

# 利用分布式模型预测控制的无人机编队轨迹规划

胡景赫<sup>1</sup>, 鲜 斌<sup>1†</sup>, 姜鹏志<sup>1,2</sup>

(1. 天津大学 电气自动化与信息工程学院, 天津 300072; 2. 航天神舟飞行器有限公司, 天津 300462)

**摘要:** 本文基于分布式模型预测控制方法, 设计了一种考虑多约束的无人机编队轨迹规划策略. 该策略使无人机编队在满足约束的前提下, 规划出从起始点到目标点的期望轨迹. 首先, 建立线性时不变的无人机编队运动模型. 然后, 在考虑状态约束、机间避碰及避障等约束的情况下, 以期望轨迹生成和编队保持为规划目标, 基于一致性的编队策略设计一种轨迹规划算法. 采用数值仿真的形式与现有的避碰算法进行比较, 体现了所设计的按需避碰算法的良好性能. 最后, 使用自主搭建的无人机系统在复杂环境中进行飞行实验, 验证本文设计的编队轨迹规划算法的有效性.

**关键词:** 无人机编队; 轨迹规划; 分布式控制; 模型预测控制

**引用格式:** 胡景赫, 鲜斌, 姜鹏志. 利用分布式模型预测控制的无人机编队轨迹规划. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 738 – 746

DOI: 10.7641/CTA.2024.40037

## Trajectory planning for UAV formation using distributed model predictive control

HU Jing-he<sup>1</sup>, XIAN Bin<sup>1†</sup>, JIANG Peng-zhi<sup>1,2</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;  
2. Spaceflight Shenzhou Craft Co., Ltd., Tianjin 300462, China)

**Abstract:** This paper proposes a multi-constraint trajectory planning strategy for unmanned aerial vehicle (UAV) formations based on distributed model predictive control methods. This strategy enables UAV formations to generate an expected trajectory from starting points to target points while satisfying constraints. Firstly, a linear time-invariant motion model for UAV formations is established. Then, considering constraints such as state constraints, inter-vehicle collision avoidance, and obstacle avoidance, a trajectory planning algorithm is designed based on a consistency-driven formation strategy, with the goal of generating desired trajectories and maintaining formation. Numerical simulations are used to compare with existing collision avoidance algorithms, demonstrating the good performance of the designed on-demand collision avoidance algorithm. Finally, flight experiments are conducted in complex environments using an autonomously constructed UAV system to verify the effectiveness of the formation trajectory planning algorithm designed in this paper.

**Key words:** UAV formation; trajectory planning; distributed control; model predictive control

**Citation:** HU Jinghe, XIAN Bin, JIANG Pengzhi. Trajectory planning for UAV formation using distributed model predictive control. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 738 – 746

## 1 引言

近年来, 由于无人机编队系统处理复杂任务时的优异表现, 其在搜索救援、农林作业和目标捕捉等领域得到了广泛的应用, 同时也成为未来军事领域中必不可少中坚力量. 因此迫切需要一种适用于复杂环境下的多无人机编队轨迹规划算法.

针对多智能体的轨迹优化问题, 文献[1]提出一种

将线性规划和整数规划相结合的多机器人最优路径规划方法, 保障了多机器人在到达目标点的过程中耗时最短、能耗最小. 为了使规划出的轨迹满足机器人的动力学可行性, 文献[2]和文献[3]先后提出了基于混合整数二次规划和最优权衡策略, 该策略通过构建无人机的优化问题求解轨迹, 使无人机编队能快速的完成运动目标. 基于优化求解思想, 文献[4]提出了基

收稿日期: 2024-01-16; 录用日期: 2024-12-27.

†通信作者. E-mail: xbin@tju.edu.cn; Tel.: +86 22-27400897.

本文责任编辑: 李少远.

国家重点研发计划资助项目(2018YFB1403900), 国家自然科学基金项目(91748121, 90916004)资助.

Supported by the National Key R&D Program of China (2018YFB1403900) and the National Natural Science Foundation of China (91748121, 90916004).

于序列凸规划的求解方法使多无人机在固定时间内生成三维空间下的无碰撞轨迹. 文献[5]提出一种高效求解图优化子问题的定制内点法, 通过引入松弛变量的方法构建子问题的等价描述形式, 并利用协同轨迹规划问题的模型特征来解决多无人机协同轨迹规划中需要迭代求解凸规划的子问题. 定制内点法能够显著提高无人机协同轨迹规划效率. 文献[6-7]为了解决非凸空间下无人机的规划问题, 研究了基于增量序列凸规划的多无人机轨迹规划方法. 该方法通过采用设定优先级和构建顺序规划框架的方式使多无人机规划能够更好得扩展到大型群体. 文献[8]针对复杂三维障碍环境, 提出一种基于深度强化学习的无人机反应式扰动流体路径规划算法.

近年来, 基于分布式的多无人机轨迹规划算法得到了广泛研究. 文献[9]在快速搜索随机树算法(rapidly-exploring random tree, RRT)的基础上提出了RRT森林算法. 通过随机选取根节点、生成随机树及连接合并随机树使无人机在复杂环境下协同路径规划效率显著提高. 文献[10]和文献[11]在考虑多智能体避碰问题的基础上, 提出了基于速度障碍(velocity obstacle, VO)的多智能体避碰轨迹生成方法, 实现了多智能体轨迹的快速生成. 文献[12]提出了一种基于动力学的分布式避碰算法(decentralized collision avoidance with dynamics, DCAD), 用于实现密集多种障碍物环境下无人机集群的轨迹规划, 并利用模型预测控制为每个无人机生成局部无碰撞轨迹, 实现多无人机无碰撞轨迹的在线求解. 为了进一步降低分布式规划对通信网络能力的要求, 文献[13]提出了基于缓冲维诺单元(buffered voronoi cell, BVC)的多智能体避碰方法, 并以滚动优化的方式规划各无人机在其飞行空间内的轨迹. 为了进一步减少求解时间并提升求解成功率, 文献[14]和文献[15]提出了分布式模型预测控制(distributed model predictive control, DMPC)算法, 用于无人机集群的实时轨迹生成.

文献[16]提出的DMPC算法因其显示处理约束、抑制干扰与滚动优化的能力, 所以在解决多智能体协同编队问题上有明显的优势. 文献[17]基于虚拟领航策略在综合考虑多无人机输入、状态、避障等约束的前提下, 设计了一种多约束下的分布式模型预测控制算法, 实现无人机编队的轨迹跟踪和队形保持. 文献[18]利用领航-跟随策略设计一种分布式模型预测控制算法, 通过引入自身和邻居的假设状态轨迹设计代价函数. 无人机能够在跟踪目标轨迹的同时, 快速形成预先设定的队形并保持队形飞行. 文献[19]针对无人机在有障碍环境中编队形成和保持问题, 提出了一种考虑系统约束的无参考轨迹的分布式模型预测控制算法, 并基于VO法设计终端约束, 从而使得无人机编队能躲避动态障碍物.

基于上述分析, 本文提出一种基于一致性编队策略的DMPC轨迹规划算法, 用于解决无人机编队的轨迹规划问题. 算法使得无人机在考虑多约束的条件下规划出从起始点到目标点的轨迹, 同时实现无人机编队及编队队形保持. 相较于上述文献的工作, 本文设计的轨迹规划算法具有如下创新点:

1) 约束考虑较为全面: 本文不仅考虑了文献中提到的状态、输入、机间避碰约束和静态避障约束, 还引入了动态避障约束, 使得无人机编队能在更复杂的环境下完成任务;

2) 编队轨迹规划: 与上述参考文献中提到的不考虑无人机之间的编队约束的单无人机轨迹算法及无人机集群轨迹规划算法不同, 本文设计的基于一致性理论的DMPC轨迹规划算法使各无人机实时生成目标点轨迹的同时形成期望编队;

3) 高效避碰算法与并行求解: 本文设计的基于按需软约束的避碰算法具有更短的计算时间和更高的成功率. 同时, DMPC轨迹规划算法采用并行求解, 显著减小运算时间和计算资源需求, 可扩展到大量无人机情境, 实物实验进一步验证了算法的有效性.

本文后续的内容安排如下: 第2节给出文中无人机系统模型的数学表达形式; 第3节阐述本文解决的问题和设计目标; 第4节将提出的问题转化为优化问题, 并根据约束和目标函数构建基于分布式模型预测控制的轨迹规划算法; 第5节给出仿真验证结果, 并将本文设计的按需避碰算法与BVC算法进行对比; 第6节给出实验验证结果, 使用自主搭建的无人机系统验证在复杂环境中算法的有效性; 最后, 在第7节中, 对本文研究内容进行了总结和展望.

## 2 无人机系统模型

本文重点研究无人机编队的轨迹规划问题, 且侧重其三维平移运动过程, 在系统建模时对无人机模型进行合理简化, 重点描述其平移运动的运动学特征. 根据文献[20-21], 无人机编队内无人机*i*的运动学模型定义如下:

$$\dot{p}_i = v_i, \quad (1)$$

$$\dot{v}_i = a_i, \quad (2)$$

其中: 向量 $p_i = [x \ y \ z]^T$ ,  $v_i = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ ,  $a_i = [a_x \ a_y \ a_z]^T \in \mathbb{R}^3$ 分别表示无人机*i*在惯性系下的位置、速度和加速度, 则无人机*i*的运动学模型可以简化为

$$\begin{bmatrix} \dot{p}_i \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_3 & I_3 \\ O_3 & O_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O_3 \\ I_3 \end{bmatrix} [a_i]. \quad (3)$$

考虑到机载嵌入式计算板计算能力有限, 如果充分考虑无人机的动力学模型, 则求解DMPC轨迹规划的过程中将耗费巨大的计算资源, 会导致求解时间过长甚至失败等问题, 因此本文将无人机当成二阶质点

模型处理. 对无人机*i*的模型做如下离散化处理:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = \frac{p_i[k+1] - p_i[k]}{h}, \\ \dot{v}_i = \frac{v_i[k+1] - v_i[k]}{h}, \end{cases} \quad (4)$$

其中*h*为离散时间步长, 则无人机*i*的质心运动模型可以近似描述为如下的离散时间线性时不变形式:

$$x_i[k+1] = A_i x_i[k] + B_i u_i[k], \quad (5)$$

其中: 右下标  $i = 1, 2, \dots, N$  为无人机编号;  $x_i[k] = (p_i[k] \ v_i[k]) \in \mathbb{R}^6$  为无人机*i*在惯性坐标系下第*k*个时间步的三维状态向量. 这里,  $p_i \in \mathbb{R}^3$  为三维位置向量;  $v_i \in \mathbb{R}^3$  为三维速度向量;  $u_i[k] \in \mathbb{R}^3$  为无人机*i*的参考输入; 矩阵  $A_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  和  $B_i \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  分别为无人机*i*的状态矩阵和输入矩阵, 即

$$\begin{cases} A_i = \begin{bmatrix} I_3 & h I_3 \\ O_3 & I_3 \end{bmatrix}, \\ B_i = \begin{bmatrix} \frac{h^2}{2} I_3 \\ h I_3 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (6)$$

具有*N*架无人机的编队通信拓扑结构可用有向图  $G = (Q, E)$  来表示. 编队中的每架无人机均可看成图的一个节点.  $Q = \{1, 2, \dots, N\}$  即表示拓扑图的节点集合,  $E \subseteq \{(i, j) : i, j \in Q, i \neq j\}$  表示拓扑图的边界集合,  $(j, i) \in E$  表示无人机*i*可以获得无人机*j*的状态信息.

### 3 问题描述

**假设 1** 编队内无人机可以通过动作捕捉系统等外部传感器获得相邻无人机的位置信息以及静态障碍物和动态障碍物的位置信息.

**假设 2** 不考虑外界干扰、噪声、空气阻力等扰动对无人机动态的影响.

设计目标: 给定*N*架已知运动学模型的无人机, 一个有限工作范围的工作空间  $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^3$  和每架无人机的期望目标点  $p_{d,i} \in \mathcal{W}$  使得无人机编队系统在满足自身状态、输入约束以及机间避碰、避障约束的前提下, 能够规划出一条符合动力学模型的从起始点到最终点的轨迹, 并保持预定的队形飞行且始终位于工作空间  $\mathcal{W}$  内.

设计目标的具体数学形式描述如下:

$$\sum_{k \rightarrow \infty} (p_i[k] - p_{d,i}[k]) = 0, \quad (7)$$

$$\sum_{k \rightarrow \infty} (p_j[k] - p_i[k]) = d_{ij, \text{ref}}, \quad \forall j \in \mathcal{N}_i, \quad (8)$$

$$\|p_j[k] - p_i[k]\| \geq r_{\min}, \quad \forall j \in \mathcal{N}_i, k \geq 0, \quad (9)$$

$$\|p_o[k] - p_i[k]\| \geq r_{\text{obs}}, \quad \forall o \in \mathcal{N}_o, k \geq 0, \quad (10)$$

其中: 式(7)表示无人机*i*能够到达期望目标点; 式(8)

表示多无人机能够保持期望队形飞行,  $d_{ij, \text{ref}}$  为无人机*i*和无人机*j*的期望相对位置向量, 无人机*j*为无人机*i*的邻居; 式(9)表示机间避碰约束,  $r_{\min}$  为队内无人机间的安全距离; 式(10)表示无人机与固定障碍物和动态障碍物的避撞约束, 这里将障碍物简化为球体,  $p_o$  为障碍物*o*的球心位置,  $r_{\text{obs}}$  为无人机与障碍物的安全距离,  $\mathcal{N}_o$  为所有障碍物的集合.

## 4 DMPC轨迹规划算法设计

第3节提出的问题可以转化为无人机的优化问题进行求解. 对于单架无人机的模型预测控制, 要求在每个离散时间  $k_t$  处求解无人机的优化问题.

### 4.1 轨迹参数化

DMPC轨迹规划算法是基于滚动优化过程的最优化算法, 这意味着在离散时刻  $k_t$ , 对应于连续时间  $t_0$  处, 需要计算未来  $K$  个时间步的控制输入序列. 从而得到对应的连续预测时间  $t_h = K \times h$ . 将在时间范围  $t \in [t_0, t_0 + t_h]$  的无人机*i*连续位置  $p_i(t)$  参数化为*l*条*B*样条曲线的级联.

*B*样条曲线的插值性质使得它更适合用于曲线拟合和插值问题, 使算法规划出的轨迹更加平滑, 同时满足无人机自身的动力学约束并容易地获取其输入导数. 为了在  $\mathbb{R}^3$  中定义任意阶次*k*的*B*样条曲线, 首先构建阶次为*k*的*B*样条基函数如下式所示:

$$\begin{cases} B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-1} - t_i} B_{i,k-1} + \frac{t_{i+k} - t}{t_{i+k} - t_{i+1}} B_{i+1,k-1}, \\ B_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 = t \in [t_i, t_{i+1}), \\ 0 = t \notin [t_i, t_{i+1}). \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

*B*样条曲线定义为  $B(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,k}(t)$ , 其中  $P_i \in \mathbb{R}^3$  为*B*样条曲线的第*i*个控制点. 集合  $\mathcal{P} = \{P_0, P_1, \dots, P_n\}$  表示唯一表征*B*样条曲线的  $n+1$  个控制点集. 控制点是连续曲线的有限参数化, 并作为优化变量来计算无人机在预测时域上的预测轨迹.

### 4.2 无人机预测模型

基于式(5)中的无人机离散模型, 设计线性模型来表示固定时间步*K*范围内的无人机的预测状态. 引入符号  $(\cdot)[k | k_t]$  来表示在离散时刻  $k_t$  时在预测时域内第*k*个时间步无人机的预测状态,  $k \in \{0, 1, \dots, K-1\}$ , 其中*K*为无人机的预测步长, 因此无人机*i*在离散时间  $k_t$  处的预测模型可由下式给出:

$$x_i[k+1 | k_t] = A_i x_i[k | k_t] + B_i u_i[k | k_t]. \quad (12)$$

定义  $X_{0,i} = x_i[0 | k_t]$  为离散时刻  $k_t$  时无人机*i*的初始状态, 定义  $\Psi = [I_3 \ 0_3]$ . 将无人机*i*在预测时域内所有时刻的预测位置  $P_i \in \mathbb{R}^{3K}$  写成输入序列  $T_i \in \mathbb{R}^{3K}$  的

仿射函数, 即

$$P_i = A_{0,i}X_{0,i} + \Lambda_i T_i, \quad (13)$$

其中:  $T_i \in \mathbb{R}^{3K}$  是控制时域内所有时间步控制输入序列的堆叠;  $A_{0,i} \in \mathbb{R}^{3K \times 6}$  表示无人机  $i$  初始状态的传播, 即

$$A_{0,i} = [(\Psi A_i)^T \quad (\Psi A_i^2)^T \quad \cdots \quad (\Psi A_i^K)^T]^T. \quad (14)$$

### 4.3 最优控制问题构建

在满足无人机运动学方程的前提下, 通过设计最优控制问题中的代价函数, 可以将未知多障碍物环境下的多无人编队轨迹规划问题转化为一个最优控制问题. 在滚动优化过程中用以计算最优输入序列的代价函数由以下几部分组成: 轨迹误差代价函数、控制输入变化代价函数、编队误差代价函数及松弛变量代价函数.

#### 4.3.1 轨迹误差代价函数

轨迹误差代价函数驱使无人机从初始位置到达其目标点. 本文通过最小化无人机  $i$  预测时域后  $\theta \leq K$  个时间步的预测位置和目标位置  $p_{d,i}$  之间的误差总和来设计代价函数. 误差项定义为

$$\text{cost}_i = \sum_{k=K-\theta}^{K-1} q_k \| p_i[k | k_t] - p_{d,i} \|_2, \quad (15)$$

其中  $q_k > 0$  是预测时域内每个时间步无人机预测位置和目标位置差的正项权重.  $\theta$  的值越大, 无人机  $i$  的轨迹误差  $\text{cost}_i$  的预测范围越大, 则在无人机规划过程中被考虑的未来预测范围内的轨迹点就越多. 使用式(13)将该误差项转换为和输入序列有关的二次代价函数, 即

$$\mathcal{F}_{e,i} = T_i^T (\Lambda_i^T \tilde{Q} \Lambda_i) T_i - 2(P_{d,i}^T \tilde{Q} \Lambda_i - (A_{0,i} X_{0,i})^T \tilde{Q} \Lambda_i) T_i, \quad (16)$$

其中  $P_{d,i} = (p_{d,i} \cdots p_{d,i}) \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ ,  $\tilde{Q} \in \mathbb{R}^{3K \times 3K}$  是正定对角矩阵. 它对预测时域内每个时间步的位置误差进行加权. 通过对这些预测轨迹点与期望目标点之位置误差叠加后的矩阵与对应的系数矩阵  $\tilde{Q}$  相乘, 则可对预测时域内每个时间步的位置误差进行加权. 因此  $\theta$  的值越大, 被考虑进位置误差加权的时间步就越多. 系数矩阵  $\tilde{Q}$  的模越大, 对应时间步位置误差的系数越大, 因此无人机向目标点移动的倾向就越强烈.

#### 4.3.2 编队误差代价函数

编队误差代价函数驱使组成编队的所有无人机在到达目标点的同时, 以一致性理论为基础形成并保持编队. 通过最小化编队误差代价函数, 可以实现整个无人机编队的协调运动和队形维持. 本文设计的无人机  $i$  的编队误差函数定义如下:

$$\text{cost}_{i,f} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \sum_{k=0}^{K-1} q_f \| p_i[k | k_t] -$$

$$p_j[k | k_t] - d_{ij,\text{ref}} \|_2, \quad (17)$$

其中  $q_f > 0$  是无人机  $i$  与相邻无人机  $j$  的编队误差权重. 基于一致性理论, 无人机  $i$  只与在通信拓扑图上相连的无人机  $j \in \mathcal{N}_i$  进行信息传递.  $d_{ij,\text{ref}}$  为无人机  $i$  与无人机  $j$  之间期望的相对距离, 使用式(13)将该编队误差函数项转换为和输入序列有关的二次代价函数, 即

$$\mathcal{F}_{f,i} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (T_i^T (\Lambda_i^T \tilde{F} \Lambda_i) T_i - 2([P_j + D_{ij,\text{ref}}]^T \times \tilde{F} \Lambda_i - (A_{0,i} X_{0,i})^T \tilde{F} \Lambda_i) T_i), \quad (18)$$

其中:  $P_j = (p_j[0 | k_t] \cdots p_j[K-1 | k_t]) \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ ,  $D_{ij,\text{ref}} = (d_{ij,\text{ref}} \cdots d_{ij,\text{ref}}) \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ .  $\tilde{F}$  是一个正定的块对角矩阵, 它对预测时域内每个时间步无人机  $i$  与无人机  $j$  的期望相对位置误差进行加权.  $\tilde{F}$  的值越大, 无人机形成编队的倾向越强烈, 形成编队的速度越快. 由于本文设计的无人机编队算法是以软约束的形式实现的, 因此无人机编队不是一个刚体. 在遇到障碍物后, 无人机会优先完成避障, 在避开障碍物后无人机之间会快速形成编队.

#### 4.3.3 输入变化代价函数

输入变化代价函数用以最小化加速度的变化即极速度. 依据参考文献[1], 最小化极速度能够实现无人机飞行路径最短并保证无人机的稳定性(因为加速度与无人机俯仰、滚转轴的角速度成正比), 从而获得更加光滑的输入轨迹. 输入变化代价函数定义如下:

$$\text{cost}_{\theta,i} = \sum_{k=0}^{K-1} q_{\theta} \| u_i[k | k_t] - u_i[k-1 | k_t] \|_2, \quad (19)$$

其中  $q_{\theta} > 0$  是无人机控制输入变化权重. 将式(19)变换为二次型形式, 引入向量  $U_{i*} \in \mathbb{R}^{3K}$  以包括项  $u_i[k_t-1]$  (上一时间步的控制输入),

$$U_{i*} = [u_i[k_t-1]^T \quad 0_{3 \times 1}^T \quad \cdots \quad 0_{3 \times 1}^T]^T. \quad (20)$$

最后, 可将式(19)改写成

$$\mathcal{F}_{\theta,i} = T_i^T (\Theta^T \tilde{S} \Theta) T_i - 2(U_{i*}^T \tilde{S} \Theta) T_i, \quad (21)$$

其中  $\tilde{S} \in \mathbb{R}^{3K \times 3K}$  是正定对角矩阵, 定义  $\tilde{S} = \text{diag}\{S, S, \cdots, S\}$ ,  $S \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  是加权控制变化惩罚的矩阵.

### 4.4 最优控制问题的约束构建

在无人机编队轨迹规划过程中, 由于自身动力学限制以及避障需求, 为保证生成轨迹的安全性与平滑性, 轨迹规划过程要满足一些约束条件, 主要包括轨迹连续性约束、物理约束、避障约束和避碰约束.

#### 4.4.1 轨迹连续性约束

轨迹连续性约束是通过等式约束来实现的. 首先, 选择轨迹的初始控制点等于常数向量; 其次, 为保证  $l$  条  $B$  样条曲线之间的连续性, 强制曲线及曲线导数的端点与下一条曲线的起点相匹配, 即控制点及控制点

的导数之间的差值必须为0. 每个无人机*i*的轨迹连续性约束的形式为 $A_{\text{eq}}T_i = b_{\text{eq}}$ , 其中 $A_{\text{eq}} \in \mathbb{R}^{3K \times 3K}$ 为连续性约束的状态向量,  $T_i \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ 为第*i*架无人机的控制输入向量,  $b_{\text{eq}} \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ 为连续性约束向量.

#### 4.4.2 物理约束

由于无人机的驱动能力是有限的(即无人机能达到的速度和加速度), 并且无人机的工作空间 $\mathcal{W}$ 也是有限的, 因此必须在优化问题中对无人机的状态向量进行约束. 依据文献[14], 对于无人机的动态可行性施加以下物理约束:

$$\begin{cases} \tilde{P}_{\min} = [p_{\min} \cdots p_{\min}], \\ \tilde{P}_{\max} = [p_{\max} \cdots p_{\max}], \\ \tilde{U}_{\min} = [a_{\min} \cdots a_{\min}], \\ \tilde{U}_{\max} = [a_{\max} \cdots a_{\max}], \end{cases} \quad (22)$$

则无人机*i*的物理约束可表示为

$$\begin{cases} \tilde{P}_{\min} - A_{0,i}X_{0,i} < \Lambda_i T_i < \\ \tilde{P}_{\max} - A_{0,i}X_{0,i}, \\ \tilde{U}_{\min} < T_i < \tilde{U}_{\max}, \end{cases} \quad (23)$$

其中“ $<$ ”表示符号左边向量对应行列元素的数值应小于符号右边向量对应行列元素的数值. 通过控制点的线性组合获得控制输入及其导数, 并利用 $A_{\text{in}}T_i < b_{\text{in}}$ 形式的线性不等式约束对其进行限制, 其中:  $A_{\text{in}} \in \mathbb{R}^{3K \times 3K}$ 为不等式约束的状态向量,  $T_i \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ 为第*i*架无人机的控制输入向量,  $b_{\text{in}} \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$ 为不等式约束向量.

#### 4.4.3 基于按需规则的避障约束和避碰约束

为避免队内无人机及无人机与障碍物之间发生碰撞, 要求所有无人机在整个轨迹执行过程中保持式(9)和式(10). 本文对比研究了两种避碰算法: BVC避碰算法和按需避碰算法. 这两种避碰方法都依赖于对无人机施加超平面约束来限制优化未来输入的自由空间.

对于BVC避碰算法, 无人机被限制在各自的缓冲维诺单元 $\Omega_i$ 内来实现避碰. 依据文献[13]定义如下缓冲维诺单元:

$$\Omega_i = \{p \mid \frac{d_{i,j}^T}{\|d_{i,j}\|}(p - r_{i,j}) + r_{\min} \leq 0\}, \quad (24)$$

其中:  $d_{i,j} = p_i - p_j$ ,  $r_{i,j} = \frac{p_i + p_j}{2}$ ,  $p_i$ 和 $p_j$ 分别是在时间步 $k_t$ 处测得的无人机*i*和*j*的位置. 设 $P_{i,1}$ 是与第1条B样条曲线对应的无人机*i*的位置点集. 为了实现避碰, BVC算法对无人机*i*的控制点集 $P_{i,1}$ 施加约束 $P_{i,1} \in \Omega_i$ , 这将转化为对 $k+1$ 个控制点的约束, 从而实现无人机的无冲突轨迹更新.

针对编队无人机实现与障碍物避碰, 利用DM-

PC轨迹规划算法的预测性来检测碰撞轨迹, 并在预测第1次发生碰撞的时间处施加避碰约束, 从而生成避碰轨迹. 按需避碰算法只解决预测时域上第1次检测到的碰撞.

当式(25)不成立时, 无人机*i*在离散时刻 $k_t - 1$ 的第 $k_{c,i}$ 个预测步长处检测到与相邻无人机或障碍物发生碰撞,

$$\sigma_{ij} = \|\Phi^{-1}(p_i[k_{c,i} \mid k_t - 1] - p_j[k_{c,i} \mid k_t - 1])\|_n \geq r_{\min}. \quad (25)$$

在求解时间 $k_t$ 处, 无人机*i*只有在离散时间 $k_{t-1}$ 时计算的其他相邻无人机和障碍物的位置信息, 这意味着碰撞预计在离散时间 $k_{c,i} + k_t - 1$ 处发生,  $k_{c,i}$ 表示无人机*i*在预测时域内与邻居发生碰撞的第1个时间步. 本文将包括碰撞约束的障碍物子集 $\Delta_i$ 定义为

$$\Delta_i = \{j \in \{1, 2, \dots, N\} \mid \sigma_{ij} \leq 3r_{\min}\}, \quad (26)$$

$\Delta_i$ 为无人机*i*的3倍碰撞半径内的邻居子集, 旨在安全地减少求解优化问题中的碰撞约束量.

无人机*i*检测到碰撞冲突时, 必须包括避碰约束来计算新的控制输入序列. 考虑到求解优化问题时存在的不可行性问题, 制定如下的松弛碰撞避免约束:

$$\|\Phi^{-1}(p_i[k_{c,i} - 1 \mid k_t] - p_j[k_{c,i} \mid k_t - 1])\|_n \geq r_{\min} + \alpha_{ij}, \quad (27)$$

其中 $\alpha_{ij} \leq 0$ 为放宽无人机与障碍物避碰约束的新决策变量. 在离散时间 $k_t$ 处, 避碰算法的目标是优化 $p_i[k_{c,i} - 1 \mid k_t]$ 的值以满足式(27). 将无人机*i*在离散时间 $k_{c,i} + k_t - 1$ 处的预测位置进行泰勒级数展开, 并进行线性化处理

$$\omega_{ij}^T p_i[k_{c,i} \mid k_t] - \alpha_{ij} \sigma_{ij} \geq v_{ij}, \quad (28)$$

其中:  $\omega_{ij} = \Phi^{-n}(p_i[k_{c,i} \mid k_t - 1] - p_j[k_{c,i} \mid k_t - 1])^{n-1}$ ,  $v_{ij} = r_{\min} + \sigma_{ij}^n + \omega_{ij}^T p_i[k_{c,i} \mid k_t - 1]$ . 在式(28)的左侧, 无人机与障碍物避碰约束约束被施加在时间 $k_t + k_{c,i}$ 处.

为了将碰撞约束转化为决策变量的仿射函数, 首先扩充先前的公式来包括松弛变量. 考虑 $E_i \in \mathbb{R}^{n_{c,i}}$ , 其中 $n_{c,i} = \dim(\Delta_i)$ 定义为所有 $\alpha_{ij}$ 的叠加向量. 将式(28)转化为决策变量的仿射函数, 即

$$Z_{ij}^T A_i U_i - \alpha_{ij} \sigma_{ij} \geq v_{ij} - Z_{ij}^T A_{0,i} X_{0,i}, \quad (29)$$

其中 $Z_{ij} \in \mathbb{R}^{3K}$ 定义如下:

$$Z_{ij} = [0_{3(k_{c,i}-1) \times 1}^T \quad w_{ij}^T \quad 0_{3(K-k_{c,i}) \times 1}^T]. \quad (30)$$

通过对 $n_{c,i}$ 个碰撞邻居的不等式进行叠加, 可以获得完整的碰撞约束, 即

$$A_{\text{coll}} T_i \leq b_{\text{coll}}, \quad (31)$$

其中: “ $\leq$ ”表示符号左边向量对应行列元素的数值应

小于等于符号右边向量对应行列元素的数值,  $A_{\text{coll}} \in \mathbb{R}^{3K \times 3K}$  为避碰约束的状态向量,  $T_i \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$  为第  $i$  架无人机的控制输入向量,  $b_{\text{coll}} \in \mathbb{R}^{3K \times 1}$  为避碰约束向量. 因为施加了松弛变量, 所以考虑式(32)的代价函数来约束松弛变量, 将按需碰撞避碰算法以软约束的形式实现,

$$\mathcal{F}_{i,\text{violation}} = \zeta \|\alpha_{ij}\|_2^2 + \xi \alpha_{ij}, \quad (32)$$

其中  $\zeta$  和  $\xi$  是每个项的正权重. 当在预测时域上检测到碰撞时, 无人机  $i$  需要求解式(33)的QP问题来计算在每个时间步预测时域上的期望轨迹, 该问题包含上述所有成本函数和约束,

$$\begin{cases} \text{minimize } \mathcal{F}_{e,i} + \mathcal{F}_{f,i} + \mathcal{F}_{\theta,i} + \mathcal{F}_{i,\text{violation}}, \\ \text{subject to } A_{\text{eq}} T_i = b_{\text{eq}}, A_{\text{in}} T_i < b_{\text{in}}, \\ A_{\text{coll}} T_i \leq b_{\text{coll}}, \alpha_{ij} \leq 0, \forall j \in \Omega_i. \end{cases} \quad (33)$$

## 5 仿真实验

轨迹规划策略的设计往往涉及高度的动态性和不确定性, 这使得传统的理论分析方法难以直接应用. 为此, 本文通过详尽的仿真实验和实际应用场景的测试来验证所提出的策略. 这些实验设计以展示轨迹规划策略在多变环境中的适应性和鲁棒性. 为验证本文设计算法的有效性, 采用4架无人机进行仿真验证并将按需避碰算法与BVC避碰算法在避碰性能上进行比较. 本文在MATLAB中创建了一个模拟环境, 无人机间的最小安全距离  $r_{\text{min}} = 0.2 \text{ m}$ , 无人机与障碍物的最小安全距离  $r_{\text{obs}} = 0.2 \text{ m}$ . 仿真选择的离散时间步长持续时间  $h = 0.2 \text{ s}$ , 无人机控制指令时间步为  $T_s = 0.01 \text{ s}$ , 预测步长为15. 此外, 无人机的单轴最大加速度限定在  $4 \text{ m/s}^2$ . 对于各代价函数的参数, 本文选择  $\kappa = 10$ ,  $q_k = 1000$ ,  $q_{\theta} = 0.1$ ,  $q_f = 10$ ,  $\zeta = 100$  和  $\xi = -8 \times 10^2$ .

### 5.1 4架无人机编队轨迹规划避碰避障测试

#### 5.1.1 参数设置

仿真中编队内无人机的数量  $N$  设置为4, 静态障碍物的数量  $N_0$  设置为27, 动态障碍物的数量  $N_s$  设置为1. 无人机编队的期望队形为四边形, 其中位置量的单位为  $\text{m}$ , 速度量的单位为  $\text{m/s}$ . 仿真时间设定为  $50 \text{ s}$ . 为衡量编队维持性能, 定义编队误差衡量函数为

$$\chi(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (\|p_j(k) - p_i(k)\| - d_{ij,\text{ref}})^2, \quad (34)$$

为衡量DMPC轨迹规划算法的计算复杂度, 定义平均滚动优化时间为

$$\tau = \frac{1}{N \times L_{\text{max}}} \sum_{L=1}^{L_{\text{max}}} \sum_{i=1}^N T_{i,L}, \quad (35)$$

其中:  $L$  为离散时间步,  $L_{\text{max}}$  为无人机  $i$  运动到目标点的离散时间,  $T_{i,L}$  为无人机  $i$  在每个离散时刻求解

QP问题所需要的优化时间.

### 5.1.2 结果分析

图1为无人机编队内各无人机的代价函数. 从图中可以看出各无人机代价函数在编队形成和避障过程有明显变化, 在形成编队和避开障碍物后各无人机代价函数逐渐收敛于0. 说明本文算法在有障碍环境中仍可以很好地维护系统的稳定性.

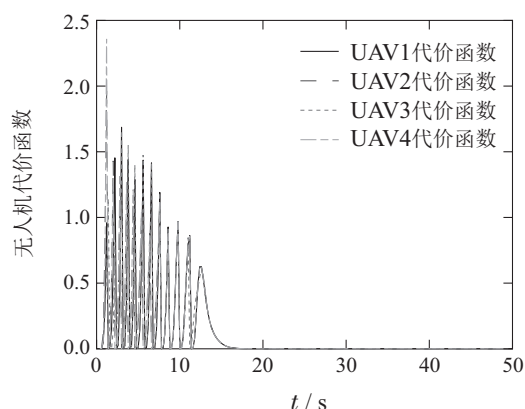


图1 仿真: 无人机代价函数

Fig. 1 Simulation: The UAV cost function

图2为编队误差变化图. 从图中可以看出, 编队误差在开始阶段迅速变成0, 说明本文所设计的DMPC算法能使无人机快速形成编队. 在中间阶段编队误差有少许上升, 通过障碍物后编队误差变化很小并迅速收敛于0, 说明多无人机在障碍环境中仍能以期望编队飞行.

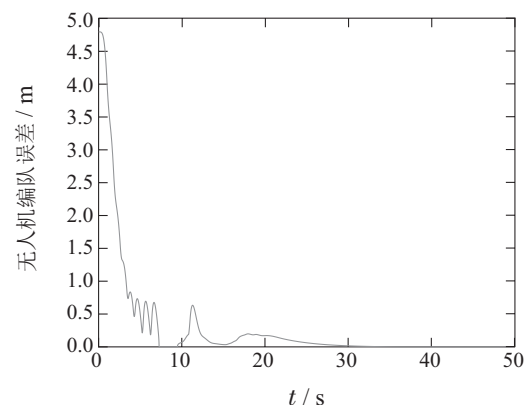


图2 仿真: 无人机编队误差

Fig. 2 Simulation: The UAV formation error

图3为多无人机编队飞行过程中编队内无人机的间距. 从图中可以看出编队内无人机的间距始终维持在安全距离之上, 说明本文的算法可以保证各无人机在编队飞行过程中不发生碰撞.

### 5.2 防撞算法对比验证

为验证本文所设计的避碰算法的有效性, 将本文设计的按需避碰算法与BVC避碰算法进行比较. 仿真

环境为第5.1节中4架无人机编队轨迹规划避碰避障测试环境. 分别比较编队无人机的规划轨迹距离、平均速度、平均加速度、平均求解时间和飞行时间. 表1和表2分别为按需避碰性能和BVC避碰算法性能.

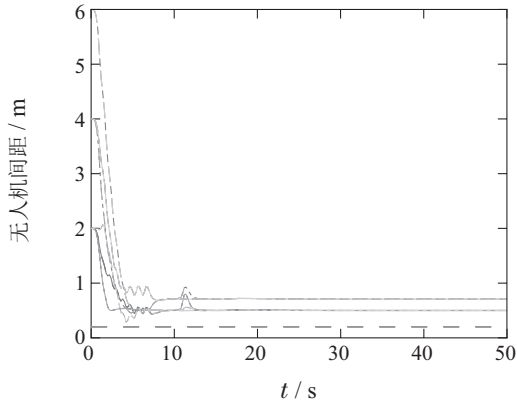


图3 仿真: 无人机间距

Fig. 3 Simulation: The Inter-UAV spacing

表1 按需避碰算法性能

Table 1 Performance of on-demand collision avoidance algorithm

无人机	轨迹长度/m	平均速度度/(m·s <sup>-1</sup> )	平均加速度度/(m·s <sup>-2</sup> )	求解时间/ms	飞行时间/s
UAV1	20.937	0.753	0.497	3.94	27.66
UAV2	21.438	0.775	0.502	3.94	27.66
UAV3	20.986	0.755	0.411	3.94	27.66
UAV4	21.853	0.787	0.518	3.94	27.66

表2 BVC避碰算法性能

Table 2 Performance of BVC collision avoidance algorithm

无人机	轨迹长度/m	平均速度度/(m·s <sup>-1</sup> )	平均加速度度/(m·s <sup>-2</sup> )	求解时间/ms	飞行时间/s
UAV1	21.267	0.691	0.557	12.91	30.65
UAV2	21.935	0.712	0.547	12.91	30.65
UAV3	21.572	0.701	0.685	12.91	30.65
UAV4	23.259	0.756	0.844	12.91	30.65

从表1和表2中能够看出, 采用本文设计的按需避碰算法规划出的轨迹长度比采用BVC避碰算法规划出的轨迹长度要短. 编队内无人机的平均速度大于采用BVC避碰算法的无人机平均速度, 说明本文设计的按需避碰算法规划的轨迹优于采用BVC避碰算法规划的轨迹. 编队内无人机的平均加速度大于采用BVC避碰算法的无人机平均加速度, 说明无人机能以更小的能量消耗达到目标点. 本文设计的按需避碰算法的无人机平均求解时间远小于采用BVC避碰算法的规划时间, 说明本文设计的按需避碰算法消耗的计算资源更小, 更容易在实验中实现.

综上所述, 由仿真结果分析可知本文提出的基于按需避碰的DMPC轨迹规划算法在有障碍物环境中可以安全地实现编队形成与保持. 同时, 验证了本文设计的按需避碰算法相比常用的BVC避碰算法在计算复杂度和收敛速度上均有优势. 此外, 验证了在复杂环境下多组无人机编队轨迹规划过程中, 本文算法仍能较好地满足编队避障要求且具有很好的实时性.

## 6 实验验证

为了验证所设计的无人机编队在线轨迹规划算法的有效性与实用性, 本文使用自行搭建的多无人机编队飞行平台进行实际飞行实验. 实验中各无人机通过Opti-Track动作捕捉系统获得自身和满足拓扑关系的无人机位置信息以及障碍物的位置信息. 在本文设计的分布式模型预测控制轨迹规划算法框架中, 每架无人机预设期望目标和期望编队队形, 无人机在实时规划出一条从起始点到期望目标点轨迹的同时会形成期望编队. 在轨迹规划过程中, 无人机只能获得自身的期望目标, 而不知道集群中其他无人机的期望目标信息.

如图4所示, 编队飞行平台由4架四旋翼无人机(其中一架无人机为动态障碍物)与地面站组成. 静态障碍物由4根直径0.15 m、高度1.5 m的圆柱杆组成. 四旋翼无人机的轴距皆为0.25 m. 每架无人机上均搭载了飞行控制器和基于进阶精简指令集机器(advanced RISC machine, ARM)架构的机载计算机, 飞行控制器的型号为V5 nano. 各无人机间通过Wifi进行组网, ARM嵌入式计算板以100 Hz的频率运行轨迹规划算法并同过MavLink协议将计算的控制指令发送给飞控. 地面站用来远程登陆各无人机机载计算机, 以启动编队轨迹规划算法并实时监测和记录无人机的各项数据. 实际飞行场地为长5.5 m、宽4 m、高2.5 m. UAV4表示动态障碍物(实验中用无人机表示), 动态障碍物的膨胀半径为0.2 m. 无人机与动态障碍物的最小间距为0.4 m.

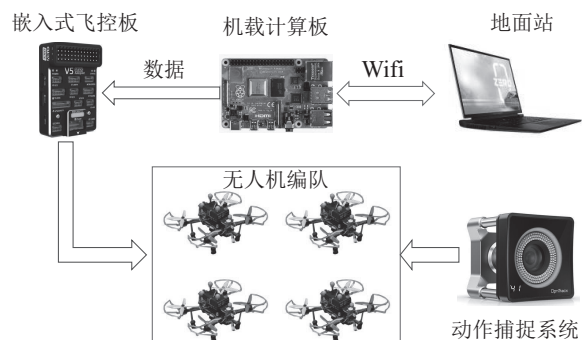


图4 实验平台

Fig. 4 Experimental testbed

图5为在动态障碍物环境中无人机编队飞行轨迹图. 其中UAV1, UAV2, UAV3为编队无人机轨迹, UA-

V4为动态障碍物无人机轨迹. 从图中可以看出3架无人机在规划一条从初始位置到目标点轨迹的同时保持期望编队飞行, 并且在不与障碍物无人机发生碰撞的同时无人机编队也能保持比较好的效果.

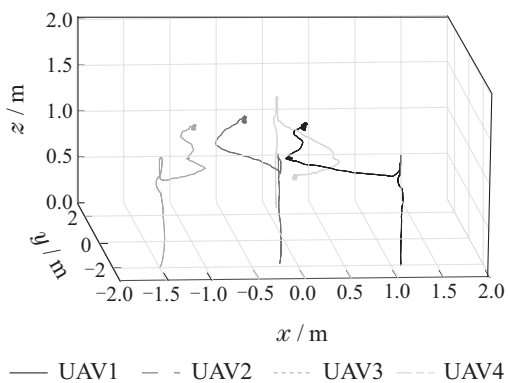


图5 实验: 无人机编队轨迹

Fig. 5 Experiment: The UAV formation trajectory

图6-7为飞行过程中无人机编队内部间距和编队内无人机与动态障碍物间距. 从图中可以看到在实验飞行过程中无人机之间的间距和无人机与动态障碍物间距始终在设定的最小间距之上并不会发生碰撞, 说明本文设计的轨迹规划算法在规划到目标点轨迹的同时, 充分考虑了障碍物和其他无人机的影响, 能保证无人机的稳定飞行.

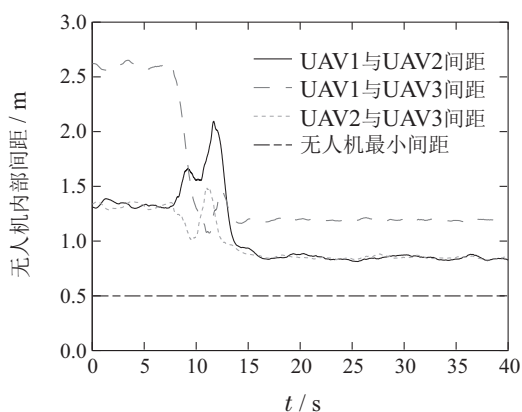


图6 实验: 编队内部间距

Fig. 6 Experiment: The inter-UAV spacing

图8为飞行实验过程中无人机的编队误差变化图. 从图中可以看到无人机的编队误差开始快速下降, 并在避障过程中有小幅上升, 完成避障动作后误差快速收敛至0.1 m以下. 无人机的编队大小为4.83 m, 实验误差在允许范围之内. 说明本文设计的轨迹规划算法在有动态障碍环境中仍可以很好地维护无人机系统的稳定性.

## 7 总结

以实现在复杂未知多障碍物环境下无人机编队在线轨迹规划为目标, 本文提出了一种考虑多约束的

DMPC多无人机编队轨迹规划算法. 该方法通过用B样条曲线表示无人机轨迹的方式将多无人机轨迹优化问题转化为对B样条曲线采样点集的优化, 并通过设计了一种按需避碰的算法实现了无人机位置的无碰撞更新. 仿真验证表明本文提出的算法在保证多无人机编队安全(避障避碰)的前提下, 无人机编队中每架无人机的求解时间少于5 ms, 并在相同环境下将本文设计的避碰算法与BVC避碰算法进行比较, 证明本文算法的优越性. 最后在自主搭建的无人机平台上对所提算法进行了实验验证. 未来将尝试在充分考虑无人机动力学模型的基础上继续优化规划算法, 在丛林等多障碍场景中验证算法的可行性.

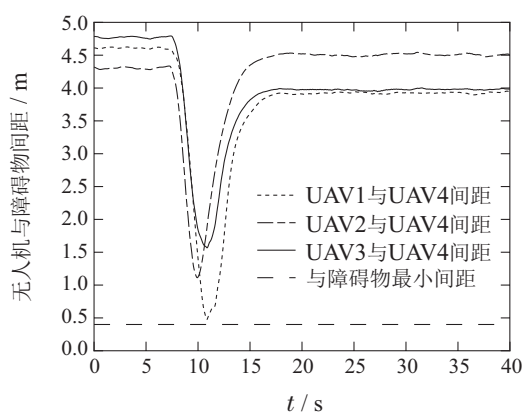


图7 实验: 无人机与障碍物间距

Fig. 7 Experiment: Distance between UAVs and obstacles

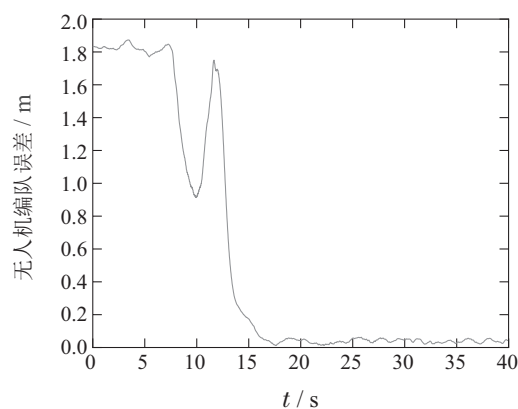


图8 实验: 编队误差

Fig. 8 Experiment: The UAV formation error

## 参考文献:

- [1] SCHOUWENAARS T, DE MOOR B, FERON E, et al. Mixed integer programming for multi-vehicle path planning. *European Control Conference (ECC)*. Porto: IEEE, 2001: 2603 - 2608.
- [2] MELLINGER D, KUSHLEYEV A, KUMAR V. Mixed-integer quadratic program trajectory generation for heterogeneous quadrotor teams. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Saint Paul: IEEE, 2012: 477 - 483.
- [3] TANG S, THOMAS J, KUMAR V. Hold or take optimal plan (HOOP): a quadratic programming approach to multi-robot trajec-

- ry generation. *The International Journal of Robotics Research*, 2018, 37(9): 1062 – 1084.
- [4] AUGUGLIARO F, SCHOELLIG A P, D'ANDREA R. Generation of collision-free trajectories for a quadcopter fleet: a sequential convex programming approach. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Vilamoura: IEEE, 2012: 1917 – 1922.
- [5] WANG Zhu, XU Guangtong, LONG Teng. Customized interior-point method for cooperative trajectory planning of multiple unmanned aerial vehicles. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 41(11): 2374 – 2385. (王祝, 徐广通, 龙腾. 基于定制内点法的多无人机协同轨迹规划. *自动化学报*, 2023, 41(11): 2374 – 2385.)
- [6] CHEN Y, CUTLER M, HOW J P. Decoupled multiagent path planning via incremental sequential convex programming. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Seattle: IEEE, 2015: 5954 – 5961.
- [7] ROBINSON D R, MAR R T, ESTABRIDIS K, et al. An efficient algorithm for optimal trajectory generation for heterogeneous multi-agent systems in non-convex environments. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2018, 3(2): 1215 – 1222.
- [8] WU Jianfa, WANG Honglun, WANG Yanxiang, et al. UAV reactive interfered fluid path planning. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(2): 272 – 287. (吴健发, 王宏伦, 王延祥, 等. 无人机反应式扰动流体路径规划. *自动化学报*, 2023, 49(2): 272 – 287.)
- [9] CHEN Jintao, LI Hongyi, REN Hongru, et al. Cooperative indoor path planning of multi-UAVs for high-rise fire fighting based on RRT-forest algorithm. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(12): 2615 – 2626. (陈锦涛, 李鸿一, 任鸿儒, 等. 基于RRT森林算法的高层消防多无人机室内协同路径规划. *自动化学报*, 2023, 49(12): 2615 – 2626.)
- [10] LEE D H, LEE S S, AHN C K, et al. Finite distribution estimation-based dynamic window approach to reliable obstacle avoidance of mobile robot. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 68(10): 9998 – 10006.
- [11] FIORINI P, SHILLER Z. Motion planning in dynamic environments using velocity obstacles. *The International Journal of Robotics Research*, 1998, 17(7): 760 – 772.
- [12] ARUL S H, MANOCHA D. Decentralized collision avoidance with dynamics constraints for agile quadrotor swarms. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2020, 5(2): 1191 – 1198.
- [13] ZHOU D, WANG Z, BANDYOPADHYAY S, et al. Fast, on-line collision avoidance for dynamic vehicles using buffered voronoi cells. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2017, 2(2): 1047 – 1054.
- [14] HUANCA C P E Y, INCREMONA G P, COLANERI P. Design of a distributed switching model predictive control for quadrotor UAVs aggregation. *IEEE Control Systems Letters*, 2023, 7(1): 2964 – 2969.
- [15] WEHBEH J, RAHMAN S, SHARF I. Distributed model predictive control for UAVs collaborative payload transport. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. Las Vegas: IEEE, 2020: 11666 – 11672.
- [16] EREN U, PRACH A, KOCER B B, et al. Model predictive control in aerospace systems: Current state and opportunities. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(7): 1541 – 1566.
- [17] DAI Shaowu, ZHAO Chaolun, LI Fei, et al. An algorithm of model predictive control for formation control of a multi UAV system considering multiple constraint. *Control and Decision*, 2023, 38(3): 706 – 714. (戴邵武, 赵超轮, 李飞, 等. 一种多约束下无人机编队的模型预测控制算法. *控制与决策*, 2023, 38(3): 706 – 714.)
- [18] ZHAO Chaolun, DAI Shaowu, ZHAO Guorong, et al. Formation control of multi-UAV based on distributed model predictive control algorithm. *Control and Decision*, 2022, 37(7): 1763 – 1771. (赵超轮, 戴邵武, 赵国荣, 等. 基于分布式模型预测控制的无人机编队控制. *控制与决策*, 2022, 37(7): 1763 – 1771.)
- [19] QIN Mingxing, WANG Zhong, LI Hailong, et al. Distributed model predictive control for UAV formation obstacle avoidance. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2022, 48(1): 1 – 19. (秦明星, 王忠, 李海龙, 等. 基于分布式模型预测的无人机编队避障控制. *北京航空航天大学学报*, 2022, 48(1): 1 – 19.)
- [20] FEI Siyuan, XIAN Bin, WANG Ling. Distributed formation control for multiple unmanned aerial vehicles with dynamic obstacle avoidance based on the flocking behavior. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(1): 1 – 11. (费思源, 鲜斌, 王岭. 基于群集行为的分布式多无人机编队动态避障控制. *控制理论与应用*, 2022, 39(1): 1 – 11.)
- [21] TAN Yao, MEI Jie. Formation control of mobile robots using bearing-only measurements. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(7): 1043 – 1050. (谭瑶, 梅杰. 利用方位角信息的移动机器人编队控制. *控制理论与应用*, 2021, 38(7): 1043 – 1050.)

#### 作者简介:

**胡景赫** 博士研究生, 目前研究方向为无人机编队轨迹规划,

E-mail: 2021234192@tju.edu.cn;

**鲜斌** 教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研究方向为非线性系统控制、无人机系统和实时控制系统等, E-mail: xbin@tju.edu.cn;

**姜鹏志** 博士研究生, 目前研究方向为无人机集群智能协同控制研究, E-mail: jiangpz@tju.edu.cn.