪误差轨迹曲线

Fig. 4 Tracking error trajectory curve of creep speed during train braking stage

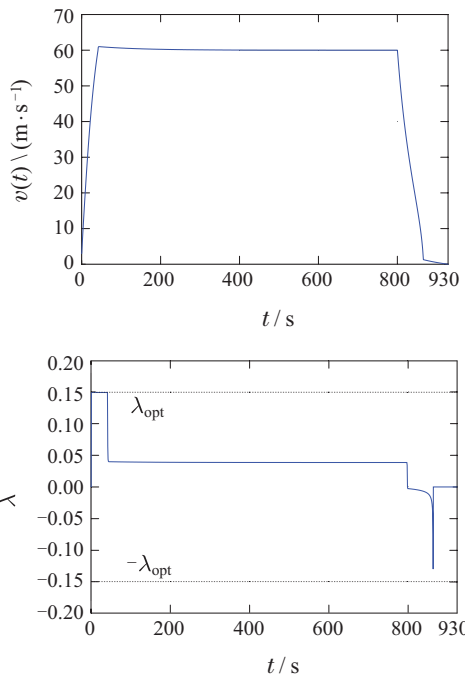


图 5 列车速度和蠕滑率响应曲线,  $v_d = 60 \text{ m/s}$

Fig. 5 Response curves of train speed and slip ratio,  $v_d = 60 \text{ m/s}$

随着乘客数量的增减, 列车质量出现波动. 这种变动改变轮轨间黏着力大小和轮轨间接触情况, 对行车安全产生影响. 上述现象可以考虑为鲁棒性问题. 为此, 针对列车质量增减5%的情况, 进行控制方法的鲁棒性仿真实验. 虽然列车质量出现变动, 图6表明本文方法能够保证列车运行全程的防滑控制目标, 具有鲁棒性.

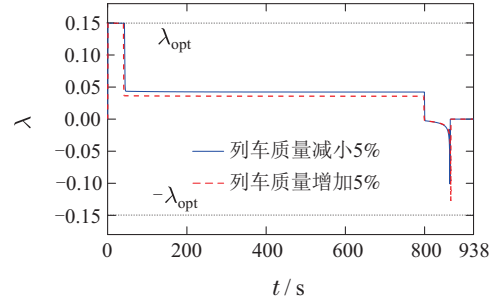
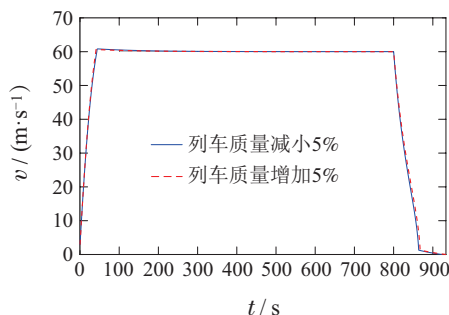


图 6 列车速度和蠕滑率响应曲线(质量变化时)

Fig. 6 Response curves of train speed and slip ratio (mass changing)

### 4.3 控制器性能对比

为说明输入时滞对现有防滑控制器的影响和本文方法的优势, 本文方法与文献[4]的控制器进行对比仿真实验. 列车初始值为  $v(0) = 3 \text{ m/s}$ ,  $\lambda(0) = 0.001$ ,  $u(\theta) = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$ ,  $\theta \in [-h, 0]$ , 选取干燥轨面和期望巡航速度为  $70 \text{ m/s}$ .  $0 \sim 300 \text{ s}$  为列车牵引加速和巡航阶段, 期望蠕滑速度  $v_s^*(t) = 0.29\lambda_{\text{allow}}\sqrt{v^2(t)+1}$ ;  $300 \text{ s}$  以后为列车制动阶段, 使用蠕滑速度进行控制器设计需要考虑角速度的影响. 为此, 期望蠕滑速度函数为

$$v_s^*(t) = \begin{cases} \max\{-0.15, [0.06 - 0.08(t - 300)] \times \\ \lambda_{\text{allow}}\sqrt{v^2(t)+1}\}, & \omega > 0.1 \text{ rad/s}, \\ 0, & \omega \leq 0.1 \text{ rad/s}. \end{cases} \quad (78)$$

然后, 对比结果如图7所示.

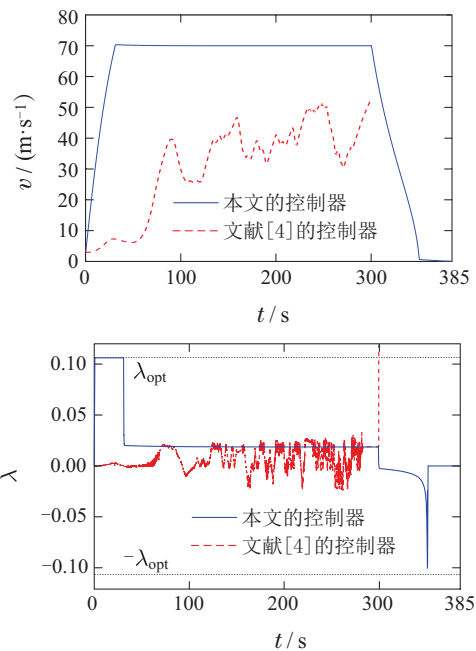


图 7 列车速度和蠕滑率响应对比曲线

Fig. 7 Comparison curves of train speed and slip ratio

图7中: 蓝色实线为本文方法的结果, 红色虚线是文献[4]方法的结果. 在输入时滞  $h = 0.0433 \text{ s}$  影响下,

本文方法的列车各运行阶段状态响应曲线性能良好。文献[4]的结果显示蠕滑率超过最优蠕滑率进入了不稳定的滑移区,输入时滞导致文献[4]的控制器失效。

综上,本文方法的有效性和优势得到验证。

## 5 结论

本文基于轮轨黏着机理和列车通信特点,建立了带输入时滞的列车黏着动力学模型。针对列车不同运行阶段的特点和控制目标,设计了时滞补偿的防滑控制算法。本文方法有效处理输入时滞对列车防滑控制的影响,能够防止列车出现车轮空转和打滑现象,实现了输入时滞影响下的列车运行全过程防滑控制目标。本文成果对于提高列车行驶安全具有重要的理论和实践意义。

## 参考文献:

- [1] LI D Y, LI P, CAI W C, et al. Neural adaptive fault tolerant control for high speed trains considering actuation notches and antiskid constraints. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 20(5): 1706 – 1718.
- [2] CAI W C, LI D Y, LIU B, et al. Uniform rolling-wear-based robust adaptive control of high-speed trains in the presence of actuator differences. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(12): 3591 – 3601.
- [3] HAJANO F, MEMON T D, ABRO F R, et al. Fuzzy logic based anti-slip control of commuter train with FPGA implementation. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 2020, 11(4): 293 – 300.
- [4] CAI W C, LI D Y, SONG Y D. A novel approach for active adhesion control of high-speed trains under antiskid constraints. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2015, 16(6): 3213 – 3222.
- [5] HU Liang. *Study on re-adhesion optimization control strategy for high-speed train traction system*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2015.  
(胡亮. 高速列车牵引传动再黏着优化控制策略研究. 北京: 北京交通大学, 2015.)
- [6] HUANG D Q, YANG W Q, HUANG T F, et al. Iterative learning operation control of high-speed trains with adhesion dynamics. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2021, 29(6): 2598 – 2608.
- [7] ABDULKADIR Z, ALTAN O. A novel anti-slip control approach for railway vehicles with traction based on adhesion estimation with swarm intelligence. *Railway Engineering Science*, 2020, 28(4): 346 – 364.
- [8] LU Kuan. *Adhesion control of high-speed trains based on robust and adaptive fault-tolerant*. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2015.  
(陆宽. 基于鲁棒与自适应容错的高速列车粘着控制研究. 北京: 北京交通大学, 2015.)
- [9] WU Nengfeng, ZHONG Liqun, YANG Beihui, et al. Research on optimal adhesion control strategy of train transmission. *Railway Locomotive and Car*, 2018, 38(1): 26 – 30, 42.  
(吴能峰, 钟立群, 杨北辉, 等. 列车传动最优黏着控制策略研究. 铁道机车车辆, 2018, 38(1): 26 – 30, 42.)
- [10] SADR S, KHABURID A, RODRIGUEZ J. Predictive slip control for electrical trains. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(6): 3446 – 3457.
- [11] CHEN Y, DONG H R, LU J H, et al. A super-twisting-like algorithm and its application to train operation control with optimal utilization of adhesion force. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2016, 17(11): 3035 – 3044.
- [12] XU Chuanfang. Slip velocity tracking control for high-speed trains based on adaptive dynamic surface. *Journal of Dalian Jiaotong University*, 2022, 43(1): 98 – 104.  
(徐传芳. 基于自适应动态面的高速列车蠕滑速度跟踪控制. 大连交通大学学报, 2022, 43(1): 98 – 104.)
- [13] IEC 61375, Electronic railway equipment – Train communication network (TCN). International Electrotechnical Commission, 1999.
- [14] BU Bing, TANG Tao. Analysis and elimination of the impact of transmission delays on CBTC. *Journal of the China Railway Society*, 2014, 36(6): 41 – 46.  
(步兵, 唐涛. 传输时延对CBTC影响的分析及消除. 铁道学报, 2014, 36(6): 41 – 46.)
- [15] ZHOU Jieqiong, WANG Lide, WANG Tao, et al. Switch queuing delay of train communication network based on switched Ethernet. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2014, 38(2): 95 – 100.  
(周洁琼, 王立德, 王涛, 等. 基于交换式以太网的列车通信网络的交换机排队时延分析. 北京交通大学学报, 2014, 38(2): 95 – 100.)
- [16] JI H H, HOU Z S, ZHANG R K. Adaptive iterative learning control for high-speed trains with unknown speed delays and input saturations. *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*, 2016, 13(1): 260 – 273.
- [17] FAN L L. Iterative learning and adaptive fault-tolerant control with application to high-speed trains under unknown speed delays and control input saturations. *IET Control Theory & Applications*, 2014, 8(9): 675 – 687.
- [18] TAN Chang, LI Yiqing. Adaptive braking control for high-speed trains with input time delays. *Journal of Rail Way Science and Engineering*, 2022, 19(4): 1071 – 1080.  
(谭畅, 李毅清. 具有输入时滞特性的列车自适应制动控制. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(4): 1071 – 1080.)
- [19] TANG H Y, WANF Q Y, FENG X Y. Robust stochastic control for high-speed trains with nonlinearity, parametric uncertainty, and multiple time-varying delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 19(4): 1027 – 1037.
- [20] CHEN Y, HUANG D Q, XU C, et al. Iterative learning tracking control of high-speed trains with nonlinearly parameterized uncertainties and multiple time-varying delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(11): 20476 – 20488.
- [21] NIKOLAOS B L. Simultaneous compensation of input and state delays for nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, 2014, 73: 96 – 102.
- [22] HE Yong. *Delay-dependent robust stability and stabilization based on free-weighting matrices*. Changsha: Central South University, 2004.  
(何勇. 基于自由权矩阵的时滞相关鲁棒稳定与镇定. 长沙: 中南大学, 2004.)

## 作者简介:

**蔡亮成** 博士, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为非线性控制及其应用, E-mail: caispss@163.com;

**乐洋** 硕士研究生, 助理工程师, 目前研究方向为列车运行控制, E-mail: 615879832@qq.com;

**黄德青** 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为列车运行控制, E-mail: elehd@home.swjtu.edu.cn.