

## 无人机覆盖路径规划方法综述

孙伟昌, 罗志浩<sup>†</sup>, 石建迈, 刘忠

(国防科技大学 系统工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 无人机具有成本低、机动灵活、贴近侦察等优点, 在执行区域覆盖扫描任务时能够有效提高作业效率, 被广泛应用于战场侦察、农业植保、野外搜救、林区监测等军事和民用领域. 当前无人机覆盖路径规划问题已成为无人机自控领域的研究重点. 本文系统梳理了近年来无人机覆盖路径规划问题的主要研究文献, 分析了问题的概念、特点和分类, 从环境建模方法、问题模型和规划算法3个方面进行了分类综述. 其中, 在路径规划算法中, 对研究中涉及的经典算法、构造式启发式算法、元启发式算法和以及学习类等算法进行了分析总结. 最后, 对无人机覆盖路径规划问题研究的发展趋势进行了总结和展望.

**关键词:** 无人机; 覆盖路径规划; 环境建模; 规划模型; 路径规划算法

**引用格式:** 孙伟昌, 罗志浩, 石建迈, 等. 无人机覆盖路径规划方法综述. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 709 – 727

DOI: 10.7641/CTA.2024.40006

## A survey on coverage path planning method for UAV

SUN Wei-chang, LUO Zhi-hao<sup>†</sup>, SHI Jian-mai, LIU Zhong

(College of Systems Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

**Abstract:** Unmanned aerial vehicle (UAV) possesses the advantages of cost-effectiveness, adaptability, and close-range reconnaissance, thereby significantly enhancing operational efficiency in area coverage scanning tasks. Consequently, it finds extensive applications in both military and civilian domains such as battlefield surveillance, agricultural crop protection, search and rescue operations, and forest monitoring. Currently, the coverage path planning problem for UAV has become a focal point in the field of UAV automatic control. This paper provides a systematic review of recent research literature on UAV coverage path planning, analyzing the problem's concept, characteristics and classification, and conducts a classified review from three perspectives: Environmental modeling methods, problem models and planning algorithms. In terms of path planning algorithms, the classical algorithm, constructive heuristic algorithm, meta-heuristic algorithm and learning algorithm involved in the research are analyzed and summarized. Finally, the development trend of UAV coverage path planning is summarized and prospected.

**Key words:** UAV; coverage path planning; environment modeling; planning model; path planning algorithm

**Citation:** SUN Weichang, LUO Zhihao, SHI Jianmai, et al. A survey on coverage path planning method for UAV. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 709 – 727

### 1 引言

覆盖路径规划问题 (coverage path planning, CPP) 是路径规划领域的研究重点之一, 相对于经典的点对点路径规划问题, 覆盖路径规划问题需要重点关注区域形状、内部环境以及访问路径的连续性. 覆盖路径规划方法在各种有人和无人装备上有着重要的应用价值, 如车辆、无人机、机器人、机械臂和无人潜航器等. 随着飞行控制、导航技术、无线通信等自动化和信息技术的发展, 无人机被广泛应用于生产和生活的各个方面. 相比于其他装备, 无人机具有机动灵活、成

本低、贴近侦察和适用性强等特点, 无人机在处理区域覆盖任务场景时具有明显优势, 被广泛应用于农业植保<sup>[1-3]</sup>、森林防火<sup>[4]</sup>、灾后救援<sup>[5-7]</sup>和建筑检测<sup>[8-9]</sup>等领域.

无人机覆盖问题是指在给定的目标区域内, 由无人机携带机载传感器对目标区域实施扫描覆盖, 覆盖路径规划则是通过规划无人机的最优扫描路径, 满足覆盖任务要求、无人机的续航时间、负载能力以及自主避障、防撞和通信等约束, 实现降低任务成本、提高覆盖效率等目标. 相比于传统的覆盖路径规划问题,

收稿日期: 2024-01-03; 录用日期: 2024-11-22.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: luozhihao15@nudt.edu.cn; Tel.: +86 15111066043.

本文责任编辑: 刘允刚.

国家自然科学基金项目(72271241, 72301290)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (72271241, 72301290).

无人机覆盖路径规划有着更加广泛的应用领域,任务场景包括二维、三维以及单区域和多区域等复杂环境,在问题特点上包含部分覆盖、全覆盖、单次覆盖、多次覆盖以及具有时间窗需求的周期性覆盖等特征,这些特点为问题建模和求解带来了诸多挑战.在当前的研究中,求解无人机覆盖路径规划问题的过程可总结为两步:一是根据区域信息建立准确的环境模型,并基于问题约束和优化目标建立数学模型;二是设计覆盖路径规划算法并求解.本文从无人机覆盖路径规划问题概念和特点出发,总结现有文献的研究进展,对覆盖路径规划中环境建模方法、问题模型以及路径规划算法进行梳理和总结,分析和对比不同模型和方法特点,为后续研究提供借鉴.

从整体研究趋势来看,近年来无人机覆盖路径规划问题的相关研究逐渐增加,成为了备受关注的研究热点.图1展示了近10年来的主要文献数量的发展趋势,可以看到特别是2018年至今,这一领域的发文数量迅速增加.早些年,Choset<sup>[10]</sup>总结了2001年之前机器人覆盖路径规划领域的研究进展,将覆盖路径规划算法分为启发式和随机算法、精确和近似单元分解算法等.Galceran和Carreras<sup>[11]</sup>进一步综述了2013年之前求解机器人CPP问题的常用方法,如基于传感器的机器人覆盖算法、基于栅格的覆盖算法、基于图的覆盖算法和三维覆盖算法等.Cabreira等<sup>[12]</sup>梳理了无人机覆盖路径规划问题的研究进展,侧重分析了不同单元分解方法的特点和应用,以及无人机的扫描方式、多无人机协同策略和求解算法等方面的相关研究.Almadhoun等<sup>[13]</sup>从视点生成方法、覆盖规划策略、多机器人协同决策和通信4个方面分析和讨论了求解机器人CPP问题的关键环节和常用方法.Tan等<sup>[14]</sup>系统梳理和总结了机器人CPP问题的常用求解算法,如精确算法、随机算法、启发式算法和深度强化学习算法等,并比较了不同算法的特点和适用场景.Fevgas等<sup>[15]</sup>总结了不同区域形状的CPP算法,并讨论了基于节能策略的单无人机和多无人机CPP算法的发展和局限性.Kumar等<sup>[16]</sup>回顾了无人机CPP问题的最新研究,分别介绍了单区域、多区域、单无人机和多无人机等问题的处理方法,讨论了CPP算法设计面临的环境约束、自主协同、方法拓展性等挑战.

以上综述文献对CPP问题的概念和研究方法进行较为系统的总结和归纳.多数研究侧重于根据不同环境特点对CPP算法进行分类,并未对环境建模方法和覆盖路径规划算法进行系统分析.此外,当前还没有文献对无人机CPP问题的模型进行系统梳理和总结.本文重点分析无人机CPP问题的概念和特点,并从环境建模、问题模型和路径规划算法3个方面总结无人机CPP问题的求解方法,最后对未来的发展趋势进行了总结展望.论文的主要贡献如下:

1) 分析了无人机覆盖路径规划问题的概念、特点和分类,补充了近年来的最新文献研究;

2) 系统总结了无人机覆盖路径规划问题常用的环境建模方法,以及路径规划问题模型、目标函数和约束条件;

3) 系统梳理了无人机覆盖路径规划问题的经典求解算法、构造式启发式算法、元启发式算法和学习类算法等方面的研究进展.

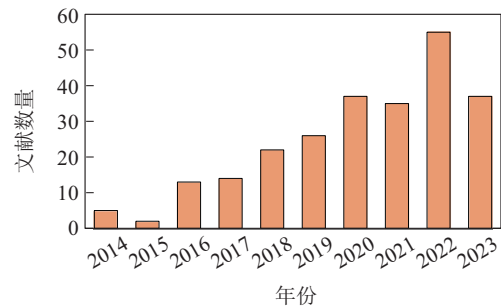


图1 近10年国内外关于无人机覆盖路径规划主要文献数量  
Fig. 1 The number of domestic and foreign major literatures on UAV coverage path planning in the past 10 years

本文的组织结构如下:第1节是无人机覆盖路径规划问题介绍,主要包括问题概念、特点以及对各种分类问题的归纳和整理;第2节总结了求解无人机覆盖路径规划问题的环境建模方法;第3节综述了无人机覆盖路径规划的目标函数和约束条件;在第4节中,总结了不同类型的无人机覆盖路径规划算法;第5节则是研究展望;最后,总结全文.

## 2 覆盖路径规划问题

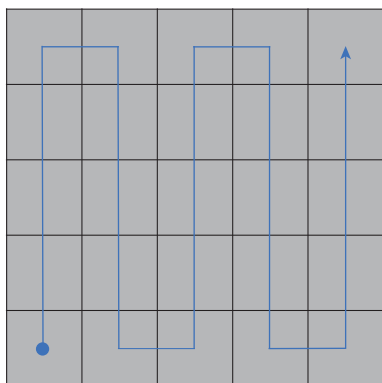
### 2.1 问题描述

无人机覆盖路径规划问题主要研究如何规划无人机的最优运动路径,使得无人机沿规划好的路径飞行并覆盖任务区域.在覆盖路径规划问题的最早研究中,Cao等<sup>[17]</sup>在自动割草机器人的设计过程中,提出了区域填充问题这一新的路径规划课题.Choset<sup>[10]</sup>提出覆盖路径规划问题强调以机器人传感器扫描产生的空间,相比于传统的旅行商问题(travelling salesman problem, TSP),机器人访问的对象不是每个城市,而是城市环境中的所有目标点.无人机和移动机器人等设备虽然性能和用途不同,但在解决覆盖路径规划问题时具有通用的方法和准则.

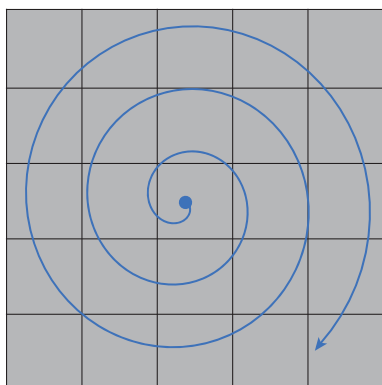
覆盖区域内部存在一系列待访问单元,也称为兴趣点或目标点.覆盖路径规划的目标是生成完整有效的无人机路径,避免遗漏和重复访问目标点.出于对成本和安全性等因素的考虑,无人机需要避过障碍物和避免相互碰撞,并选择合适的路径方案降低能量消耗,提高覆盖效率.

此外,无人机搭载传感器以不同的运行模式探测范围内的目标.如图2所示,一种最常见的扫描模式是

往复式扫描(back-and-forth pattern), 也被称为之字形、割草形等, 是指无人机以指定方向沿直线飞行, 到达区域边界后反向折回, 循环往复直至覆盖整个区域; 另一种模式是螺旋式(spiral pattern), 包括内螺旋和外螺旋, 这种模式在规则区域内表现较好. 为实现对复杂区域的全覆盖, 首先需要对整体区域进行分解, 将复杂任务区域转化为一个个子区域, 在每个子区域内生成无人机的运动路径, 然后确定这些子区域的访问顺序, 依次遍历实现对整个任务区域的覆盖.



(a) 往复式扫描



(b) 螺旋式扫描

图2 常见的无人机扫描模式

Fig. 2 The common scanning patterns

## 2.2 问题特点

任务区域内所有的目标点或单元, 可以转化为一个全连通图 $G = \langle V, E \rangle$ , 其中:  $G$ 表示由所有目标点组成的顶点集,  $E$ 表示各个顶点间的距离. 设有 $k$ 架无人机, 需要构造 $k$ 条路径, 无人机由起始点出发访问图中所有顶点且每个顶点仅被访问一次. 为了找到代价最小的覆盖路径, 无人机覆盖路径规划问题转化为具有覆盖特点的TSP. Ioannis等<sup>[18]</sup>证明了这种构造无碰撞路径的多重旅行商(multi TSP, mTSP)问题的NP-hard特性. Xie等<sup>[19]</sup>进一步整合了TSP与CPP问题特点, 提出了综合优化子区域的访问顺序和区域入口及出口位置的TSP-CPP问题.

无人机覆盖路径规划问题具有复杂的影响因素, 这些因素包括无人机的数量、位置、速度和飞行距离

等, 区域形状和环境特点也影响着无人机的运动模式、子区域的划分策略等. 因此, 在问题建模过程中需要将这些复杂因素转化为约束条件, 无人机的续航和载荷能力有限, 覆盖路径规划以降低能量消耗为目标, 如最小化路径距离、转弯次数、任务时间、路径重叠率和无人机数量等. 这些评价指标称为模型的目标函数. 建立无人机覆盖路径规划模型, 如何对约束条件和目标函数进行定性分析和定量描述是求解的关键.

覆盖路径规划算法是问题研究的核心内容, 设计高效的求解算法对于构造完整有效的覆盖路径和降低计算复杂度具有重要作用. 一些基于模型的精确求解算法能获得小规模问题的精确解, 但大多数以无人机为载体的覆盖问题规模通常较大, 求解效率成为必须考虑的因素. 此外, 面对无人机损耗、环境动态变化等复杂因素, 有必要设计鲁棒性强、适用范围广的算法.

综上所述, 本文综合当前文献的主流认识<sup>[20-21]</sup>, 将无人机覆盖路径规划过程分为3个阶段, 如图3所示. 第1阶段为环境建模, 将区域范围、地形和障碍物分布等环境特征表示为无人机可识别和处理的信息; 第2阶段是问题建模, 基于覆盖任务需求, 对路径规划的评价指标和相关影响因素进行建模, 明确目标函数和约束条件; 第3阶段是设计覆盖路径规划算法, 计算出可执行的无人机区域覆盖飞行路径. 环境建模方法、问题模型与路径规划算法的关系如表1所示: 对于无人机在不同覆盖任务场景的应用, 应采用适合问题特点的环境建模方法. 在此基础上建立解决该类问题的数学模型和并设计路径规划算法.

## 2.3 问题分类

无人机覆盖路径规划问题的分类受到多种因素的影响, 如任务平台、环境条件、应用场景和算法特点等, 本文综合了文献[11, 15-16]等综述文献的分类方法, 为便于理解和区分, 将关键分类指标简化为无人机平台、覆盖任务类型和环境特点3类, 表2对各种类型的无人机覆盖路径规划研究文献作了总结.

### 2.3.1 按照无人机平台分类

常见的无人机主要有固定翼无人机和旋翼无人机, 文献[12]对各种固定翼和旋翼无人机的特点做了总结, 固定翼无人机飞行时间较长、支持高速飞行, 但转弯半径较大, 而旋翼多无人机飞行时间短、载荷能力低, 但灵活性强, 两种无人机适用于不同的覆盖应用场景<sup>[22-24]</sup>. 根据无人机的数量, 可将无人机覆盖路径规划问题分为单无人机覆盖和多无人机协同覆盖问题, 单无人机覆盖问题是覆盖路径规划问题的一般形式, 其模型和约束相对简单. 多无人机协同覆盖问题是对单机覆盖问题的拓展, 在这类问题中若干架无人机能够从相同或不同位置的起飞, 分别以规划好的路

径执行任务. 通过任务分配、制定协同策略能够提高系统整体的工作效率, 同时避免了一架无人机出现故障, 导致系统整体运行受阻, 提高了系统的鲁棒性. 多

机系统可根据每架无人机的性能或载荷是否存在差异, 称为同构<sup>[25]</sup>或异构无人机系统<sup>[26]</sup>, Kumar等<sup>[16]</sup>系统梳理了同构和异构无人机的相关研究.

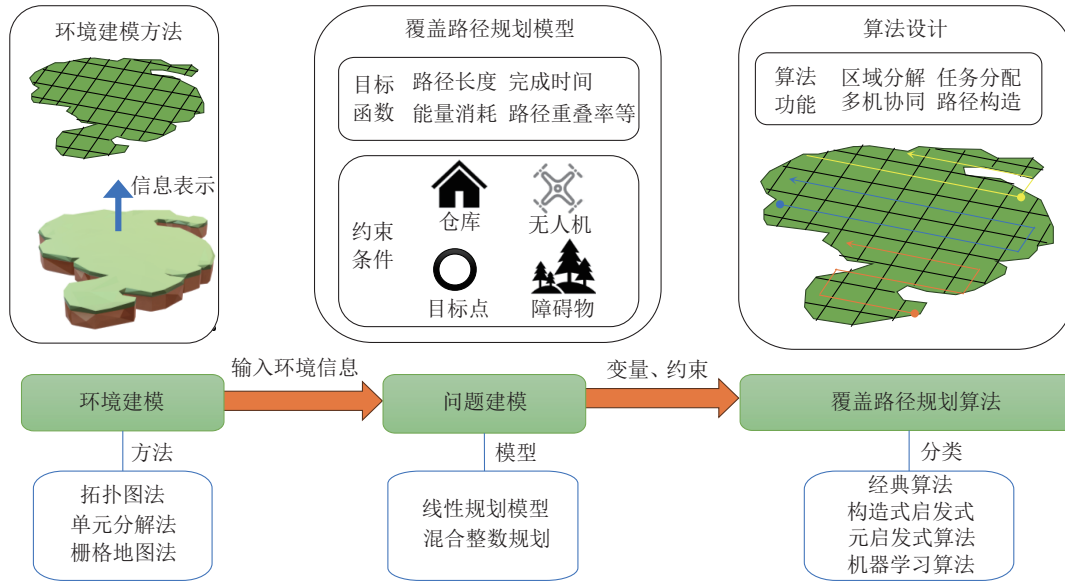


图3 无人机覆盖路径规划问题研究框架

Fig. 3 The research framework of UAV coverage path planning problem

表1 常用的环境建模方法、问题模型和路径规划算法

Table 1 Common used environment modeling methods, mathematical models and path planning algorithms

应用领域	问题特点	环境建模方法	问题模型	路径规划算法
农业监控 <sup>[1-2]</sup>	规则的平面区域	栅格地图法	混合整数规划	经典算法
无人机航拍 <sup>[27]</sup>	障碍物环境	区域分解法	混合整数线性规划	图搜索启发式算法
侦察监视 <sup>[28]</sup>	障碍物环境	拓扑图法	混合整数规划	元启发式算法
无人机巡逻 <sup>[13]</sup>	多区域、多机	区域分解法	混合整数规划	经典算法
灾后搜救 <sup>[6-7]</sup>	大范围不规则区域	栅格地图法 区域分解法	混合整数规划	图搜索启发式算法
建筑检测 <sup>[8-9]</sup>	三维环境	栅格地图法	线性规划	元启发式算法 图搜索启发式算法

### 2.3.2 按照覆盖类型分类

根据覆盖类型特点, 无人机覆盖路径规划问题具有多种形式, 主要有全覆盖、部分覆盖和持续覆盖<sup>[29-30]</sup>. 其中, 全覆盖是指覆盖范围涵盖区域内的所有目标, 是最常见的一种覆盖类型<sup>[31]</sup>. 部分覆盖是指出于对任务时间、无人机航程和成本等因素的考虑, 对覆盖区域内的部分目标点进行访问<sup>[32]</sup>. 这些目标点具有不同的信息价值, 无人机优先访问具有较高收益的目标, 因此部分覆盖问题以最大化信息价值为评价指标<sup>[25]</sup>. 持续覆盖是指无人机对覆盖区域进行多次访问和长时间监视, 多用于监视和侦察任务. 对于持续覆盖问题, 区域内每个单元具有访问时间窗和间隔, 以便重新调度无人机<sup>[33-34]</sup>. 无人机对环境进行动态监视, 安排定期或者不定期地重新访问目标区域<sup>[28]</sup>.

### 2.3.3 按照环境特点分类

首先依据环境维度, 可将无人机区域覆盖路径规划问题分为二维覆盖<sup>[3, 7, 35-36]</sup>和三维覆盖<sup>[37-38]</sup>. 在二维覆盖问题中, 通常假设无人机的飞行高度保持不变, 仅仅在平面空间内对无人机的路径进行优化<sup>[1, 39]</sup>. 而三维环境具有复杂空间结构, 无人机的运动模型也更加复杂. 其次, 无论是二维或三维环境中, 区域是否存在障碍物是覆盖路径规划问题必须要考虑的因素. 尽管无人机相比于地面车辆具有更好的通过性, 但在一些应用中出于安全性的考虑, 无人机不能越过某些障碍物, 如建筑、树林和禁飞区等. 这些障碍产生了对无人机路径约束, 无人机要和障碍物保持安全距离避免产生碰撞. 例如, Sun等<sup>[40]</sup>考虑了障碍物约束下的周期性覆盖问题, 对传感器的部署进行了建模分析.

表2 无人机覆盖路径规划问题分类

Table 2 Classification of UAV coverage path planning problem

文献	平台	同构/异构	覆盖类型	维度	是否存在障碍物	在线/离线
Valente(2013) <sup>[41]</sup>	多无人机	同构	全覆盖	二维	否	离线
Pham(2017) <sup>[22]</sup>	单无人机	无	全覆盖	二维	是	离线
Guastella(2019) <sup>[42]</sup>	多无人机	同构	全覆盖	二维	是	离线
Wang(2019) <sup>[43]</sup>	多无人机	同构	部分覆盖	二维	是	在线
Ji(2020) <sup>[44]</sup>	多无人机	异构	全覆盖	二维	否	离线
Xuan(2020) <sup>[45]</sup>	单无人机	无	全覆盖	二维	否	离线
Melo(2021) <sup>[46]</sup>	多无人机	同构	全覆盖	三维	否	在线
Zuo(2020) <sup>[28]</sup>	多无人机	同构	持续覆盖	二维	否	离线
Li(2021) <sup>[37]</sup>	多无人机	同构	全覆盖	三维	否	离线
Feng(2022) <sup>[34]</sup>	多无人机	同构	持续覆盖	二维	是	离线
Chen(2022) <sup>[26]</sup>	多无人机	异构	全覆盖	二维	否	离线
Li(2023) <sup>[47]</sup>	多无人机	同构	全覆盖	二维	是	在线
Chen(2023) <sup>[25]</sup>	多无人机	异构	全覆盖	二维	否	离线

其次根据任务区域的数量,可划分为单区域覆盖问题<sup>[48]</sup>和多区域覆盖问题<sup>[36]</sup>。单区域覆盖问题只有单个任务区域,仅需构造区域内的覆盖路径。多区域问题,可以看做多个单区域覆盖问题的组合,无人机需要在搜索每个区域的同时,寻找最优的访问顺序。因此多区域覆盖问题也被称为TSP问题的变体,即TSP-CPP问题<sup>[49]</sup>,在规划过程中,需要对区域间转移路径,各区域内覆盖路径以及无人机进出各区域位置进行联合优化。

最后,根据环境信息是否已知将覆盖路径规划问题分为离线和在线两类<sup>[21]</sup>。环境信息包括区域中的目标和障碍物的数量、分布等信息。在离线覆盖路径规划问题中,环境信息是已知的,决策者能够通过环境建模方法将其表示为路径规划模型中的约束条件。而在线问题中,环境信息未知或不断变化,无人机主要依靠自身传感器对未知环境进行探测,并更新环境信息和规划路径,这类问题也称为基于传感器的覆盖路径规划问题。

### 3 环境建模方法

对于无人机覆盖路径规划而言,路径规划的基础是将环境地图信息转化为无人机的工作环境,这个过程包括信息采集与处理、环境建模两个部分。其中,信息采集和处理过程针对传感器模型,综合了计算机视觉以及无人机的飞行控制等理论,不是本文关注的重点。而环境建模过程是指将利用环境的几何信息建立二维或三维地图模型,从而对无人机的运动进行定量描述和规划。同时,环境建模方法与覆盖路径规划算法有着密切的联系,一些覆盖路径规划算法依靠特定的环境建模展开,而准确的建模方式能够大大优化路径规划过程中解空间的设计和求解过程。现有文献中针对不同类型的环境建模方法开展了大量研究,这些

方法具有不同的特点和适用场景,本文总结了覆盖路径规划问题领域常用的环境建模方法,主要分为3类:拓扑图法、单元分解法和栅格分解法,并对每种方法展开具体介绍,比较不同方法的特点和优势。表3中展示了采用不同环境建模方法的主要研究文献。

#### 3.1 拓扑图法

拓扑图法的基本思想是基于障碍物的形状将区域进行划分,用节点表示划分后的子区域,边表示相邻子区域的邻接关系,形成一个无向连通图。这种方法多用于求解给定起点和终点下的最短路径问题。拓扑图法可应用于覆盖路径规划问题建模中,例如采用双层的覆盖-遍历算法,首先对各个节点采用简单的往复运动进行覆盖,然后以无人机遍历拓扑图中各个节点,以获得最优访问顺序为优化目标<sup>[50]</sup>。基于Voronoi图的方法常用与构建拓扑图,可利用Voronoi图的边界信息生成网格图,进而建立节点间连接关系<sup>[50]</sup>。

利用拓扑建模,复杂的地理空间信息被简化为节点和边之间的连接关系。进一步地,将节点对应子区域的遍历路径长度或面积作为节点目标值,节点间的转移距离或能量消耗作为边的权重,以此对无人机覆盖顺序进行优化。图的结构便于局部搜索算法或启发式算法对节点的访问顺序进行优化。McCammon等<sup>[51]</sup>设计了基于快速行进的Voronoi分割方法构建生物热点拓扑图,用贪婪算法计算热点信息量最大的路径。Jia等人<sup>[50]</sup>针对无人机三维结构检测问题,通过基于视点的路径基元采样技术生成环境的拓扑信息,并构建基元覆盖图,用图搜索方法求解最佳路径。

拓扑图法依赖于有障碍物的环境,当障碍物数量较多时,连通图的结构更加复杂,增大了路径规划算法复杂度。Tsardoulias等<sup>[52]</sup>采用基于传感器信息的最小化拓扑图构建方法,保留图中的基本连接部分,以

减小总体规划时间. 此外, 拓扑图法并没有考虑到节点内部的覆盖路径的生成方式. 如何将节点内无人机

路径的起始点位置和全局节点的访问顺序相结合, 也是一项重要的优化内容.

表3 环境建模方法

Table 3 The methods of environment modeling

文献	平台	应用	环境	建模方法	特点
Ioannis (2008) <sup>[18]</sup>	机器人	未知环境覆盖	二维	区域分解法	Boustrophedon分解和Reeb图
Yung (2009) <sup>[53]</sup>	机器人	室内清洁	二维	拓扑图法	广义Voronoi图
Yazici (2009) <sup>[54]</sup>	多机器人	无	二维	拓扑图法	基于Voronoi划分构造弧路由
Pham (2017) <sup>[22]</sup>	无人机	农业检测	二维	区域分解法	临界点构造和分类
Guastella (2019) <sup>[42]</sup>	多无人机	无	二维	区域分解法	基于A*算法的区域分配
Cabreira (2019) <sup>[55]</sup>	无人机	无	二维	栅格地图法	能量感知模型
Ghaddar (2020) <sup>[56]</sup>	多无人机	无	二维	栅格地图法	节点选择和边构造规则
Nasirian (2021) <sup>[57]</sup>	机器人	机器人环境消毒	二维	区域分解法	改进的Boustrophedon分解
Jensen-Nau (2021) <sup>[58]</sup>	无人机	环境监测	二维	拓扑图法	基于Voronoi图的路径生成
Cai (2023) <sup>[59]</sup>	水下潜航器	海上搜救	二维	区域分解法	自定义回溯机制
Nair (2023) <sup>[60]</sup>	多机器人	位置环境覆盖	二维	拓扑图法	基于曼哈顿距离的Voronoi分区

### 3.2 区域分解法

区域分解法也称为单元分解法, 是指覆盖区域划分为适合无人机运动和传感器探测的单元格. 这些单元将障碍物排除在外, 无人机在每个单元内进行简单的往复式覆盖运动, 并在当前单元覆盖完成后前往下一个单元. 区域分解法依据区域形状、内部障碍物的大小和分布将任务区域精确划分为一系列单元, 因此, 区域分解法也被称为精确单元分解. 这种建模方式不需要考虑整体区域和局部区域的路径关联关系, 只需要优化子区域的访问顺序, 有效降低了路径规划复杂度. 常用的区域分解法主要有梯形分解法、Boustrophedon分解法和莫尔斯(Morse)分解法等<sup>[61]</sup>.

梯形分解法以移动平行线对区域进行分割, 当平行线抵达障碍物的顶点时, 形成单元边界, 继续移动直至将区域分解为一系列紧密连接无重叠的梯形单元<sup>[11]</sup>. 将分解后的单元作为节点, 单元间的邻接关系为边构建邻接图. 因此, 覆盖问题被转化为遍历邻接图中所有节点的最短路径问题<sup>[10]</sup>. 梯形分解产生的子区域数量较多, 且不适用于非多边形障碍. Boustrophedon分解法是对梯形分解法的改进, 在选择切分点时只考虑垂直方向障碍物上方和下方的顶点, 并通过合并相邻子区域, 减少子区域数量和重复路径<sup>[62]</sup>. 可采用更加灵活的区域分解策略产生过渡单元, 有效减少路径重叠<sup>[57]</sup>.

莫尔斯分解法是一种能够处理非多边形障碍物的区域分解方法, 以莫尔斯函数的临界点表示在该点处函数不可微或所有偏导数为0, Acar等<sup>[63]</sup>证明了空间的连通性仅在临界点处发生改变. 因此, 临界点可作为区域分解的边界, 采用不同的莫尔斯函数可将区域划分为不同的形状. 进一步地, Acar和Choset<sup>[64]</sup>将莫尔斯分解法用于未知环境的建模中, 利用距离传感器

识别临界点并构建增量图. Pham等<sup>[22]</sup>设计了不同类型的临界点生成方式, 这种分解方法相比于Boustrophedon分解法, 有效减小了区域的数量, 并且能够处理凹多边形障碍. Cai等<sup>[59]</sup>采用基于脉冲模式(spike pattern)的莫尔斯区域分解方法, 并定义了一种回溯机制计算最佳分解线.

对于区域分解法而言, 平行线在分割原区域后产生不同形状的子区域, 进行影响着路径规划的效果, 因此选择合适的平行线是应用区域分解法的关键. Wang等<sup>[65]</sup>通过计算往复式扫描的路径长度和转弯次数, 来选择多边形区域的最优分割方向. Torres等<sup>[66]</sup>考虑复杂凹多边形区域特点, 设计了基于最小转弯次数的梯形分解策略, 并对区域访问顺序、子区域内无人机扫描方向和进入点选择进行综合优化. 区域分解法为多种路径规划算法提供了搜索空间, 采用图搜索的算法寻找最优遍历顺序. Giang等<sup>[67]</sup>采用基于树形结构的分组算法排列单元访问顺序. 此外, 基于启发式的单元分配算法可用于求解多无人机协同覆盖问题. Ioannis等<sup>[18]</sup>在区域分解的基础上, 设计了基于拍卖机制的多机器人单元分配算法, 减少重复覆盖和提高机器人的利用率. Guastella等<sup>[42]</sup>依据莫尔斯分解产生的子区域, 对无人机群子区域覆盖任务分配方法进行了研究, 通过计算平衡无人机的数量和分配区域的路径长度. 此外, 区域分解将连续的复杂覆盖区域进行离散化, 能够更加清晰地描述问题的特殊约束<sup>[68]</sup>.

### 3.3 栅格地图法

栅格地图法是用相同大小的栅格对环境区域均匀划分, 以栅格单元为单位表示环境地图信息, 适用于二维和三维环境, 是目前广泛使用的一种建模方法. 单元格一般为正方形, 无人机在平面网格图中可选择

向上、向下、向左和向右4个运动方向. Cho等<sup>[5]</sup>采用了基于平面六边形网格的环境地图建模方法, 六边形相比于正方形具有更多的邻接单元, 也就意味着有更大的邻域结构和解空间. 栅格地图法将区域分解为障碍物和自由空间, 只需要考虑无人机在自由空间内覆盖路径, 降低了路径规划的难度. Ghaddar等<sup>[56]</sup>将障碍物顶点添加到网格节点图中, 以减小绕过障碍物时的转弯长度.

单元格的尺寸通常与无人机的作业范围相同, 单元格过大造成环境信息丢失, 覆盖效果较差; 单元格过小则生成大量单元格, 使得路径规划更加复杂. 单元格的大小由无人机的位置、相机视场角 (field of view, FOV) 和图像重叠率共同决定. 其中: 无人机的位置用飞行高度来表示; 相机视场角也称视角, 是指无人机的光学相机处能够接受地面影像的角度范围, 主要包括水平视场角和垂直视场角. 图像重叠率是指连续拍摄的不同图片在横向或纵向上的重叠比例, 在无人机监控和航拍等场景中, 为了生成连续的影像或视频, 无人机实际作业范围是指重叠后的视野范围大小.

在众多的研究中, 方形网格的大小一般与无人机的作业范围相匹配, 而一些应用场景要求单元格具有较高的分辨率<sup>[69]</sup>. 例如, 在无人机三维重建问题中, Xiao等<sup>[38]</sup>通过计算得到满足图像重叠率和分辨率要求的最优栅格宽度和无人机飞行高度.

图4表示无人机高度与相机视角的关系, 则无人机在高度 $h$ 处的视野范围通过如下公式计算<sup>[70]</sup>:

$$W = 2h \times \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right), \quad (1)$$

$$L = 2h \times \tan\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad (2)$$

其中:  $h$ 为无人机高度,  $\alpha$ 为水平视场角,  $\beta$ 为垂直视场角,  $W$ 表示无人机的视野宽度,  $L$ 表示视野长度. 依据无人机视野范围和重叠率, 可计算单元格尺寸和大小.

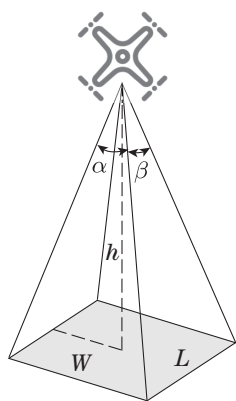


图4 无人机相机视线范围

Fig. 4 Fov of UAV camera

栅格地图法的性能取决于单元格的数量, 当单元格数量增加时, 路径规划算法的复杂度将大大增加.

因此, 栅格地图法多用于对小范围区域的环境建模. Kyaw等<sup>[71]</sup>采用了Boustrophedon分解法来划分网格图, 将划分后各个单元间的距离用质心的曼哈顿距离来表示. 这种方法将复杂网格图的遍历转化为邻接图TSP问题, 有效提升了算法的效率.

#### 4 覆盖路径规划模型

对于覆盖路径规划问题, 决策者需要在满足各种约束条件下找到无人机的最优路径. 一些研究中将这类问题抽象为线性规划问题<sup>[26]</sup>和单目标优化问题或多目标优化问题<sup>[4]</sup>等, 并建立数学模型求解. 常用的求解模型主要有混合整数规划模型、混合整数线性规划模型 (mixed-integer linear programming, MILP)<sup>[5, 72-74]</sup>等. 混合整数规划模型适合处理多种约束, 因此被广泛应用于覆盖路径规划问题的求解中. Yu等<sup>[72]</sup>建立了混合整数线性规划模型, 以平衡作业时间和任务面积为目标优化任务分配与规划覆盖. Ahmed等<sup>[75]</sup>将覆盖路径规划问题表示为两阶段优化问题, 即第1阶段定义兴趣点, 第2阶段构造通过兴趣点的路径. 以最小化能量消耗为目标建立MILP模型.

在混合整数线性规划模型中, 无人机和覆盖区域称为决策变量, 如用0-1变量表示区域是否被覆盖, 用元组表示无人机的速度、位置、方向等状态信息; 目标函数是最大化工作收益或最小化工作成本; 约束条件主要包括无人机性能参数、使用要求和环境特征等约束. 具体来说, 利用环境建模方法将目标区域表示为一系列子区域和单元格, 这些子区域或单元格称为节点, 节点与相邻节点间的边共同构成无向图. 因此, 覆盖路径规划问题的目标可进一步描述为生成搜索无向图内所有节点的最优路径. 对图中的所有节点进行编号, 用 $N = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ 表示节点集, 其中节点编号为0表示无人机基地;  $M = \{1, 2, \dots, m\}$ 表示所有的无人机,  $d_{ij}$ 表示节点 $i$ 与节点 $j$ 之间的距离,  $v_k$ 表示无人机的飞行速度. 变量 $x_{ij}^k = 1$ , 代表无人机 $k$ 从节点 $i$ 到达节点 $j$ , 否则 $x_{ij}^k = 0$ . 因此, 一种求解多无人机覆盖路径规划问题的混合整数规划模型的基本形式如下<sup>[73]</sup>:

$$\min(\max T_k). \quad (3)$$

使得

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^n x_{ij}^k = 1, \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij}^k = 1, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ip}^k - \sum_{j=1}^n x_{pj}^k = 0, \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{0j}^k = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n x_{i0}^k, \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{0j}^k \leq m. \quad (8)$$

在此模型中, 目标函数为最小化无人机的最大任务完成时间. 为简化问题, 无人机的飞行被视为匀速运动, 并忽略起飞、转弯等过程的速度变化. 因此, 无人机的任务完成时间 $T_k$ 可以用总距离除以飞行速度来表示, 即

$$T_k = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{x_{ij}^k d_{ij}}{v_k}. \quad (9)$$

约束(4)和(5)表示除基地外, 每个节点被无人机覆盖一次; 约束(6)表示到达某节点和离开该节点的是同一架无人机; 约束(7)表示从基地起飞的无人机数量等于返回基地的无人机数量; 约束(8)表示从基地起飞的无人机数量不超过最大数量.

#### 4.1 目标函数

根据问题特点和模型的不同, 无人机覆盖路径规划问题的目标函数有多种形式. 其中成本因素是被考虑最多的因素. 最常见的方法是最小化路径总长度<sup>[22, 76]</sup>, 在速度保持一致时, 也可以用最小化任务完成时间来表示<sup>[5]</sup>. 由于无人机的转弯过程产生了额外的时间和能量消耗, 因此减少转弯次数成为优化目

标<sup>[41, 56]</sup>. 除了转弯次数外, Gong等<sup>[77]</sup>将无人机在栅格地图内运动方向的改变即转弯角度考虑在内, 构建了基于转弯角度和距离的能量消耗函数. Valente等<sup>[41]</sup>对无人机运动过程的加权多项式表示目标函数. 对于多无人机问题而言, 常见的目标函数是最小化多无人机系统的最长任务完成时间<sup>[25-26, 72, 78]</sup>.

此外, 覆盖面积是衡量覆盖路径效率的重要因素. Ji等<sup>[44]</sup>用被覆盖网格数除以区域内网格总数来计算总覆盖率, 但忽略了对相同网格的多次覆盖的情况. Bolourian等<sup>[76]</sup>针对无人机对桥梁结构检测问题, 在三维栅格建模的基础上设置风险区, 采用加权计算的方式表示覆盖率. 在一些文献中, 目标函数包括优化无人机位置、高度航线重叠率等因素, 以获得精度更高的图像<sup>[38, 79-80]</sup>.

除了单目标优化函数外, 一些研究采用多目标函数作为评价指标. Li等<sup>[4]</sup>建立了基于最短时间最大覆盖的混合整数规划模型. Sadek等<sup>[81]</sup>建立了综合多个因素的多目标适应度遗传算法对路径的质量进行评价; Baik等<sup>[82]</sup>将多目标目标函数定义为最大化时间效益、图像精度与覆盖率的加权求和, 由于目标函数非线性且不可微, 因此设计了启发式算法求解. 表4总结了相关文献.

表4 目标函数

Table 4 The objective function

文献	最小化能量消耗			最大化覆盖指标	
	路径长度	完成时间	转弯次数/角度	覆盖面积/覆盖率	图像精度
[6-7, 42, 44, 55]	✓	✓			
[23, 36, 56, 65, 70, 83]	✓		✓		
[5, 32, 84]		✓		✓	
[22, 85]	✓			✓	
[77, 83]	✓	✓	✓		
[38, 79]	✓				✓
[82, 86]		✓		✓	✓

#### 4.2 约束条件

无人机覆盖路径规划问题的建模和求解需要考虑各种约束条件, 通过对相关文献中各种假设及约束的梳理, 本文将无人机覆盖路径规划问题的约束条件分为无人机、路径和环境3个方面, 如表5所示.

首先, 对于无人机自身, 其电池容量和航程有限, 在规划路径时必须为无人机预留一定的航程, 保证其能够返航或者到达目的地. 出于续航能力的考虑, 单架无人机的作业时间和速度被限制在一定范围内<sup>[1]</sup>. 无人机的数量也是研究中必须考虑的因素, 需要同时满足覆盖任务和降低成本的要求. 一些研究对无人机的转弯半径、飞行高度等运动进行了定义, 称为无人机的运动学约束. 例如无人机的最大爬升和俯冲角

度、转弯半径和轨迹平滑等<sup>[85, 87-88]</sup>.

其次, 无人机的路径必须是可到达的, 即各个覆盖目标节点组成的无向图是连通的. 无人机能够从当前位置出发对规划路径内的任意目标进行覆盖, 称为路径的可行性. 路径的独立性是指无人机的路径覆盖区域内的每个目标. 此外, 在一些研究中无人机仓库、充电站的位置也是路径约束中必须考虑的因素. 例如, 无人机从同一个仓库出发, 在任务完成后返回原仓库<sup>[36, 84]</sup>. 覆盖区域内也可设置多个充电站, 在无人机电量耗尽时提供充电服务<sup>[2]</sup>.

最后, 环境约束对覆盖路径规划问题有着重要影响. 覆盖区域地形、建筑等环境条件会对无人机飞行和工作产生影响, 这些约束也被称为障碍物或禁飞区.

在多数覆盖路径规划问题中, 无人机要避免与障碍物发生碰撞或闯入禁飞区, 这使得覆盖路径规划过程更加复杂.

### 5 覆盖路径规划算法

针对无人机覆盖路径规划问题, 研究人员提出了多种求解算法. 根据算法特点, 本文将覆盖路径规划算法分为经典算法、构造式启发式算法 (constructive heuristic algorithm)、元启发式 (meta-heuristic algorithm)

和学习类算法, 详细分类如图5所示. 其中经典算法是指求解传统路径规划问题的经典算法, 这些经典算法通常作为覆盖路径规划算法的一部分, 经过迁移和拓展或与其他搜索算法相结合, 以求解无人机覆盖路径规划问题. 相比于经典算法, 构造式启发式算法、元启发式算法和学习类算法是对问题的整体求解算法, 能够独立求解具有复杂约束的覆盖问题. 表6、表7和表8分别梳理了相关算法的代表性文献.

表5 约束条件

Table 5 Constraint condition

文献	无人机约束			路径约束		环境约束		
	航程	数量	运动	可行性	独立性	仓库	障碍物	其他
[7, 23-24, 30]	✓			✓	✓			
[79, 81]	✓		✓	✓	✓			
[3, 6, 35, 69]	✓	✓		✓	✓	✓		
[37, 80]	✓		✓	✓	✓		✓	
[2, 87]	✓		✓	✓	✓	✓		
[88]	✓			✓	✓	✓	✓	✓

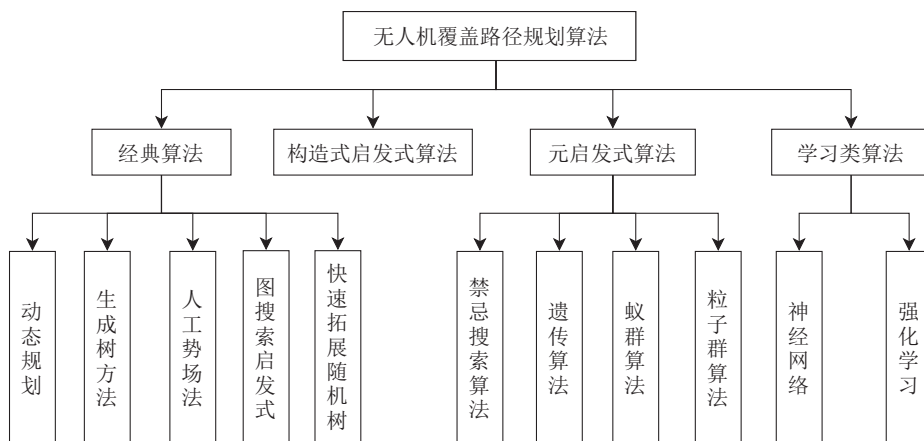


图5 无人机覆盖路径规划主要算法

Fig. 5 The main algorithms of UAV coverage path planning

如图6所示, 通过对采用不同覆盖路径规划算法的国内外文献占比和数量进行统计, 可以看到, 元启发式算法文献数量为62篇, 占比达到42%, 是被采用最多的一类算法. 经典算法和构造式启发式算法的文献数量相差不大, 是求解无人机覆盖路径规划问题的常用方法. 此外, 学习类算法占比达到了16%, 近年来对这类算法的研究也逐渐增加.

#### 5.1 经典算法

覆盖路径规划属于路径规划领域的范畴, 一些求解路径规划问题的经典算法, 同样也适用于覆盖路径规划问题. 本节梳理了常用的经典算法, 主要有生成树方法 (scanning tree coverage, STC)、动态规划 (dynamic programming)、快速拓展随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT)、人工势场法 (artificial potential

field, APF)、波前算法 (wavefront algorithm) 和图搜索启发式算法等.

##### 5.1.1 生成树方法

生成树方法将二维平面划分成一系列大小相等且连续分布的网格, 无人机在网格地图内寻找并遍历最小生成树实现对区域的完全覆盖. 最常见的网格划分方法有栅格地图法、单元分解法等<sup>[89]</sup>. 无人机首先以当前位置作为根节点, 找到最小生成树, 然后沿生成树的一侧进行移动, 直至到达树叶节点, 最后沿另一侧返回生成树根节点, 得到完整无重复的覆盖路径. 如图7所示, 其中黑色直线和圆点表示生成树的边和点, 红色直线表示无人机覆盖路径.

生成树方法的覆盖性能取决于给定的生成树, 构建合理的生成树能够有效减少覆盖时间<sup>[90]</sup>. 一些方法

如Dijkstra算法和Prim算法能够有效生成最小生成树. 针对多无人机覆盖问题, 生成树方法通常将区域进行划分, 然后在每个划分后的区域内, 每个无人机单独应用生成树方法生成一条全覆盖路径. Gabriely等<sup>[89]</sup>提出了一种基于拍卖机制的多机器人生成树覆盖方法(ant-like spanning tree covering, A-STC), 这种方法以相邻生成树的节点作为拍卖项目, 能够平衡各机器人的任务量, 最后通过与遗传算法<sup>[91]</sup>和DARP算法<sup>[92]</sup>的对比分析了A-STC算法的性能. Feng等人<sup>[34]</sup>针对区域的持续覆盖要求, 利用最小生成树的方法确定了所需无人机的最小数量, 并利用成本函数处理了不同优先级区域的覆盖问题.

生成树方法在面对区域和障碍物的形状较为规则

的环境时表现较好, 但是当区域较狭窄难以分解为4个小方格时, 无人机不能越过障碍进行扫描. 基于生成树的方法虽然能获得精确的覆盖路径, 但是树形结构带来了额外的转弯, 一些研究这种算法做出了改进. Dong等<sup>[83]</sup>提出了一种人工加权生成树覆盖方法, 引入了重复覆盖的惩罚项, 能够最大限度地减少区域划分产生的重叠部分. 文献[35]对这种人工加权生成树构造方法做了进一步研究, 重新设计了对轨迹重叠部分的惩罚项, 在消除子区域的冗余度方面取得了更好的效果. 利用启发式算法来构建生成树也是一种有效的方式. Gao等<sup>[39]</sup>提出一种改进的蚁群优化(ant colony optimization, ACO)算法, 用以寻找具有最优结构的生成树, 减少机器人的转弯次数.

表6 经典算法

Table 6 Classical algorithms

方法	适用范围及优点	局限性	算法改进	文献
生成树方法	用于求解多无人机协同覆盖问题, 在有障碍物环境下具有优势	构造生成树的过程较复杂, 不适用于求解大规模问题 依赖于栅格地图建模 路径转弯次数较多	减少转弯次数 设置惩罚项, 减少路径重叠 优化根节点位置	Gabriely (2001) <sup>[89]</sup> Agmon (2006) <sup>[90]</sup> Gao (2019) <sup>[93]</sup> Dong (2020) <sup>[83]</sup> Chleboun (2023) <sup>[35]</sup>
动态规划	精确求解算法 能得到全局最优解	不适用于求解大规模问题	将动态规划与启发式、图搜索算法结合 采用降维操作, 减小计算复杂度	Morin (2013) <sup>[94]</sup> Vroegindewei (2014) <sup>[95]</sup> Sadek (2018) <sup>[81]</sup> Cheng (2019) <sup>[96]</sup>
快速拓展随机树	算法原理简单, 搜索能力强	受区域内节点和障碍物分布影响较大, 难以保证路径最优性	多向RRT*算法	Bouid (2017) <sup>[97]</sup> Wu (2019) <sup>[98]</sup> 闫川(2023) <sup>[99]</sup>
波前算法	算法原理简单, 适用于小范围区域	依赖于栅格地图建模 路径转弯次数较多	梯度上升波前算法	Valente (2013) <sup>[41]</sup> Campo (2020) <sup>[11]</sup> Pérez-González (2021) <sup>[32]</sup>
人工势场法	算法原理简单, 适用于有障碍物环境	受势场函数影响大, 容易陷入引力和斥力之间	势场填充策略, 引入回归搜索 预测人工势场法	Ahmadi (2018) <sup>[85]</sup> Song (2020) <sup>[100]</sup> Ma (2022) <sup>[80]</sup> Cao (2020) <sup>[101]</sup>
图搜索启发式算法	算法适用范围广, 可用于栅格地图和区域分解环境	不适用于求解大规模问题	与动态规划、元启发式算法结合, A*算法, D*算法的改进	Viet (2013)[115] <sup>[102]</sup> Chen (2018) <sup>[103]</sup> Liu (2019) <sup>[104]</sup> Guo (2022) <sup>[105]</sup>

表7 构造式启发式算法

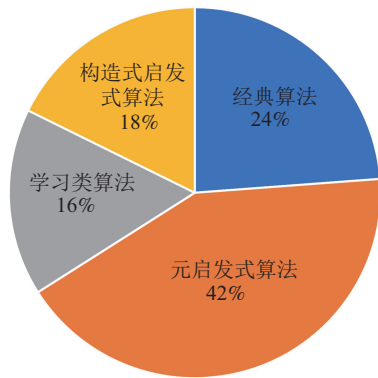
Table 7 Constructive heuristic algorithms

文献	问题特点	算法	环境建模	算法特点
Lin (2014) <sup>[7]</sup>	野外搜救、检测概率	离线	二维、栅格地图法	依赖于解的特征 逐步构造得到完整解 计算复杂度较低
Almadhoun (2019) <sup>[86]</sup>	无人机三维结构覆盖	离线	三维、栅格地图法	
Melo (2021) <sup>[46]</sup>	未知环境、无人机运动数学模型	在线	三维、栅格地图法	
Luna (2022) <sup>[78]</sup>	基于装箱问题的启发式	离线	二维	
Sanchez-Fernandez (2022) <sup>[106]</sup>	能见度、视觉覆盖	离线	二维	
Li (2023) <sup>[47]</sup>	多机器人、拍卖机制	离线	二维、区域分解法	

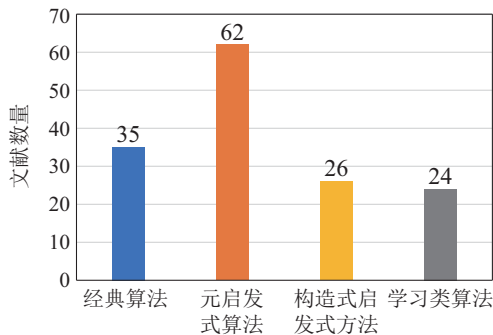
表 8 元启发式算法

Table 8 Meta-heuristic algorithms

方法	适用范围及优点	局限性	算法改进	文献
遗传算法	算法全局搜索能力强、适用于求解复杂约束问题; 适用于求解多区域覆盖问题	搜索空间复杂度高、计算时间长, 难以求解大规模问题; 路径规划效果与染色体设计有关	多目标适应度函数 基于模式的遗传算法	Kapanoglu(2012) <sup>[91]</sup> Tang (2021) <sup>[107]</sup> Bolourian (2020) <sup>[76]</sup> Shivgan (2021) <sup>[108]</sup> Yuan (2022) <sup>[88]</sup>
蚁群算法	算法全局搜索能力强、不容易陷入局部最优适用范围广	搜索空间复杂度高、收敛速度慢 算法参数对搜索效果有较大影响	最大最小蚂蚁系统; 与局部搜索算法、启发式算法结合; 基于奖励策略的异步蚁群算法	Wang (2016) <sup>[109]</sup> Han (2020) <sup>[31]</sup> Xuan(2020) <sup>[45]</sup> Li (2021) <sup>[37]</sup> Wang (2022) <sup>[65]</sup>
粒子群算法	参数设置少、收敛速度快、能够找到多个、近似最优解	早期收敛过快, 容易陷入局部最优; 对初始种群较为敏感	自适应惯性权重因子; 分布式粒子群优化算法	Phung (2017) <sup>[9]</sup> Baik (2019) <sup>[82]</sup> Shang (2020) <sup>[79]</sup> Ahmed (2021) <sup>[110]</sup> Bisht (2022) <sup>[111]</sup>
模拟退火算法	具有全局搜索能力, 算法爬坡能力强	收敛速度快、搜索效率受降温速率的影响	将模拟退火算法与局部搜索算法和元启发式结合	Fendji (2020) <sup>[92]</sup> Xiao (2021) <sup>[38]</sup> Liu (2022) <sup>[112]</sup> Apostolidis (2022) <sup>[113]</sup> Ahmed (2023) <sup>[75]</sup>



(a) 文献占比



(b) 文献数量

图 6 不同覆盖路径规划算法的文献占比和数量

Fig. 6 The proportion and number of different algorithms about coverage path planning

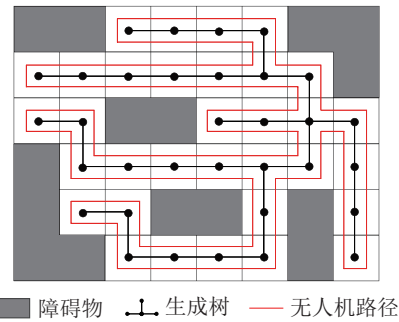


Fig. 7 The schematic diagram of spanning tree coverage

### 5.1.2 动态规划

动态规划是将多阶段决策问题转化为一系列单阶段最优化问题. Cheng等<sup>[96]</sup>将动态规划技术应用到对覆盖空间的图模型的搜索和优化过程中, 通过递归回溯找到代价最小的全覆盖路径. Huang<sup>[114]</sup>建立区域邻接图, 用动态规划方法寻找邻接图的最优覆盖顺序. Sadek等<sup>[81]</sup>将CPP问题分解为多个子问题, 迭代更新机器人当前位置和障碍物位置和已构造路径, 并利用多目标遗传算法生成解决方案. Morin等<sup>[94]</sup>提出了一种基于动态规划和旅行商的混合算法, 第1阶段构造路径片段集以最大化收益, 这类似于最大子数组 (maximum subarray problem) 问题, 可用动态规划求解器求解; 第2阶段是将路径片段简化为TSP问题中的客户, 以最短路径连接各个片段.

动态规划方法是一种精确求解方法,当问题规模增加时,面临计算复杂度过大的问题. Xie等<sup>[19]</sup>设计了基于动态规划的精确算法解决TSP-CPP问题,这种方法能够在可接受的时间内求得问题的最优解,但在区域数量扩展时面临计算困难. Wang等人<sup>[115]</sup>提出了基于降维的动态规划方法,以减小计算复杂度.

### 5.1.3 快速拓展随机树

快速拓展随机树算法是一种基于采样的路径规划算法. 如图8所示,算法以给定的起始点作为随机树根节点,通过随机采样生成叶节点使得随机树不断生长,直至树中节点到达目标点. RRT算法结构简单,搜索能力强,能够解决复杂约束问题<sup>[116]</sup>. 在覆盖路径规划问题中, RRT算法多用于寻找最佳访问路径,将其与传统的覆盖路径规划方法相结合是解决多区域覆盖或多机覆盖问题的有效方法<sup>[98,117]</sup>.

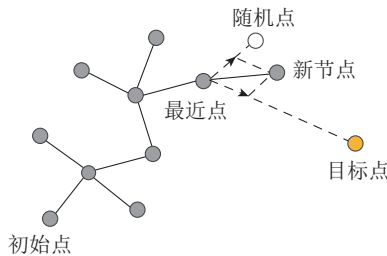


图8 快速拓展随机树构造过程

Fig. 8 The construction process of rapidly-exploring random tree

RRT算法能够得到覆盖问题的可行解,但不能保证最优性. 为了解决这个问题,研究人员对RRT算法做了多种改进. 其中RRT\*算法是一种渐进优化算法,在构建随机树的过程中,设置重新选择父节点和重布线操作以减少路径代价,随着采样点的增加,能够逐渐找到最优解<sup>[118]</sup>. 闫川等<sup>[99]</sup>采用RRT\*算法计算无人机访问各搜索区域的最佳顺序,设计了新的采样点选取方式和新节点生成规则,使得随机树能够快速找到目标点,并具有自主跳出障碍死区的特点. Bouzid等<sup>[97]</sup>利用网格化的方法,在覆盖区域内生成离散的兴趣点(points of interest, POI),并提出了一种改进的多向RRT\*算法,通过设置最大节点数,删除不必要节点和中间节点更新随机树. 这种算法用于在规避障碍物的情况下,计算出兴趣点间距离转换矩阵. 在此基础上,利用启发式算法,求解通过所有兴趣点的最短覆盖路径.

### 5.1.4 人工势场法

人工势场法是一种经典的机器人路径规划方法,基本思想是将机器人运动看做是虚拟力场中的受力运动,运行方向和速度由引力场和斥力场共同决定<sup>[119]</sup>. 在覆盖路径规划问题中,人工势场法可用于构建成本转移矩阵,与其他启发式算法或路径规划方法

相结合求解最优覆盖路径. Cao等<sup>[101]</sup>针对集中式的无人机编队路径规划问题,设计了一种基于概率路线图的方法以规划无人机编队路径,采用了人工势场法控制无人机编队队形和移动方式. Jayaweera等<sup>[120]</sup>将无人机用于拓展地面车辆的侦察和前视范围,提出了无人机跟随地面车辆的覆盖路径规划问题,设计了增强型动态人工势场算法,以车辆的引力引导无人机跟随,以障碍物的斥力形成无碰撞路径. 人工势场法在应用中受到势场函数的影响,存在在到达目标点前陷入局部最小值的问题. 因此, Min等<sup>[121]</sup>考虑到了这个问题,将模拟退火算法与人工势场法结合避免陷入局部最优. 针对传统人工势场法在运动规划中存在的不足,如梯度下降率为常数、路径转弯角度过大等问题, Song等<sup>[100]</sup>设计了基于运动模型的角度平滑和自适应速度调节策略,生成更加平滑合理的路径.

### 5.1.5 波前算法

波前算法是一种基于栅格地图的路径规划方法,最早由Zelinsky等<sup>[122]</sup>提出. 其基本过程如图9所示:首先对栅格地图内的所有单元进行赋值,将终点单元的值设为0,与终点单元相邻的单元格取值设为1,逐渐增加形成波阵面;然后,机器人从开始单元出发,从大到小依次遍历图中未覆盖单元格,直至到达终点. 波前算法采用广度优先搜索的方式遍历邻接单元图Valente<sup>[41]</sup>,若相邻单元格取值相等,则随机选择其中一个单元. 此外,梯度上升搜索也是波前算法的一种常用方法,能够确保机器人在到达终点前遍历具有更高值的所有单元格<sup>[70]</sup>.

波前算法的原理简单,易于实现,在生成小范围或简单规则区域的覆盖路径上更有优势. 波前算法是一种经典的算法,在一些研究中可用于和其他算法作性能对比<sup>[32]</sup>. Campo等<sup>[1]</sup>比较了波前算法、Dijkstra算法和基于螺旋覆盖的精确算法在覆盖率、总距离和转弯数量等评价指标上的性能差异,这种方式能够为不同特点的区域提供一种最优的算法选择. 波前算法依赖于栅格地图建模,由于栅格地图法自身的局限性,算法产生的覆盖路径转弯次数较多. 因此,在一些研究中定义了基于转弯角度的代价函数,以减少路径中不必要的转弯<sup>[23,41]</sup>.

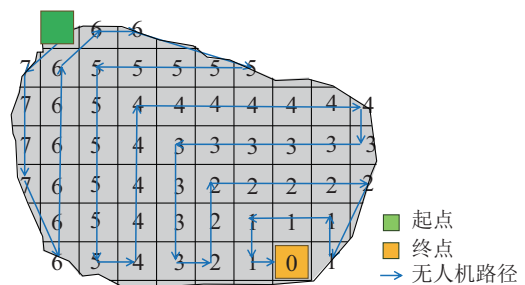


图9 波前算法示意图

Fig. 9 The diagram of wavefront algorithm

### 5.1.6 图搜索启发式算法

图搜索启发式算法是指根据图形结构搜索问题最优解的一类启发式算法, 主要有Dijkstra算法、A\*算法、D\*算法等<sup>[14]</sup>。Dijkstra算法是一种经典的最短路径算法, 用于计算一个节点到其他节点的最短距离。Ahmadi等<sup>[85]</sup>以单元的覆盖优先级权重值定义了网格图, 将求解最短路径问题转化为最大覆盖值问题。A\*算法于1968年提出, 基本思想是以启发式函数作为节点的综合评估值, 在每一步的节点搜索过程中, 选择综合评估值最高的节点作为下一步搜索节点, 重复进行直到找到最优路径<sup>[123]</sup>。A\*算法是Dijkstra算法与最佳有限搜索算法(best priority search, BFS)的结合<sup>[104]</sup>。Guo等<sup>[105]</sup>针对传统A\*算法容易陷入死区的问题, 设计了改进的A\*算法, 使无人船能够以障碍物顶点为过渡点跳出死区, 由于网格中障碍物的尺寸被放大, 这种方式在实际中既避免了发生碰撞, 又能够获得更短的路径。Viet等<sup>[102]</sup>提出了一种基于Boostr-ophedon路径和A\*搜索的BA\*算法, 以尽可能短的路径覆盖可达区域。基于A\*算法, Stentz等<sup>[124]</sup>提出了一种动态搜索算法称为D\*算法, 适用未知环境或者环境动态变化的场景。D\*算法可根据任务需求, 选择不同的优化指标计算下一个节点的成本函数值, 选择最优节点<sup>[103]</sup>。

### 5.2 构造式启发式算法

构造式启发式算法(constructive heuristic algorithm)是一类启发式方法, 通过逐步构建解决方案来优化问题。这类算法从一个空节或部分解开始, 根据启发式规则或局部信息, 逐步选择和添加最优的组件, 最终生成完整的解决方案。Li等<sup>[4]</sup>提出了基于贪婪思想的多无人机加权目标扫描覆盖方法, 在每一次搜索中, 为无人机分配满足飞行时间最短、权值最大的目标点, 重复进行, 直到所有无人机返回基地或者所有目标被覆盖。Luna等<sup>[78]</sup>将覆盖路径规划问题抽象为以路径点为物品、无人飞机为箱子的装箱问题, 提出了一种基于箱装填轨迹规划(bin packing trajectory planner, BINPAT)启发式算法, 求解过程分为轨迹打包和任务分配两个阶段, 在此基础上设计了Powell-BINPAT算法以最小化任务时间成本。Melo等<sup>[46]</sup>将线性优化模型与启发式算法相结合, 设计了启发式的信息更新策略, 用于在已有路径中插入新发现节点。Yu等<sup>[72]</sup>设计了一种多区域覆盖问题的启发式算法, 首先考虑有效覆盖任务比例和任务量的启发式算法, 为多架无人机生成有效和平衡的区域分配方案。Li等<sup>[47]</sup>提出了基于信用的启发式Dubins多机器人覆盖路径规划算法, 在覆盖区域划分过程中设计了类似拍卖机制的区域交易方式, 产生均衡分配的任务分区。李鸿一等<sup>[125]</sup>提出了基于交易规则的采样点优化算法, 以提

升区域搜索覆盖能力。

### 5.3 元启发式算法

元启发式算法是启发式算法的改进, 将随机搜索和局部搜索算子相结合。在解决无人机覆盖路径规划问题中, 元启发式算法应用广泛, 常用方法有遗传算法(genetic algorithm, GA)、蚁群算法(ant colony optimization, ACO)、粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)和模拟退火算法(simulated annealing, SA)等<sup>[126]</sup>。

#### 5.3.1 遗传算法

遗传算法是一种模拟生物界遗传机制和生物进化理论的元启发式算法, 基本过程是通过种群的初始化、选择、交叉、遗传和变异等操作寻找近似最优解, 具有自组织、自适应的特点和全局搜索能力, 能够用于求解多种复杂优化问题<sup>[127]</sup>。遗传算法中, 解的编码是将问题的可行解表示为染色体上的一组基因, 编码方式影响着遗传算法的搜索能力和效率。在无人机覆盖路径规划问题中, Tang等<sup>[107]</sup>用深度优先搜索策略将目标区域分解为一系列凸多边形, 并用凸多边形重心表示子区域位置, 最后用遗传算法求解无人机遍历子区域的最短路径, 这类似于TSP问题, 可采用简单的顺序排列方式构建染色体。Shivgan等<sup>[108]</sup>以航路点和边表示问题的解空间, 利用遗传算法搜索满足最小化能量消耗的覆盖路径。遗传算法的全局搜索能力和自适应性特点在解决TSP-CPP问题具有优势, 是一种常用的方法<sup>[22, 97]</sup>。遗传算法除了能够搜索最优覆盖路径外, 还可用于优化覆盖区域的分解与合并策略, 产生能够满足无人机运行时间约束下, 最小化任务总时间的区域分解方案<sup>[3]</sup>。

在解的优化过程中, 通过改进种群初始化和进化过程能够有效提升遗传算法的性能。Yuan等<sup>[88]</sup>采用佳点集算法用以生成均匀分布的初始种群, 相比于随机化初始种群的方法, 不容易陷入局部最优。Xie等<sup>[36]</sup>用遗传算法求解具有能量约束的多无人机多区域覆盖路径规划问题, 在适应度函数中引入了动态惩罚因子用以惩罚不可行解, 避免删除不可行解使搜索陷入停滞。

#### 5.3.2 蚁群算法

蚁群算法(ACO)是从蚂蚁觅食行为中得到启发, 是一种基于种群的元启发式算法<sup>[126, 128]</sup>。其基本思想是用蚂蚁的路径代表优化问题的可行解, 种群中蚂蚁通过信息素的交流不断更新迭代寻找最优解<sup>[129]</sup>。蚁群优化算法具有较好的局部搜索和全局搜索能力。例如, Wang等<sup>[65]</sup>将蚁群算法应用到一种基于多目标多约束的农业机器人覆盖路径规划中, 这种方法具有高覆盖率、低能耗和环境适应性强的特点, 研究人员在仿真实验和实际案例中验证了算法性能。Han等<sup>[31]</sup>针

对水下潜航器的全覆盖海洋探测任务中,设计了启发式的能量消耗规则和信息素更新规则,能够建立低能耗和安全无碰撞的航行路线。

一些研究将蚁群算法和局部搜索算法结合以改进算法性能。Wang等<sup>[109]</sup>设计了一种双层启发式优化算法,首先对区域进行切分和栅格化处理,而后采用蚁群算法生成机器人对上层区域的访问顺序,最后利用禁忌搜索算法对每个区域内的栅格进行覆盖。Jia等<sup>[84]</sup>将贪婪策略和蚁群算法结合,利用蚁群算法的正反馈机制对贪婪搜索产生的初始解进行迭代改进。Chen等<sup>[26]</sup>设计了基于线性规划和蚁群系统(ant colony system, ACS)的异构多无人机覆盖路径规划算法,以最小化多机协同系统的最大任务完成时间为目标,优化区域扫描顺序和无人机覆盖路径。Gong等<sup>[77]</sup>提出了一种自适应蚁群优化算法,通过并行计算方式大大减少了算法的计算时间。

### 5.3.3 粒子群算法

粒子群优化算法是一种模拟鱼群或鸟群的社会行为发展而来的一种全局优化算法。种群中每个粒子具有位置和速度,粒子能够在搜索空间中独立地运动,并在与其他粒子的相互作用中寻找全局最优解<sup>[130]</sup>。

在粒子群算法的迭代搜索过程中,粒子的速度更新由惯性权重、个体学习因子和社会学习因子共同决定。为了使粒子更快的收敛到全局最优解,Wang等<sup>[48]</sup>设计了一种非线性递减的自适应惯性权重因子,使得PSO算法在早期迭代中具有较强的搜索能力,而在后期趋于稳定。文献将收缩因子引入速度更新策略。此外,一种收缩因子法能够控制粒子的更新速度,使算法具有更好的收敛性<sup>[111]</sup>。

PSO算法具有易于实现,参数设置简单等特点,能够快速求解出问题的最优或近似最优解<sup>[131]</sup>。Ahmed等<sup>[110]</sup>设计了基于粒子群算法的分布式覆盖路径规划算法,能够在较短的时间内生成多无人机协同无碰撞路径。Shang等<sup>[79]</sup>在PSO算法框架中引入了贪婪启发式思想,递归更新全局最优解,增强算法的全局搜索能力。

### 5.3.4 模拟退火算法

模拟退火算法最早于1983年提出<sup>[132]</sup>,是一种通用的元启发式优化算法。其基本原理来源于金属退火过程,首先给定初始温度和初始解,在每个温度下随机搜索,缓慢降低温度,并且具备一定概率跳出局部最优解的性质,最终找到目标函数的全局最优解<sup>[133]</sup>。

在模拟退火算法中,局部搜索算子和Metropolis准则为算法提供了跳出旧解接受新解和找到全局最优解的可能。Baik等<sup>[82]</sup>定义了基于梯度的决策变量移动更新策略,产生满足问题约束的解邻域空间。Liu等<sup>[112]</sup>将RRT\*算法和模拟退火算法相结合解决机器

人光学表面扫描问题,首先利用RRT\*算法生成三维表面的最佳视点集,然后利用模拟退火算法产生无碰撞的最优视点扫描序列。Fendji等<sup>[92]</sup>将往复覆盖算法、基于K-opt的局部搜索算法与模拟退火算法相结合称为BFKSA算法,这种算法相比于传统的K-opt算法和模拟退火算法,在减少任务完成时间和能量消耗上有着明显改进。何庆等<sup>[134]</sup>设计了一种遗传模拟退火算法,利用Metropolis准则定义不同的跳变概率对交叉变异后的种群个体分别进行处理,形成新一代种群。具体来说,这种算法在温度较高时具有较强的爬坡能力,在温度降低时,能够快速收敛。

## 5.4 学习类算法

除了上述方法之外,一些研究中采用了学习类算法来求解覆盖路径规划问题,如神经网络(neural network)和强化学习算法(reinforcement learning)等。生物启发神经网络(biological inspired neural network, BINN)是一种在路径规划领域中被广泛使用的智能算法。在BINN模型中,用神经元表示任务区域,神经元的兴奋性输入来自未覆盖区域,而抑制性输入来自环境中的障碍物,通过计算神经元活动值的变化构造覆盖路径<sup>[135]</sup>。Halim等<sup>[133]</sup>将这种模型拓展至完全位置环境下的机器人覆盖,并实现了环境地图构建和机器人自主覆盖导航。Tang<sup>[136]</sup>提出了改进的BINN算法,引入跳点搜索算法使得算法快速脱离死区,并改进了神经元激励值输入公式,使得算法以不同优先级覆盖区域。Sun等<sup>[137]</sup>提出了基于GBNN算法的多水下潜航器(autonomous underwater vehicle, AUV)协同覆盖路径规划策略,每个AUV将其他AUV视为移动的障碍物,共享环境信息并分工协作规划出无碰撞的全覆盖路径。Xu等<sup>[138]</sup>提出了一种用于无人水面舰艇的全覆盖神经网络算法,设计了简化的神经活动计算公式以减少计算时间。

强化学习算法是一种基于学习的人工智能算法,智能体通过与环境信息交互学习,获得潜在的最优路径。强化学习方法在求解环境先验信息较少的问题时具有优势,Ai等<sup>[139]</sup>设计了基于马尔科夫决策过程的海上船舶自主覆盖路径规划算法,用以多目标优化奖励函数为导向,并设计了基于贪心策略的动作选择策略。Krishna等<sup>[140]</sup>采用具有长短期记忆的卷积神经网络来近似确定任意状态下的动作概率函数,采用了Actor-Critic模型训练决策网络。

## 6 未来研究展望

从当前无人机覆盖路径规划问题研究文献总体来看,在区域环境建模、覆盖路径规划模型和算法设计等方面都积累了一定的研究成果,但是在环境建模的适用性、未知环境覆盖算法和无人机覆盖方式等方面仍需进一步研究。

1) 拓展环境建模方法, 提升在不同场景的适用性. 当前环境建模方法中, 拓扑图法依赖于区域划分生成拓扑信息; 区域分解法受区域形状和障碍物分布等因素的影响较大, 容易产生不规则区域; 栅格地图法采用网格化处理, 对边界和障碍物等信息的处理存在一定误差, 网格的数量也影响着后续路径规划算法的性能. 因此, 改进或研究新的环境建模方法, 尽量减小因误差带来的额外能量消耗和计算复杂度, 使其更加适应真实场景下无人机的覆盖任务需求, 是未来该领域研究的一个重要方向.

2) 针对先验环境信息未知的覆盖路径规划问题, 研究满足时效性和求解质量的覆盖路径规划算法. 目前多数研究基于先验环境信息已知, 设计了多种求解算法, 而针对未知环境或动态环境的覆盖问题, 只是在基于学习的智能算法方面进行了初步探索, 如神经网络、强化学习等. 这类算法的学习能力强但是样本数据需求量大、训练时间长. 因此, 如何在有限时间内快速求解出新的环境条件下的最优路径, 对算法的效率提出了新的挑战. 随着研究的不断深入, 能够适应动态变化环境的在线覆盖路径规划算法成为下一步研究的热点.

3) 面向多任务和多场景的覆盖需求, 探索无人机的新型应用模式, 如考虑无人机与地面车辆/机器人、空中飞艇/直升机、水面舰船等载体相结合, 增强无人机的广域覆盖能力. 现有无人机覆盖路径规划大多只是考虑单纯应用无人机的情况, 对与广域持续覆盖的研究较少. 小型无人机续航能力有限, 当覆盖区域较大时, 地面车辆/机器人、空中飞艇/直升机、水面舰船等可作为无人机的指控与充电平台, 拓展无人机工作范围, 成为无人机应用的新趋势. 新的应用模式必然带来一系列新的多模式协同覆盖路径规划问题, 需要增加无人机与其承载平台的时空协同约束、路径配合等, 建模和求解难度更大, 是未来值得进一步探索的研究方向.

## 7 总结

随着无人机技术的发展, 以无人机为载体的覆盖技术在各种任务场景中的应用越来越普遍, 无人机覆盖路径规划问题成为了路径规划领域新的研究热点. 本文总结了无人机覆盖路径规划问题的相关研究, 从问题概念和特点出发, 介绍问题的分类. 围绕环境建模方法、覆盖路径规划模型和规划算法3个方面进行了详细的综述. 具体来说, 环境建模是进行覆盖路径规划的前提, 是模型构建和算法设计的基础, 要根据环境特点选择合适的环境建模方法; 混合整数线性规划模型是求解无人机覆盖路径规划问题最常用的数学模型, 在建模过程中要综合考虑无人机平台、路径和环境等因素的约束, 要选择合适目标函数评估解

的质量; 覆盖路径规划算法是问题研究的关键, 本文综述了各类求解算法的相关研究, 详细分析了算法原理、应用范围和特点. 最后, 展望了未来无人机覆盖路径规划问题的研究的发展方向, 为开展后续研究提供了参考.

## 参考文献:

- [1] CAMPO L V, LEDEZMAL A, CORRALES J C. Optimization of coverage mission for lightweight unmanned aerial vehicles applied in crop data acquisition. *Expert Systems with Applications*, 2020, 149: 113227.
- [2] OCAMPO A L P, BANDALA A A, DADIOS E P. Coverage path planning on Multi-Depot, Fuel Constraint UAV Missions for Smart Farm Monitoring. *Proceedings of the 2018 IEEE Region Ten Symposium*. Sydney, NSW, Australia: IEEE, 2018: 13 – 18.
- [3] XU Y, HAN Y, SUN Z, et al. Path planning optimization with multiple pesticide and power loading bases using several unmanned aerial systems on segmented agricultural fields. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(3): 1882 – 1894.
- [4] LI J, XIONG Y, SHE J, et al. A path planning method for sweep coverage with multiple UAVs. *IEEE Internet of Things Journal*, 2020, 7(9): 8967 – 8978.
- [5] CHO S, PARK J, PARK H, et al. Multi-UAV coverage path planning based on hexagonal grid decomposition in maritime search and rescue. *Mathematics*, 2022, 10(1): 83.
- [6] CHO S W, PARK H J, LEE H, et al. Coverage path planning for multiple unmanned aerial vehicles in maritime search and rescue operations. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 161: 107612.
- [7] LIN L, GOODRICH M A. Hierarchical heuristic search using a Gaussian mixture model for UAV coverage planning. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2014, 44(12): 2532 – 2544.
- [8] TAN Y, LI S, LIU H, et al. Automatic inspection data collection of building surface based on BIM and UAV. *Automation in Construction*, 2021, 131: 103881.
- [9] PHUNG M D, QUACH C H, DINH T H, et al. Enhanced discrete particle swarm optimization path planning for UAV vision-based surface inspection. *Automation in Construction*, 2017, 81: 25 – 33.
- [10] CHOSSET H. Coverage for robotics-A survey of recent results. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2001, 31(1): 113 – 126.
- [11] GALCERAN E, CARRERAS M. A survey on coverage path planning for robotics. *Robotics & Autonomous Systems*, 2013, 61(12): 1258 – 1274.
- [12] CABREIRA T M, BRISOLARA L B, FERREIRA JR P R. Survey on coverage path planning with unmanned aerial vehicles. *Drones*, 2019, 3(1): 4.
- [13] ALMADHOUN R, TAHA T, SENEVIRATNE L, et al. A survey on multi-robot coverage path planning for model reconstruction and mapping. *SN Applied Sciences*, 2019, 1(8): 847.
- [14] TAN C S, MOHD-MOKHTAR R, ARSHAD M R. A comprehensive review of coverage path planning in robotics using classical and heuristic algorithms. *IEEE Access*, 2021, 9: 119310 – 119342.
- [15] FEVGAS G, LAGKAS T, ARGYRIOU V, et al. Coverage path planning methods focusing on energy efficient and cooperative strategies for unmanned aerial vehicles. *Sensors*, 2022, 22(3): 1235.
- [16] KUMAR K, KUMAR N. Region coverage-aware path planning for unmanned aerial vehicles: A systematic review. *Physical Communication*, 2023, 59: 102073.

- [17] CAO Z, HUANG Y, HALL E L. Region filling operations with random obstacle avoidance for mobile robots. *Journal of Robotic Systems*, 1988, 5(2): 87 – 102.
- [18] IOANNIS R, AIP N, EDWARD S R. Efficient boustrophedon multi-robot coverage: An algorithmic approach. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2008, 52: 109 – 142.
- [19] XIE J, CARRILLO L R G, JIN L. Path planning for UAV to cover multiple separated convex polygonal regions. *IEEE Access*, 2020, 8: 51770 – 51785.
- [20] WANG Ning, HAN Yuxiao, WANG Yaxuan, et al. Research progress of agricultural robot full coverage operation planning. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2022, 53(201): 1 – 19.  
(王宁, 韩雨晓, 王雅萱等. 农业机器人全覆盖作业规划研究进展. *农业机械学报*, 2022, 53(201): 1 – 19.)
- [21] ZHANG Shiyong, ZHANG Xuebo, WAN Jing, et al. A survey on coverage and exploration path planning with multi-rotor micro aerial vehicles. *Control and Decision*, 37(3): 513 – 529.  
(张世勇, 张雪波, 苑晶, 等. 旋翼无人机环境覆盖与探索规划方法综述. *控制与决策*, 2022, 37(3): 513 – 529.)
- [22] PHAM T H, BESTAOUI Y, MAMMAR S. Aerial robot coverage path planning approach with concave obstacles in precision agriculture. *Proceedings of the 2017 Workshop on Research, Education and Development of Unmanned Aerial Systems (RED-UAS)*. Linköping, Sweden: IEEE, 2017: 43 – 48.
- [23] VALENTE J, SANZ D, DDEL CERRO J, et al. Near-optimal coverage trajectories for image mosaicing using a mini quad-rotor over irregular-shaped fields. *Precision Agriculture*, 2013, 14(1): 115 – 132.
- [24] COOMBES M, FLETCHER T, CHEN W, et al. Decomposition-based mission planning for fixed-wing UAVs surveying in wind. *Journal of Field Robotics*, 2020, 37(3): 440 – 465.
- [25] CHEN J, ZHANG R, ZHAO H, et al. Path planning of multiple unmanned aerial vehicles covering multiple regions based on minimum consumption ratio. *Aerospace*, 2023, 10(93): 93.
- [26] CHEN J, LING F, ZHANG Y, et al. Coverage path planning of heterogeneous unmanned aerial vehicles based on ant colony system. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 69: 101005.
- [27] TANG Y, ZHOU R, SUN G, et al. A novel cooperative path planning for multirobot persistent coverage in complex environments. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(8): 4485 – 4495.
- [28] ZUO Y, THARMARASA R, JASSEMI-ZARGANI R, et al. MILP formulation for aircraft path planning in persistent surveillance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(5): 3796 – 3811.
- [29] OTTO A, AGATZ N, CAMPBELL J, et al. Optimization approaches for civil applications of unmanned aerial vehicles (UAVs) or aerial drones: A survey. *Networks*, 2018, 72(4): 411 – 458.
- [30] ZHANG C, WANG X, DU Y. Complete coverage path planning based on ant colony algorithm. *Proceedings of the 2008 15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice*. Auckland, New Zealand: IEEE, 2008, 357 – 361.
- [31] HAN G, ZHOU Z, ZHANG T, et al. Ant-colony-based complete-coverage path-planning algorithm for underwater gliders in ocean areas with thermoclines. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2020, 69(8): 8959 – 8971.
- [32] PÉREZ-GONZÁLEZ A, BENÍTEZ-MONTOYA N, JARAMILLO-DUQUE Á, et al. Coverage path planning with semantic segmentation for UAV in PV plants. *Applied Sciences*, 2021, 11(24): 12093.
- [33] WANG Y, KIRUBARAJAN T, THARMARASA R, et al. Multiperiod coverage path planning and scheduling for airborne surveillance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(5): 2257 – 2273.
- [34] FENG L, KATUPITIYA J. UAV-based persistent full area coverage with dynamic priorities. *Robotics and Autonomous Systems*, 2022, 157: 104244.
- [35] CHLEBOUN J, AMORIM T, NASCIMENTO A M, et al. An improved spanning tree-based algorithm for coverage of large areas using multi-UAV systems. *Drones*, 2022, 7(1): 9.
- [36] XIE J, CHEN J. Multiregional coverage path planning for multiple energy constrained UAVs. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 17366 – 17381.
- [37] LI H, CHEN Y, CHEN Z, et al. Multi-UAV cooperative 3D coverage path planning based on asynchronous ant colony optimization. *Proceedings of the 2021 40th Chinese Control Conference (CCC)*. Shanghai, China: IEEE, 2021: 4255 – 4260.
- [38] XIAO S, TAN X, WANG J. A simulated annealing algorithm and grid map-based UAV coverage path planning method for 3D reconstruction. *Electronics*, 2021, 10(7): 853.
- [39] GAO C, KOU Y, LI Z, et al. Optimal multirobot coverage path planning: ideal-shaped spanning tree. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, (1): 3436429.
- [40] SUN G, ZHOU R, DI B, et al. A novel cooperative path planning for multi-robot persistent coverage with obstacles and coverage period constraints. *Sensors*, 2019, 19(9): 1994.
- [41] VALENTE J, DEL CERRO J, BARRIENTOS A, et al. Aerial coverage optimization in precision agriculture management: A musical harmony inspired approach. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2013, 99: 153 – 169.
- [42] GUASTELLA D C, CANTELLI L, GIAMMELLO G, et al. Complete coverage path planning for aerial vehicle flocks deployed in outdoor environments. *Computers & Electrical Engineering*, 2019, 75: 189 – 201.
- [43] WANG Y, BAI P, LIANG X, et al. Reconnaissance mission conducted by UAV swarms based on distributed PSO path planning algorithms. *IEEE Access*, 2019, 7: 105086 – 105099.
- [44] JI H, HU H, PENG X. Multi-underwater gliders coverage path planning based on ant colony optimization. *Electronics*, 2022, 11(19): 3021.
- [45] XUAN Y, LUO L, LI H, et al. Laser ablation manipulator coverage path planning method based on an improved ant colony algorithm. *Applied Sciences*, 2020, 10(23): 1 – 19.
- [46] MELO A G, PINTO M F, MARCATO A L M, et al. Dynamic optimization and heuristics based online coverage path planning in 3D environment for UAVs. *Sensors*, 2021, 21(4): 1108.
- [47] LI L, SHI D, JIN S, et al. Exact and heuristic multi-robot dubins coverage path planning for known environments. *Sensors*, 2023, 23(5): 2560.
- [48] WANG S, BAI Y, ZHOU C. Coverage path planning design of mapping UAVs based on particle swarm optimization algorithm. *Proceedings of The 2019 Chinese Control Conference (CCC)*. Guangzhou, China: IEEE, 2019: 8236 – 8241.
- [49] XIE J, GARCIA CARRILLO L R, JIN L. Path planning for UAV to cover multiple separated convex polygonal regions. *Access*, 2020, 8: 51770 – 51785.
- [50] JIA K, HONG J, LI Y, et al. Research on constructing an approximate topological graph and its path planning. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, 44: 596 – 604.
- [51] MCCAMMON S, HOLLINGE G A. Topological hotspot identification for informative path planning with a marine robot. *Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Brisbane, QLD, Australia: IEEE, 2018: 4865 – 4872.

- [52] TSARDOULIAS E G, SERAFI A T, PANOURGIA M N, et al. Construction of minimized topological graphs on occupancy grid maps based on GVD and sensor coverage information. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2014, 75(3): 457 – 574.
- [53] YUNG M, JEON H, JEONG WY, et al. Virtual door-based coverage path planning for mobile robot. *Advances in Robotics*, 2009, 5744: 197 – 207.
- [54] YAZICI A, KIRLIK G, PALAKTUNA O, et al. A dynamic path planning approach for multi-robot sensor-based coverage considering energy constraints. *Proceedings of the 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. St. Louis, MO, USA: IEEE, 2009: 5930 – 5935.
- [55] CABREIRA T M, FERREIRA P R, FRANCO C D, et al. Grid-based coverage path planning with minimum energy over irregular-shaped areas with uavs. *Proceedings of the 2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Atlanta, GA, USA: IEEE, 2019: 758 – 767.
- [56] GHADDAR A, MEREI A, NATALIZIO E. PPS: Energy-aware grid-based coverage path planning for UAVs using area partitioning in the presence of NFZs. *Sensors*, 2020, 20(13): 3742.
- [57] NASIRIAN B, MEHRANDEZH M, JANABI-SHARIFI F. Efficient coverage path planning for mobile disinfecting robots using graph-based representation of environment. *Frontiers in robotics and AI*, 2021, 8: 624333.
- [58] JENSEN-NAU K R, HERMANS T, LEANG K K. Near-optimal area-coverage path planning of energy-constrained aerial robots with application in autonomous environmental monitoring. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2021, 18(3): 1453 – 1468.
- [59] CAI C, CHEN J, YAN Q, et al. A multi-robot coverage path planning method for maritime search and rescue using multiple AUVs. *Remote Sensing*, 2022, 15(93): 93.
- [60] NAIR V G, ADARSH R S, JAYALAKSHMI K P, et al. cooperative online workspace allocation in the presence of obstacles for multi-robot simultaneous exploration and coverage path planning problem. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2023, 21(7): 2338 – 2349.
- [61] BALAMPANIS F, MAZA I, OLLERO A. Area decomposition, partition and coverage with multiple remotely piloted aircraft systems operating in coastal regions. *Proceedings of the 2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Arlington, VA, USA: IEEE, 2016: 275 – 283.
- [62] CHOSET H. Coverage of known spaces: the boustrophedon cellular decomposition. *Autonomous Robots*, 2000, 9(3): 247 – 253.
- [63] ACAR E U, CHOSET H, RIZZI A A, et al. Morse decompositions for coverage tasks. *International Journal of Robotics Research*, 2002, 21(4): 331.
- [64] ACAR E U, CHOSET H. Sensor-based coverage of unknown environments: incremental construction of morse decompositions. *The International Journal of Robotics Research*, 2002, 21(4): 345 – 366.
- [65] WANG L, WANG Z, LIU M, et al. Full coverage path planning methods of harvesting robot with multi-objective constraints. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2022, 106(1): 17
- [66] TORRES M, PELTA D A., VERDEGAY J L., et al. Coverage path planning with unmanned aerial vehicles for 3D terrain reconstruction. *Expert Systems with Applications*, 2016, 55: 441 – 451.
- [67] GIANG T T C, BINH H T T. Hybrid boustrophedon and partition tree group algorithm for coverage path planning problem with energy constraints. *Proceedings of the Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022: 622 – 640.
- [68] STRIMEL G P, VELOSO M M. Coverage planning with finite resources. *Proceedings of the 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Chicago, IL, USA: IEEE, 2014: 2950 – 2956.
- [69] LEE T K, BAEK S H, OH S Y, et al. Complete coverage algorithm based on linked smooth spiral paths for mobile robots. *Proceedings of the 2010 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision*. Singapore: IEEE, 2010: 609 – 614
- [70] NAM L H, HUANG L, LI X J, et al. An approach for coverage path planning for UAVs. *Proceedings of the 2016 IEEE 14th International Workshop on Advanced Motion Control (AMC)*. Auckland, New Zealand: IEEE, 2016: 411 – 416.
- [71] KYAW P T, PAING A, THU T T, et al. Coverage path planning for decomposition reconfigurable grid-maps using deep reinforcement learning based travelling salesman problem. *IEEE Access*, 2020, 8: 225945 – 225956
- [72] YU X, JIN S, SHI D, et al. Balanced multi-region coverage path planning for unmanned aerial vehicles. *Proceedings of the 2020 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. Toronto, ON, Canada: IEEE, 2020: 3499 – 3506.
- [73] CHEN J, DU C, LU X, et al. Multi-region coverage path planning for heterogeneous unmanned aerial vehicles systems. *Proceedings of the 2019 IEEE International Conference on Service-Oriented System Engineering (SOSE)*. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2019: 356 – 3565.
- [74] DU Nannan, CHEN Jian, MA Ben, et al. Optimization method for coverage path planning of multi-solar powered UAVs. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(6): 488 – 503. (杜楠楠, 陈建, 马奔, 等. 多太阳能无人机覆盖路径优化方法. 航空学报, 2021, 42(6) 488 – 503.)
- [75] AHMED G, SHELTAMI T, MAHMOUD A, et al. Energy-efficient UAVs coverage path planning approach. *Computer Modeling In Engineering & Sciences*, 2023, (9): 3239 – 3263.
- [76] BOLOURIAN N, HAMMAD A. LiDAR-equipped UAV path planning considering potential locations of defects for bridge inspection. *Automation in Construction*, 2020, 117: 103250.
- [77] GONG Y, CHEN K, NIU T, et al. Grid-Based coverage path planning with NFZ avoidance for UAV using parallel self-adaptive ant colony optimization algorithm in cloud IoT. *Journal of Cloud Computing*, 2022, 11(1): 29.
- [78] LUNA M A, ALE ISAAC M S, RAGAB A R, et al. Fast multi-UAV path planning for optimal area coverage in aerial sensing applications. *Sensors*, 2022, 22(6): 2297.
- [79] SHANG Z, BRADLEY J, SHEN Z. A co-optimal coverage path planning method for aerial scanning of complex structures. *Expert Systems with Applications*, 2020, 158: 113535.
- [80] MA Y, ZHAO Y, LI Z, et al. A new coverage path planning algorithm for unmanned surface mapping vehicle based on A-star based searching. *Applied Ocean Research*, 2022, 123: 103163.
- [81] SADEK M G, MOHAMED A E, EL-GARHY A M. Augmenting multi-objective genetic algorithm and dynamic programming for on-line coverage path planning. *Proceedings of the 2018 13th International Conference on Computer Engineering and Systems (ICCES)*. Cairo, Egypt: IEEE, 2018: 475 – 480.
- [82] BAIK H, VALENZUELA J. Unmanned aircraft system path planning for visually inspecting electric transmission towers. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2019, 95(3): 1097 – 111.
- [83] DONG W, LIU S, DING Y, et al. An artificially weighted spanning tree coverage algorithm for decentralized flying robots. *IEEE Transactions on Automation Science & Engineering*. 2020, 17(4): 1689 – 1698.

- [84] JIA Y, ZHOU S, ZENG Q, et al. The UAV path coverage algorithm based on the greedy strategy and ant colony optimization. *Electronics*, 2022, 11(17): 2667.
- [85] AHMADI S M, KEBRIAIEI H, MORADI H. Constrained coverage path planning: Evolutionary and classical approaches. *Robotica*, 2018, 36(6): 904 – 924.
- [86] ALMADHOUN R, TAHA T, DIAS J, et al. Coverage path planning for complex structures inspection using unmanned aerial vehicle (UAV). *Proceedings of the Intelligent Robotics and Applications*. Cham: Springer International Publishing, 2019: 243 – 266.
- [87] GENG L, ZHANG Y F, WANG J J, et al. Mission planning of autonomous UAVs for urban surveillance with evolutionary algorithms. *Proceedings of the 2013 10th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*. Hangzhou, China: IEEE, 2013: 828 – 833.
- [88] YUAN J, LIU Z, LIAN Y, et al. Global optimization of UAV area coverage path planning based on good point set and genetic algorithm. *Aerospace*, 2022, 9(2): 86.
- [89] GABRIELY Y, RIMON E. Spanning-tree based coverage of continuous areas by a mobile robot. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2001, 31(1): 77 – 98.
- [90] AGMON N, HZAONN N, KAMINKA G A. Constructing spanning trees for efficient multi-robot coverage. *Proceedings of the Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Orlando, FL, USA: IEEE, 2006: 1698 – 1703.
- [91] KAPANOGLU M, ALIKALFA M, OZKAN M, et al. A pattern-based genetic algorithm for multi-robot coverage path planning minimizing completion time. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2012, 23(4): 1035 – 1045.
- [92] FENDJI J L E K, BAYAOLA I K, THRON C, et al. Cost-effective placement of recharging stations in drone path planning for surveillance missions on large farms. *Symmetry*, 2020, 12(10): 1661.
- [93] GAO G Q, XIN B. A-STC: Auction-based spanning tree coverage algorithm formation planning of cooperative robots. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2019, 20(1): 18 – 31.
- [94] MORIN M, ABI-ZEID I, PETILLOT Y, et al. A hybrid algorithm for coverage path planning with imperfect sensors. *Proceedings of the 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Tokyo, Japan: IEEE, 2013: 5988 – 5993.
- [95] VROEGINDEWEIJ B A, VAN WILLIGENBURG G L, GROOT KOERKAMP P W G, et al. Path planning for the autonomous collection of eggs on floors. *Biosystems Engineering*, 2014, 121: 186 – 199.
- [96] CHENG K P, MOHAN R E, NHAN N H K, et al. Graph theory-based approach to accomplish complete coverage path planning tasks for reconfigurable robots. *IEEE Access*, 2019, 7: 94642 – 94657.
- [97] BOUZID Y, BESTAOUY Y, SIGUERDIDJANE H. Quadrotor-UAV optimal coverage path planning in cluttered environment with a limited onboard energy. *Proceedings of the 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2017: 979 – 984.
- [98] WU J, BINGHAM R C, TING S, et al. Multi-AUV motion planning for archeological site mapping and photogrammetric reconstruction. *Journal of Field Robotics*, 2019, 36(7): 1250 – 1269.
- [99] YAN Chuan, ZHEN Zi-Yang, ZHANG Ji-Hao, et al. Integrated reconnaissance path planning of penetration flight and multi area search. *Flight dynamics*, 2023, 41(1): 20 – 26, 46.  
(闫川, 甄子洋, 张继豪, 等. 突防飞行与多区域搜索一体化侦察航迹规划. *飞行力学*, 2023, 41(1): 20 – 26, 46.)
- [100] SONG J, HAO C, SU J. Path planning for unmanned surface vehicle based on predictive artificial potential field. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, 17(2): 1 – 13.
- [101] CAO Y, CHENG X, MU J. Concentrated coverage path planning algorithm of UAV formation for aerial photography. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(11): 11098 – 11111.
- [102] VIET H H, DANG V-H, LASKAR M N U, et al. BA\*: An online complete coverage algorithm for cleaning robots. *Applied Intelligence*, 2013, 39(2): 217 – 235.
- [103] CHEN G, LIU D, WANG Y, et al. Path planning method with obstacle avoidance for manipulators in dynamic environment. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2018, 15(6): 1729 – 1744.
- [104] LIU Y, TIAN M, WANG X, et al. Study on path planning of intelligent mower based on UWB location. *Proceedings of the 2019 7th International Conference on Robot Intelligence Technology and Applications (RiTA)*. Daejeon, Korea (South): IEEE, 2019: 248 – 253.
- [105] GUO B, KUANG Z, GUAN J, et al. An improved A-star algorithm for complete coverage path planning of unmanned ships. *International Journal of Pattern Recognition & Artificial Intelligence*, 2022, 35(3): 1 – 23.
- [106] SANCHEZ-FERNANDEZ A J, ROMERO L F, BANDERA G, et al. VPP: Visibility-based path planning heuristic for monitoring large regions of complex terrain using a UAV onboard camera. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2022, 15: 944 – 955.
- [107] TANG G, TANG C, ZHOU H, et al. R-DFS: A Coverage path planning approach based on region optimal decomposition. *Remote Sensing*, 2021, 13(8): 1525.
- [108] SHIVGAN R, DONG Z. Energy-efficient drone coverage path planning using genetic algorithm. *Proceedings of the 2020 IEEE 21st International Conference on High Performance Switching and Routing (HPSR)*. Newark, NJ, USA: IEEE, 2020: 1 – 6.
- [109] WANG J, CHEN J, CHENG S, et al. Double heuristic optimization based on hierarchical partitioning for coverage path planning of robot mowers. *Proceedings of the 2016 12th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS)*. Wuxi, China: IEEE, 2016: 186 – 189.
- [110] AHMED N, PAWASE C J, CHANG K. Distributed 3-D path planning for multi-UAVs with full area surveillance based on particle swarm optimization. *Applied Sciences*, 2021, 11(3417): 3417.
- [111] BISHT R S, PATHAK P M, PANIGRAHI S K. Design and development of a glass facade cleaning robot. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 168: 104585.
- [112] LIU Y, ZHAO W, LIU H, et al. Coverage path planning for robotic quality inspection with control on measurement uncertainty. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(5): 3482 – 3493.
- [113] APOSTOLIDIS S D, KAPOUTSIS P C, KAPOUTSIS A C, et al. Cooperative multi-UAV coverage mission planning platform for remote sensing applications. *Autonomous Robots*, 2022, 46(2): 373 – 400.
- [114] HUANG W H. Optimal line-sweep-based decompositions for coverage algorithms. *Proceedings of the Proceedings 2001 ICRA IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Seoul, Korea (South): IEEE, 2001: 27 – 32.
- [115] WANG K, ZHANG X, DUAN L, et al. Multi-UAV cooperative trajectory for servicing dynamic demands and charging battery. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2023, 22(3): 1599 – 1614.
- [116] CHEN Qiulian, JIANG Huanyu, ZHENG Yijun. Summary of rapidly-exploring random tree algorithm in robot path planning.

- Computer Engineering and Applications*, 2019, 55(16): 10 – 17.  
(陈秋莲, 蒋环宇, 郑以君. 机器人路径规划的快速扩展随机树算法综述. *计算机工程与应用*, 55(16): 10 – 17.)
- [117] ZACCHINI L, FRANCHI M, RIDOLFI A. Sensor-driven autonomous underwater inspections: A receding-horizon RRT-based view planning solution for AUVs. *Journal of Field Robotics*, 2022, 39(5): 499 – 527.
- [118] KARAMAN S, FRAZZOLI E. Sampling-based algorithms for optimal motion planning. *The International Journal of Robotics Research*, 2011, 30(7): 846 – 849.
- [119] LIANG Jia-Jun, ZENG Bi, HE Yuan-Lie. Research on path planning algorithm for cleaning robot based on improved potential field grid method. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2016, 33(4): 30 – 36, 43.  
(梁嘉俊, 曾碧, 何元烈. 基于改进势场栅格法的清洁机器人路径规划算法研究. *广东工业大学学报*, 2016, 33(4): 30 – 36, 43.)
- [120] JAYAWEERA H M P C, HANOUN S. UAV path planning for reconnaissance and look-ahead coverage support for mobile ground vehicles. *Sensors*, 2021, 21(13): 4595.
- [121] MIN GYU P, JAE HYUN J, MIN CHEOL L. Obstacle avoidance for mobile robots using artificial potential field approach with simulated annealing. *Proceedings of the 2001 IEEE International Symposium on Industrial Electronics Proceedings*. Pusan, South Korea: IEEE, 2001, 3: 1530 – 1535.
- [122] ZELINSKY A, JARVIS R A, BYRNE J. Planning paths of complete coverage of an unstructured environment by a mobile robot. *Proceedings of the International Conference on Advanced Robotics*. Tsukuba, Japan: Citeseer, 1993, 13: 533 – 538.
- [123] HART P E, NILSSON N J, RAPHAEL B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 1968, 4(2): 100 – 107.
- [124] STENTZ A. Optimal and efficient path planning for partially-known environments. *Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. San Diego, CA, USA: IEEE, 1994, 4: 3310 – 3317.
- [125] LI Hongyi, CHEN Jintao, REN Hongru, et al. Random-sampling-based multi-UAV cooperative search planning for high-rise firefighting (in Chinese). *Science China Information Sciences*, 2022, 52: 1610 – 1626.  
(李鸿一, 陈锦涛, 任鸿儒, 等. 基于随机采样的高层消防无人机协同搜索规划. *中国科学(信息科学)*, 2022, 52: 1610 – 1626.)
- [126] DORIGO M, BIRATTARI M, STUTZLE T. Ant colony optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006, 1(4): 28 – 39.
- [127] GE Jike, QIU Yuhui, WU Chunming, et al. Summary on genetic algorithm research. *Application Research of Computers*, 2008, (10): 2911 – 2916.  
(葛继科, 邱玉辉, 吴春明, 等. 遗传算法研究综述. *计算机应用研究*, 2008, (10): 2911 – 2916.)
- [128] BOUM A T, FOBA KAKEU V J, MBEY C F, et al. Photovoltaic power generation forecasting using a novel hybrid intelligent model in smart grid. *Computational Intelligence & Neuroscience*, 2022, 2022: 1 – 13.
- [129] BLUM C. Ant colony optimization: introduction and recent trends. *Physics of Life Reviews*, 2005, 2(4): 353 – 373.
- [130] TANG J, LIU G, PAN Q. A review on representative swarm intelligence algorithms for solving optimization problems: Applications and trends. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(10): 1627 – 1643.
- [131] VALLE Y D, VENAYAGAMOORTHY G K, MOHAGHEGHI S, et al. Particle swarm optimization: Basic concepts, variants and applications in power systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2008, 12(2): 171 – 195.
- [132] KIRKPATRICK S, GELATT C D, VECCHI M P. Optimization by simulated annealing. *Science*, 1983, 220(4598): 671 – 680.
- [133] HALIM A H, ISMAIL I. Combinatorial optimization: Comparison of heuristic algorithms in travelling salesman problem. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2019, 26(2): 367 – 380.
- [134] HE Qing, WU Yile, XU Tongwei. Application of improved genetic simulated annealing algorithm in TSP optimization. *Control and Decision*, 2018, 33(2): 219 – 225.  
(何庆, 吴意乐, 徐同伟. 改进遗传模拟退火算法在TSP优化中的应用. *控制与决策*, 2018, 33(2): 219 – 225.)
- [135] YANG S X, LUO C. A neural network approach to complete coverage path planning. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 2004, 34(1): 718 – 724.
- [136] TANG F. Coverage path planning of unmanned surface vehicle based on improved biological inspired neural network. *Ocean Engineering*, 2023, 278: 114354.
- [137] SUN B, ZHU D, TIAN C, et al. Complete coverage autonomous underwater vehicles path planning based on gladius bio-inspired neural network algorithm for discrete and centralized programming. *IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems*, 2019, 11(1): 73 – 84.
- [138] XU P, DING Y, LUO J. Complete coverage path planning of an unmanned surface vehicle based on a complete coverage neural network algorithm. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2021, 9(11): 1163.
- [139] AI B, JIA M, XU H, et al. Coverage path planning for maritime search and rescue using reinforcement learning. *Ocean Engineering*, 2021, 241: 110098.
- [140] KRISHNA LAKSHMANAN A, ELARA MOHAN R, et al. Complete coverage path planning using reinforcement learning for Tetromino based cleaning and maintenance robot. *Automation in Construction*, 2020, 112: 103078.

#### 作者简介:

- 孙伟昌** 硕士研究生, 目前研究方向为路径规划、智能优化,  
E-mail: sunweichang18@nudt.edu.cn;
- 罗志浩** 博士, 讲师, 目前研究方向为智能任务规划、运筹优化,  
E-mail: luozhihao15@nudt.edu.cn;
- 石建迈** 博士, 研究员, 目前研究方向为智能任务规划、指挥控制,  
E-mail: jshi1980@163.com;
- 刘忠** 博士, 教授, 目前研究方向为人工智能技术、智能任务规划,  
E-mail: liuzhong@nudt.edu.cn.