

## 基于稀疏规范变量差异度分析的化工过程微小故障检测

陈添艺<sup>1</sup>, 潘东辉<sup>2†</sup>, 陈新<sup>2</sup>, 张海峰<sup>2</sup>

(1. 安徽大学 物质科学与信息技术研究院, 安徽 合肥 230601;

2. 安徽大学 数学科学学院, 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230601)

**摘要:** 微小故障由于其故障征兆不明显, 且在高维数据下可能出现变量共线性的情况, 导致协方差矩阵病态而难以求逆, 甚至不可逆, 因此传统的多元统计分析方法难以在故障发生早期对其进行检测。针对上述问题, 本文提出了基于稀疏规范变量差异度分析(SCVDA)的微小故障检测方法。首先, 构造改进惩罚矩阵分解算法(IPMD)对Hankel矩阵执行矩阵分解, 获得稀疏规范变量, 其增强了变量间潜在关系的直观理解, 并有助于发现故障变量。其次, 利用正常阶段规范变量的协方差和伪逆分别对状态向量和残差向量进行变量赋权, 进而使用稀疏表征后的规范变量, 来构造基于条件期望的早期微小故障检测指标。此外, 采用核密度估计确定非高斯分布数据下统计指标的控制限。最后, 通过田纳西伊斯曼(TE)化工过程和连续搅拌反应釜(CSTR)的案例研究结果表明, 所提方法在TE过程中相比SCVA, CVDA在检测率上分别取得了29.0%, 16.6%的提升, 在CSTR过程微小故障检测中, 相比上述算法分别提前142, 96个样本预警到故障。

**关键词:** 规范变量差异度分析; 微小故障; 故障检测; 稀疏表征; 核密度估计

**引用格式:** 陈添艺, 潘东辉, 陈新, 等. 基于稀疏规范变量差异度分析的化工过程微小故障检测. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 755 – 764

DOI: 10.7641/CTA.2024.40066

## Incipient fault detection for chemical processes based on sparse canonical variable dissimilarity analysis

CHEN Tian-yi<sup>1</sup>, PAN Dong-hui<sup>2†</sup>, CHEN Xin<sup>2</sup>, ZHANG Hai-feng<sup>2</sup>

(1. Institutes of Physical Science and Information Technology, Anhui University, Hefei Anhui 230601, China;

2. Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing of the Ministry of Education, School of Mathematics Science, Anhui University, Hefei Anhui 230601, China)

**Abstract:** Incipient faults often manifest as the subtle nature of their fault symptoms, and the presence of potential variable collinearity in high-dimensional data can lead to ill-conditioned or even non-invertible covariance matrices. This makes it difficult for traditional multivariate statistical analysis methods to detect faults at an early stage. To address this issue, this paper proposes a method for detecting small faults based on sparse canonical variate difference analysis (SCVDA). Firstly, an improved penalized matrix decomposition (IPMD) algorithm is constructed to perform matrix decomposition on the Hankel matrix to obtain sparse canonical variates. This enhances the intuitive understanding of potential relationships between variables and helps identify fault variables. Secondly, the covariance and pseudoinverse of the canonical variates in the normal phase are used to weight the state vectors and residual vectors, respectively. Sparse canonical variates are then used to construct an incipient fault detection index based on conditional expectation. Additionally, the kernel density estimation is employed to determine control limits for statistical indicators under non-Gaussian distributions. Finally, the case studies on the Tennessee Eastman (TE) process and continuous stirred tank reactor (CSTR) process demonstrate that, compared to SCVA and CVDA, the proposed method achieves 29.0% and 16.6% improvements in detection rates in the TE process, and advances the detection of incipient faults by 142 and 96 samples in the CSTR process, respectively.

**Key words:** canonical variate dissimilarity analysis; incipient fault; fault detection; sparse representation; kernel density estimation

**Citation:** CHEN Tianyi, PAN Donghui, CHEN Xin, et al. Incipient fault detection for chemical processes based on sparse canonical variable dissimilarity analysis. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 755 – 764

收稿日期: 2024-01-24; 录用日期: 2024-11-12.

†通信作者. E-mail: dhpan@ahu.edu.cn; Tel.: +86 18856017028.

本文责任编辑: 张化光.

国家自然科学基金项目(12271002), 安徽省自然科学基金项目(2208085QF205), 安徽省高等学校自然科学基金项目(2022AH050097)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (12271002), the Anhui Provincial Natural Science Foundation (2208085QF205) and the Natural Science Foundation of the Higher Education Institutions of Anhui Province, China (2022AH050097).

## 1 引言

工业4.0背景下现代工业过程逐步朝着智能化、复杂化、大型化的方向发展,在提高生产效率和灵活性的同时也带来更多潜在的故障隐患.由于复杂的工业系统内部各部件之间相互关联,导致难以对其进行故障检测与定位<sup>[1]</sup>.在过程监测领域,早期微小故障<sup>[2-5]</sup>的检测尤其具有挑战性,主要原因在于微小故障易被噪声和过程干扰所掩盖,在故障发生早期往往故障征兆不明显,其可能随时间累积慢慢演变成严重故障<sup>[6]</sup>,进而对设备造成不可逆的伤害.若不能及时检测到该类故障并处理,其影响可能会扩散,一旦演化为严重故障会导致重大经济损失,如生产停滞、维护成本增加等,甚至危及操作人员安全.因此,微小故障检测已成为目前学术界和工业界亟待解决的问题.

随着传感器技术的快速发展,复杂设备的状态监测数据更易于获取,使得数据驱动的故障检测方法得以迅速发展.数据驱动的方法采用机器学习和人工智能技术,可以更加有效的识别出异常模式和潜在故障迹象,其能够直接从海量的数据中挖掘出有用信息,并不依赖于对系统的物理和解析结构的理解,也不依赖于专家经验.因此,数据驱动的故障检测方法逐渐成为工业过程监控和故障检测领域的研究热点.在数据驱动的故障检测方法中,多元统计过程监测(multivariate statistic process monitoring, MSPM)方法因其强大的数据表征能力在捕捉多传感器复杂关系方面展现出卓越性能.常见的3种MSPM方法包括主成分分析(principal component analysis, PCA)<sup>[7-9]</sup>、偏最小二乘(partial least squares, PLS)<sup>[10]</sup>和规范变量分析(canonical variable analysis, CVA)<sup>[11]</sup>,其中基于CVA的方法专注于探索和量化多组时序数据之间的相关关系,已被证明在处理动态过程监测时展现出独特的优势.然而,传统的CVA方法对早期微小故障并不敏感,许多学者对基于CVA的故障检测工作进行了改进.Pilario等人<sup>[12]</sup>提出规范变量差异度分析(canonical variate dissimilarity analysis, CVDA),该方法以过去和未来数据的差异度作为度量构造检测指标,该指标对于早期微小故障检测性能的提升显著.之后基于核的CVDA方法将其推广到非线性动态过程中<sup>[13-14]</sup>.Dong等人<sup>[15]</sup>进一步提出一种基于KL散度的故障相关变量选择策略来选择最优变量子集,并通过量化故障前后规范变量分布的差异,来改进CVA方法,使得其适合早期微小故障检测.也有相关工作挖掘了CVDA结合概率信息的能力,Deng等人<sup>[16]</sup>通过对正常和故障数据进行局部Fisher判别分析,提取故障敏感特征用于辅助模型的构建,进一步提升了检测性能.杨明辉等人<sup>[17]</sup>通过引入Wasserstein距离来度量概率分布变化,并引入自适应权值计算策略来突出敏感特征而提高检测性能.

现有工作对基于CVA的故障检测方法做出了不同程度的改进,但在处理高维数据时往往会遭遇性能退化.事实上,实际工业过程中传感器可能在相似条件下工作,采集的数据存在数据冗余.同时,恶劣的工作环境也会使得数据包含大量噪声,且当传感器数量接近样本数时很可能发生变量共线性.此时,多元统计分析方法中面临高度病态或奇异的协方差矩阵,导致难以求解其逆矩阵,其对于检测算法的性能退化是灾难性的.另外,传统的MSPM方法会产生密集的规范向量,即所有变量的线性组合,其不利于直观解释变量之间的潜在结构和确定故障变量.因此,引入变量稀疏表征的方法能够有效刻画故障变量,现有的一些基于多元统计分析的稀疏表征方法在一定程度上减少了故障检测性能的退化<sup>[18-22]</sup>,但是通常这类稀疏表征模型都是以牺牲精度和鲁棒性为代价去追求计算的高效性,且很难在维持低误报率的同时提高对微小故障检测的敏感性.针对上述问题,本文旨在解决传统CVDA算法在处理高维数据时面临协方差矩阵高度病态甚至不可逆,而导致检测方法效果变差甚至失效的问题,通过构造高效的规范变量稀疏表征方法以提高微小故障检测的性能,主要贡献如下:

1) 构造一种改进的惩罚矩阵分解(improved penalized matrix decomposition, IPMD)算法,通过对变量进行合理的稀疏表征,增强变量之间潜在关系结构的直观解释,同时提高了故障变量的比重,有助于发现关键故障变量;

2) 提出一种稀疏规范变量差异度分析(sparse CVDA, SCVDA)算法,通过IPMD算法得到稀疏表征的规范向量,并使用规范向量的协方差矩阵和伪逆来改进 $T^2$ 和 $Q$ 指标,同时构造一个基于条件期望的典型残差指标 $CR$ ,其对早期微小故障更加敏感的同时,保持了较低误报率;

3) 在TE数据集和CSTR数据集上验证了本文所提方法的有效性,结果表明所提算法和故障检测统计量对于微小故障的检测具有更好的精度和鲁棒性.

## 2 基于CVDA的故障检测原理分析

CVDA是在CVA的基础上,进一步利用过去和未来规范变量之间的差异度来构造故障检测统计量,考虑多变量状态空间模型,其可表述为

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + v(t), \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + w(t), \quad (2)$$

其中:  $A, B, C, D$ 是系数矩阵;  $x(t)$ 是状态向量;  $v(t)$ ,  $w(t)$ 是零均值的白噪声序列;  $u(t) \in \mathbb{R}^{d_u}$ 和 $y(t) \in \mathbb{R}^{d_y}$ 分别代表输入和输出变量,  $d_u$ 和 $d_y$ 分别代表不同变量的维度.每个时刻过去向量 $p(t) \in \mathbb{R}^{(d_u+d_y)*l}$ 和未

来向量  $f(t) \in \mathbb{R}^{dy*h}$  表示为

$$p(t) = [y_{t-1} \cdots y_{t-l} \quad u_{t-1} \cdots u_{t-l}]^T, \quad (3)$$

$$f(t) = [y_t \cdots y_{t+h}]^T. \quad (4)$$

不同时刻的过去和未来向量堆叠成代表过去和未来数据的矩阵  $P \in \mathbb{R}^{(du+dy)*N}$  和  $F \in \mathbb{R}^{dy*N}$ , 即

$$P = [\hat{p}(t) \quad \hat{p}(t+1) \quad \cdots \quad \hat{p}(t+N)], \quad (5)$$

$$F = [\hat{f}(t) \quad \hat{f}(t+1) \quad \cdots \quad \hat{f}(t+N)], \quad (6)$$

其中:  $\hat{p}(t) = p(t) - \bar{p}(t)$ ,  $\hat{f}(t) = f(t) - \bar{f}(t)$ ,  $\bar{p}(t)$  和  $\bar{f}(t)$  分别是  $p(t)$  和  $f(t)$  的均值,  $N$  代表样本数, 协方差矩阵和互协方差矩阵由下式得到:

$$\begin{cases} \Sigma_{pp} = \frac{1}{N-1} P P^T, \\ \Sigma_{ff} = \frac{1}{N-1} F F^T, \\ \Sigma_{pf} = \frac{1}{N-1} P F^T. \end{cases} \quad (7)$$

CVDA旨在找到一对投影矩阵  $J$  和  $L$ , 通过投影矩阵最大化过去和未来数据的相关性. CVDA通过对Hankel矩阵  $H = \Sigma_{pp}^{-\frac{1}{2}} \Sigma_{pf} \Sigma_{ff}^{-\frac{1}{2}} = U D V^T$  进行奇异值分解来得到投影矩阵. 奇异值分解得到的  $U$  和  $V$  满足正交性,  $D$  是由奇异值  $\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_r > 0$  构成的对角矩阵, 其中  $r$  是  $H$  的秩. 投影矩阵  $J = U^T \Sigma_{pp}^{-\frac{1}{2}}$ ,  $L = V^T \Sigma_{ff}^{-\frac{1}{2}}$ , 求解的投影矩阵满足最大规范变量的相关性条件

$$J \Sigma_{pp} J^T = I_j, \quad L \Sigma_{ff} L^T = I_i, \quad J \Sigma_{pf} L^T = D, \quad (8)$$

其中  $I_j$  和  $I_i$  是单位矩阵. 由于  $D$  中前  $d$  个奇异值按降序排列且数值明显, 主导状态子空间的变化, 携带关键信息, 因此只需要取奇异矩阵  $U$  和  $V$  的前  $d$  列来计算投影矩阵  $J_d = U_d^T \Sigma_{pp}^{-\frac{1}{2}}$  和  $L_d = V_d^T \Sigma_{ff}^{-\frac{1}{2}}$ ,  $J_d$  和  $L_d$  保留了与系统状态变化的重要信息.

对于第  $t$  个时刻的测试数据  $p_{te}(t)$  和  $f_{te}(t)$ , 状态向量  $x(t)$  和残差向量  $r(t)$  可通过投影矩阵  $J_d$  和  $L_d$  得到

$$x(t) = J_d p_{te}(t), \quad (9)$$

$$r(t) = (I - U_d U_d^T) \Sigma_{pp}^{-\frac{1}{2}} p_{te}(t), \quad (10)$$

式中  $I$  是单位矩阵. 基于CVDA的故障检测统计指标可通过下式构建:

$$T^2(t) = x^T(t)x(t), \quad Q(t) = r^T(t)r(t), \quad (11)$$

$$dk(t) = L_d f_{te}(t) - D_d J_d p_{te}(t), \quad (12)$$

式中:  $D_d$  是奇异值矩阵的  $d$  阶子矩阵,  $dk$  是基于过去向量和未来向量的残差来构建的, 以达到对早期动态特性中微小的变化进行检测的目的. 正常阶段过去向量和未来向量的残差应在零附近, 因此可以将统计指标构造成残差特征与零的马氏距离

$$Dk(t) = dk^T(t)(I - D_d^T D_d)^{-1} dk(t). \quad (13)$$

核密度估计(kernel density estimation, KDE)方法被用于估计控制限, 本文选用高斯核函数通过下式来估计概率密度函数  $p(x)$ :

$$p(x) = \frac{1}{N\psi} \sum_{k=1}^N K\left(\frac{x-x_k}{\psi}\right), \quad (14)$$

其中  $\psi$  表示带宽, 通过Silverman规则根据数据的标准差和样本容量来选择, 具体如下式:

$$\psi = \left(\frac{4\sigma^5}{3N}\right)^{\frac{1}{5}} \approx 1.06\sigma N^{-\frac{1}{5}}, \quad (15)$$

其中:  $\sigma$  是标准差,  $N$  是样本大小, 通过对每个样本点进行核函数计算, 然后将所有核函数叠加起来, 得到样本数据分布的核密度估计函数, 通过求解  $P(CR < UCL) = \alpha$  (这里以指标  $CR$  为例), 其中  $\alpha$  是显著性水平, 再通过下式确定  $UCL$ :

$$P(CR < UCL) = \int_{-\infty}^{UCL} p(x) dx. \quad (16)$$

### 3 基于SCVDA的故障检测方法

#### 3.1 IPMD算法

传统的CVDA算法在处理高维多传感器数据时往往会面临性能退化的挑战, 主要原因在于协方差矩阵可能变得高度病态或奇异, 从而导致逆矩阵难以求解. 其次, CVDA会生成稠密的规范变量, 即所有变量的线性组合, 不便于直观解释故障与变量之间的关系, 也不利于关键变量的识别.

为了解决上述问题, 本文提出改进的惩罚矩阵分解(IPMD)算法从过去和未来矩阵的一阶秩近似出发对  $P$  和  $F$  所构成的信息矩阵  $P^T F$  进行逐步分解, CVDA的一阶秩近似分解为下式:

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} u^T P^T F v, \\ & \text{s.t. } u^T P^T P u \leq 1, \quad v^T F^T F v \leq 1. \end{aligned} \quad (17)$$

惩罚矩阵分解通过在计算第1对规范向量时增加惩罚项, 使得在求解第1对规范向量时限制正则向量中只有一些元素非0, 去除无关变量对检测结果的影响, 如下式所示:

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} u^T P^T F v, \\ & \text{s.t. } \|u\|_2^2 \leq 1, \quad \|v\|_2^2 \leq 1, \\ & P_1(u) \leq c_1, \quad P_2(v) \leq c_2, \end{aligned} \quad (18)$$

式中  $P_1(\cdot)$  和  $P_2(\cdot)$  表示凸惩罚函数, 本文使用融合lasso惩罚函数,  $P(\cdot)$  具体表示为  $P(u) = \sum_{i=1}^n |u_i| + \lambda \sum_{i=2}^n |u_i - u_{i-1}|$ , 其中  $\lambda > 0$ . 式(18)在求解第1对规范向量时, 优化函数  $u^T P^T F v$  关于  $u$  和  $v$  是双线性优化函数. 当固定  $u$  时, 目标函数关于  $v$  是线性的; 反之, 当固定  $v$  时, 目标函数关于  $u$  是线性的. 本文采用融合lasso惩罚项, 具体表达式如下式所示:

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} u^T P^T F v, \\ & \text{s.t. } \|u\|_2^2 \leq 1, \|v\|_2^2 \leq 1, \\ & \sum_j |u_j| + \lambda \sum_j |u_j - u_{j-1}| \leq c_1, \\ & \sum_j |v_j| + \lambda \sum_j |v_j - v_{j-1}| \leq c_2. \end{aligned} \quad (19)$$

当 $\lambda > 0$ 时,使用融合lasso惩罚方法可使得优化函数的求解更加平滑,事实上, $\lambda$ 的取值也总是大于0.求解式(19)时,本文通过令 $u = \frac{S((P^T F)v, \Delta_1)}{\|S((P^T F)v, \Delta_1)\|_2}$ 的方式来计算规范向量 $u$ ,其中 $S(a, c) = \text{sgn}(a)(|a| - c)_+$ 是软阈值函数, $\Delta_1$ 是调节阈值:当 $\sum_j |u_j| + \lambda \sum_j |u_j - u_{j-1}| \leq c_1$ 时, $\Delta_1 = 0$ ,否则 $\Delta_1$ 通过自适应阈值更新算法查找.该算法的思想是根据当前向量的 $l_1$ 范数和目标 $l_1$ 范数之间的差异来动态更新阈值,通过引入比例思想并结合软阈值函数的非线性特性,采用一个敏感性系数 $k$ 来调节阈值 $\Delta_1$ 的调整速度.算法的具体实现如下所述.首先定义误差比例 $p$ 为当前 $l_1$ 范数 $c_{\text{new}}$ 与目标 $l_1$ 范数 $c$ 之间的比例超额

$$p = \frac{c_{\text{new}} - c}{c}. \quad (20)$$

为了使新的向量的 $l_1$ 范数更接近目标 $c$ ,根据上述超额比例来调整阈值,具体公式如下:

$$\Delta_{\text{new}} = \Delta_{\text{now}} \times (1 + k \times p), \quad (21)$$

其中 $k$ 是敏感性系数,引入自适应阈值更新的方法,可以根据数据的特点来动态调整查找的结果,使得查找结果更加准确,通过在每次迭代过程中动态调整阈值,使规范向量的稀疏性和差异性约束更加有效.在得到第1对规范向量后,对残差信息矩阵 $Z = P^T F - duv^T$ 再次进行上述惩罚矩阵求解,即

$$\begin{aligned} & \max_{u,v} u^T Z v, \\ & \text{s.t. } \|u\|_2^2 \leq 1, \|v\|_2^2 \leq 1, \\ & P_1(u) \leq c_1, P_2(v) \leq c_2, d \geq 0, \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $d = u^T (P^T F)v$ .以此递推,得到 $K$ 对规范向量和 $K$ 个奇异值,算法具体流程如表1所示.

### 3.2 基于SCVDA的故障检测指标构建

为了构建对早期微小故障敏感的统计指标,通过IPMD得到的投影矩阵和奇异值矩阵来构造故障检测指标,在稀疏状态子空间下的 $T^2$ 指标通过下式构建:

$$\mathbf{x}_{\text{sp}}(t) = J_{\text{sp}} p(t), T_{\text{sp}}^2(t) = \mathbf{x}_{\text{sp}}^T(t) \Lambda^{-1} \mathbf{x}_{\text{sp}}(t), \quad (23)$$

其中 $\Lambda$ 是正常数据训练获得的规范变量的协方差矩阵.在稀疏状态子空间中构建的统计指标 $T_{\text{sp}}^2$ 具有稀疏的特性,有利于去除随机噪声,且稀疏的规范变量有利于突出故障贡献较大的变量. $T_{\text{sp}}^2$ 利用协方差矩阵的逆来对变量进行加权,以突出不同变量的重要性.

同时协方差矩阵也能充分考虑变量之间的相关性, $T_{\text{sp}}^2$ 能够调整这些变量间的相互作用,即使在相互作用变化很微小的情况下也能检测到.

表1 IPMD算法流程

Table 1 IPMD algorithm flow

输入:	$P$ 和 $F$
输出:	$J_{\text{sp}}, L_{\text{sp}}$ 和 $D_{\text{sp}}$
0:	$Z^0 \leftarrow P^T F$
外循环:	
1:	For $k = 1, \dots, K$ , 其中 $K$ 是规范向量的对数.
内循环:	
2:	$u = \frac{S(Z^k v, \Delta_1)}{\ S(Z^k v, \Delta_1)\ _2}, v = \frac{S((Z^k)^T u, \Delta_2)}{\ S((Z^k)^T u, \Delta_2)\ _2}$
内循环结束	
3:	$d_k = u^T Z^k v, \alpha^k = u, \beta^k = v$ , 更新残差矩阵 $Z^{k+1} = Z^k - d_k uv^T$
外循环结束	
4:	$J_{\text{sp}} = [\alpha^1 \ \dots \ \alpha^K], L_{\text{sp}} = [\beta^1 \ \dots \ \beta^K],$ $D_{\text{sp}} = \text{diag}\{d_1, \dots, d_K\}$

传统 $Q$ 统计量被用来衡量残差空间中的变化,但其未考虑变量间协方差,无法区分不同方向上的变化重要性.在高维多变量场景下可能会出现变量共线性情况,这就导致在根据式(10)计算残差向量时,协方差矩阵可能是不满秩或奇异的.传统求逆的计算方式不稳定,因此,提出一种基于稀疏残差子空间所构建的 $Q_{\text{sp}}$ 统计指标,其表达式如下式所示:

$$r_{\text{sp}}(t) = (I - J_d^+ J_d) p(t), Q_{\text{sp}}(t) = r_{\text{sp}}^T(t) r_{\text{sp}}(t), \quad (24)$$

其中 $J_d^+$ 表示矩阵 $J_d$ 的Moore-Penrose伪逆,其考虑了原始矩阵中各变量的相关性和方差.使用伪逆的指标通过考虑变量间的相关性增加了模型对数据中微小变化的敏感度.在最小二乘意义下,它会使得解的方差最小化.因为对于 $J_d$ 的列空间(即数据的主要变化方向),伪逆会增强这些方向上的残差.对于 $J_d$ 的零空间(数据的次要变化方向或噪声方向),伪逆会削弱这些方向上的残差.伪逆可以看作是一种隐式的正则化过程,它在求解过程中强调数据中主要结构特征并削弱次要特征.

接下来构建稀疏状态子空间的规范残差记作 $CR_{\text{sp}}$ .通过利用过去数据对应的规范变量预测值与未来数据对应的规范变量真实值之间的差异来捕获系统异常行为,特别处于早期故障时这些差异会变得更明显.具体做法是通过条件期望,在给定过去数据或系统的历史信息前提下来预测未来数据的变化,并与真实的未来数据做残差.当系统真实值开始偏离基于过去数据预测值时, $CR_{\text{sp}}$ 会捕捉到该偏差并展现

出敏感性. 具体构造过程如下:

$$z_f = U_{sp}^T \Sigma_{ff}^{-\frac{1}{2}} F = L_{sp} F, \quad (25)$$

$$z_p = V_{sp}^T \Sigma_{pp}^{-\frac{1}{2}} P = J_{sp} P, \quad (26)$$

$$E(f(t)|p(t)) = U_{sp} D_{sp} V_{sp} p(t), \quad (27)$$

$$CR = L_{sp} f(t) - D_{sp} J_{sp} p(t), \quad (28)$$

$$CR_{sp} = cr^T (I - D_{sp}^T D_{sp})^{-1} cr, \quad (29)$$

其中 $z_p$ 和 $z_f$ 分别是过去和未来规范变量的线性组合. 传统的CVA只让两者相关性达到最大, 这样对于早期微小故障不够敏感.  $CR_{sp}$ 指标通过条件期望的方式来度量这两者的残差, 其能有效的度量过去和未来数据的差异性. 然而, 仅仅通过残差的方式也不足以突出劣化趋势, 本文通过考虑相邻时间点统计指标的变化率以突出微小变化, 构造了如下统计指标:

$$w_1(t) = \frac{\Delta CR(t)}{\mu_{n_1}} = \frac{\sum_{i=1}^5 |CR_{sp}(t) - CR_{sp}(t-i)|}{5\mu_{n_1}}, \quad (30)$$

$$CR(t) = w_1(t) \cdot CR_{sp}(t), \quad (31)$$

$$w_2(t) = \frac{\Delta Q(t)}{\mu_{n_2}} = \frac{\sum_{i=1}^5 |Q_{sp}(t) - Q_{sp}(t-i)|}{5\mu_{n_2}}, \quad (32)$$

$$Q(t) = w_2(t) \cdot Q_{sp}(t), \quad (33)$$

其中 $\mu_{n_1}$ 和 $\mu_{n_2}$ 分别为正常阶段统计指标均值. 该统计指标能够使数据处理更平滑, 减少异常噪声对单个时间点的影响, 且通过放大在相邻时间点变化显著的统计指标来突出变化趋势并捕捉退化初始点.

### 3.3 基于SCVDA的故障检测算法流程

本方法分为两个阶段: 1) 离线阶段, 利用正常运行的数据进行训练并得到统计指标控制限; 2) 在线阶段, 采用实时运行数据进行验证, 根据统计指标和控制限判断是否故障.

#### 1) 离线训练阶段.

**步骤 1** 收集正常数据划分过去向量 $p(t)$ 和未来向量 $f(t)$ 并堆叠成过去和未来矩阵 $P$ 和 $F$ ;

**步骤 2** 选择合适的状态阶数并通过IPMD算法获得旋转矩阵 $J_d$ 和 $L_d$ 以及奇异值矩阵 $D$ ;

**步骤 3** 计算正常运行状态下的状态向量和残差向量 $x_{sp}(t)$ ,  $r_{sp}(t)$ ;

**步骤 4** 构造统计指标 $T_{sp}^2$ ,  $Q$ ,  $CR$ , 并使用KDE估计控制限 $T_{UCL}^2$ ,  $Q_{UCL}$ ,  $CR_{UCL}$ .

#### 2) 在线测试阶段.

**步骤 1** 收集实时运行数据并划分过去向量 $p_{te}(t)$ 和未来向量 $f_{te}(t)$ 并标准化;

**步骤 2** 计算 $J_d$ 的伪逆 $J_d^+$ , 计算测试数据的状

态向量 $x_{te}(t)$ 和残差向量 $r_{te}(t)$ ;

**步骤 3** 构造统计指标并判断是否超限.

## 4 案例研究

### 4.1 在田纳西伊斯曼过程中的应用

田纳西伊斯曼过程(Tennessee Eastman, TE)是一种众所周知的基准过程, 广泛应用于评估各种故障检测和识别技术的性能, TE过程主要包括5个主要操作单元: 反应器、冷凝器、压缩机、分离器、汽提塔. TE过程中包括52个观测变量, 其中包括22个过程测量变量, 19个成分测量变量和11个控制变量. 这所有52个变量用来验证故障检测算法的性能.

训练数据集包含500个观测值, 这些观测值是无故障的训练样本. 观测值采样间隔为3分钟, 测试数据共有21种故障, 模拟生成的故障数据集对应实践中遇到的不同故障, 此外还有一个额外的无故障测试数据, 可作为验证数据集. 每个测试数据集有960个观测值, 观测值采样间隔同样为3分钟, 从无故障开始在160个观测值(8 h)之后引入对应故障.

#### 4.1.1 稀疏参数的选取

本案例中选择的时间滞后 $l$ 和 $h$ 通过Akaike信息准则选择, 文献[11]指出时间滞后的值为1或2就足以满足的需求, 状态阶数 $d$ 通过累加奇异值的贡献比来确定, 选择占比超过95%的前 $d = 60$ 列作为状态阶数以此来划分状态和残差子空间. IPMD算法中的 $c$ 是控制向量稀疏度的超参数, 为了降低计算复杂度,  $c_1$ 和 $c_2$ 选取相同数值, 以1为步长在[45, 85]的区间内对 $c$ 进行网格搜索, 如图1所示, 对于 $d = 60$ 的状态阶数来说,  $c = 50$ 时 $J_d P$ 和 $L_d F$ 在验证数据上取得最大平均互相关, 本文案例研究的参数选取如表2所示.

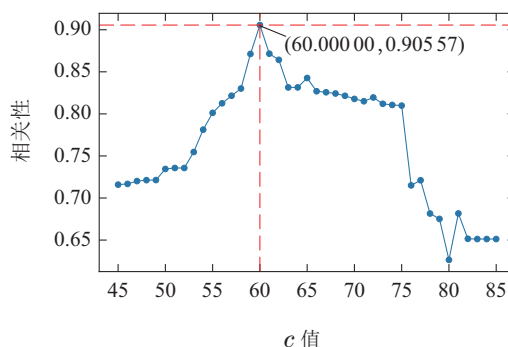


图1 不同 $c$ 值对应的验证数据下的平均互相关

Fig. 1 Averaged cross-correlation for different values of  $c$

图2展示了进行IPMD算法后所得到稀疏的投影矩阵中非零元素的情况, 其中横轴代表变量的个数, 纵轴代表变量的维度, 图中圆点的大小和颜色深浅代表该分量在变量中的占比, 即圆点越大颜色越深代表该分量在变量中的占比越大, 可以看到大多数变量在经过稀疏之后都只有个别非零元素支配, 且一些变量完

全被稀疏掉,这说明这些变量对于故障识别作用是明显的,关于稀疏后的检测性能将在下节论述。

表2 SCVDA算法参数选择  
Table 2 SCVDA algorithm parameter selection

参数	物理意义	值
$l$	过去时间滞后	2
$h$	未来时间滞后	2
$d$	规范向量个数	60
$c$	稀疏度参数	50

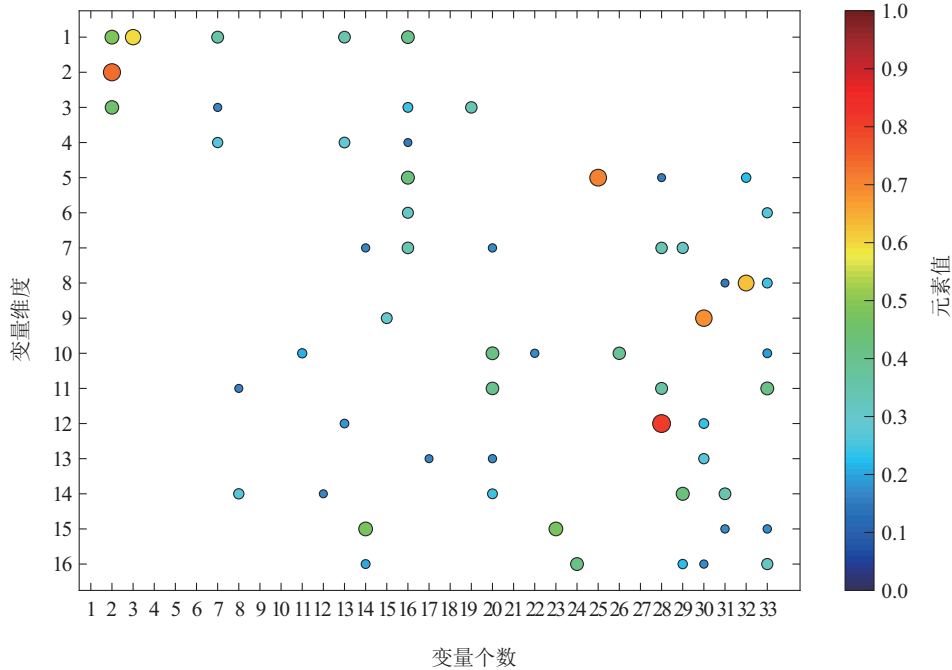


图2 变量稀疏负载图

Fig. 2 Variable sparse load diagram

TE过程中故障1存在多变量耦合,具体表现为变量相互作用和抵消效应使得故障变得复杂,该故障的具体流程如下,流4是TE过程4个进料流中的一个,故障1具体表现为流4组分C的增加和流4组分A的减少,导致流5组分A减少,这导致流1组分A由于控制回路校正而增加。随后影响流6中流量和成分的变化,它改变了反应器的液位,反过来又扰乱了流4的流量,这是液位传感器和进料流量阀之间控制连接的结果。由于故障1导致流4组分C的变化也由于反应中的物质平衡导致组分E的变化。因此故障1会影响组分A, C, E的占比,并最终传播到其他变量和产品。在第160个样本引入故障,分析图3的检测结果。CVDA在 $Q$ 指标上有大量的漏检, $D_k$ 指标上展现出不错的性能,但是正常样本和故障样本在指标上的差异仍然较小,同时,SCVA算法在 $T^2$ 指标上完全无法检测出故障,虽然在 $Q$ 指标上有不错的检测结果,但也存在正常和故障样本差异较小的问题,而在SCVDA中正常和故障样本得到了显著区分,特别是基于马氏距离的 $CR$ 指标在故

#### 4.1.2 故障检测

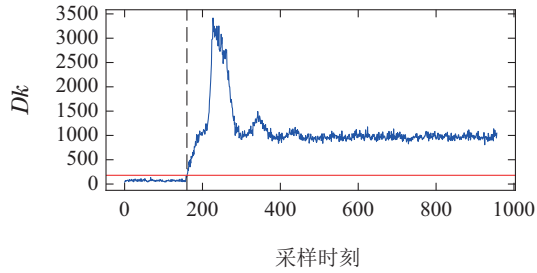
本节比较本文所提出的SCVDA和其他算法的检测性能,比较各个算法下的检测率(false detection rate, FDR)和误报率(false alarm rate, FAR),检测率和误报率的计算方法如下:

$$\begin{cases} \text{FDR} = \frac{\text{检测到的故障样本数}}{\text{实际故障样本数}}, \\ \text{FAR} = \frac{\text{误报成故障的正常样本数}}{\text{实际正常样本数}}. \end{cases}$$

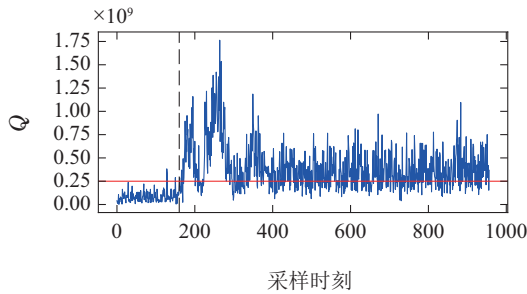
障和正常情况下的指标值在量纲上有巨大差异,这有利于尽早发现故障。由文献[22]中对于故障1的机理分析可知,故障变量确定为 $x_1, x_4, x_{18}, x_{19}, x_{34}, x_{44}, x_{45}, x_{50}$ ,其中 $x_1$ 流1中A进料, $x_{18}$ 汽提塔温度, $x_{44}$ 流1中A进料的操作变量和 $x_{50}$ 汽提塔蒸汽阀,这4个变量直接或间接与发生故障的流4相连接所以对故障贡献较大。

一个理想的故障检测算法在故障发生时应体现出仅有少数变量对故障的贡献显著增大,在多变量系统中算法应能准确识别出与故障直接相关的少数变量,并将其贡献率明显区分于其他无关变量和噪声。分析图4中的结果表明,CVDA算法中很多变量都对故障有贡献,这是因为CVDA的规范变量是稠密的,这并不合理。因为在实际应用中一类故障往往只由个别变量所导致,如果考虑所有变量,将使得那些原本对于故障没有贡献的变量对结果产生影响,这不利于检测准确性。相似的变量会带来信息冗余,与该类故障不相关的变量会带来噪声不利于挖掘故障和变量之间

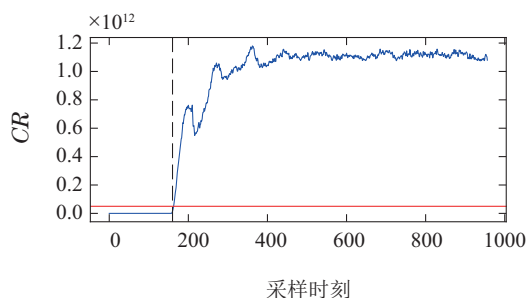
的潜在关系, 难以确定关键故障变量. 而SCVDA算法中只有个别几个变量对故障有贡献, 由上文的机理分析可知, SCVDA找到的故障变量绝大多数都符合机理, 其中变量 $x_1, x_{18}, x_{44}$ 都与发生故障的流4有关, 所以故障贡献占比很大, 这符合实际情况, 而且除了8个关键故障变量之外, 其他的变量对于故障贡献较少.



(a) CVDA



(b) SCVA



(c) SCVDA

图 3 不同算法对TE过程故障1监测图对比

Fig. 3 Comparison of monitoring plots for TE process fault 1 by different algorithms

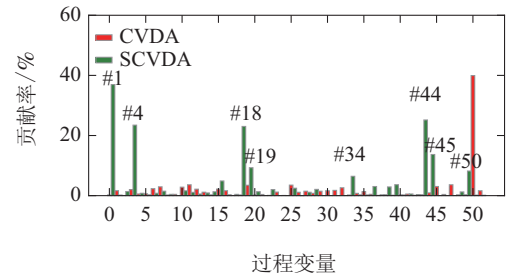


图 4 不同算法在故障样本中变量贡献百分比

Fig. 4 Percentage of variable contributions in fault samples for different algorithms

图5展示了不同算法的故障变量累积占比, 可以看到在第160个样本前两者故障变量累积都比较小, 因为此时未引入故障, 在160个样本之后, 两种算法故障变量的占比都稳步提升, 可以看到SCVDA算法的故障占比最终稳定在90%左右, 而CVDA算法只在70%左右, 且SCVDA算法在整个采样过程中故障变量的占比波动较小.

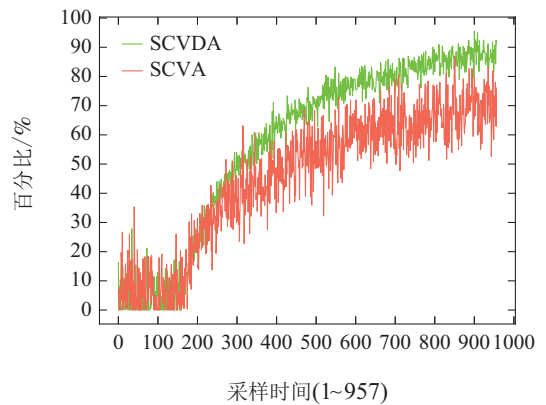


图 5 不同算法中故障变量的累积占比

Fig. 5 Cumulative percentage of fault variables in different algorithms

表3中展示了不同算法在TE数据集中的检测性能, SCVDA算法在大多数故障的检测中表现优异, 特别对于故障1, 4, 7, 11的检测性能有大幅度的提升, 最后两种指标CR和Q在所有21种故障上的平均检测率上也略优于其他两种算法, 这说明SCVDA算法对于不

同类型的故障具有鲁棒性,且对于多数故障,SCVDA算法的检测性能足以应对需求,且误报率方面可以看到在 $Q$ 指标上取得了和传统CVDA相似的效果,但是在基于马氏距离构建的 $CR$ 指标上,误检率相比其他两个算法有显著性的降低。

表3 不同算法检测性能对比

Table 3 Comparison of detection performance of different algorithms

故障	CVDA		SCVA		SCVDA	
	$Dk$	$Q$	$T^2$	$Q$	$CR$	$Q$
1	100.0	67.1	6.9	99.3	100.0	99.4
2	99.6	93.6	99.0	98.6	100.0	96.7
3	19.4	12.6	16.4	13.3	20.5	52.7
4	95.7	14.1	8.9	100.0	100.0	98.9
5	100.0	100.0	34.1	27.6	100.0	28.4
6	100.0	100.0	99.9	100	100.0	99.7
7	55.2	95.8	54.2	100	99.8	100
8	98.7	94.5	98.7	97.6	98.3	98.7
9	18.9	11.2	15.6	13.3	30.6	16.5
10	92.7	29.7	91.8	37.4	97.4	32.9
11	20.5	73.9	18.7	75.3	92.5	49.3
12	100.0	92.9	100	99.2	100.0	98.1
13	96.7	95.2	95.7	93.7	99.5	96.5
14	19.8	92.9	14.8	100	100.0	99.6
15	21.6	11.2	13.4	8.8	80.1	10.8
16	95.5	53.8	96.6	17.6	97.1	67.3
17	70.8	95.2	69.8	93.1	99.7	97.6
18	90.7	88.8	92.0	89.8	94.6	92.5
19	90.1	10.6	97.2	11.2	94.6	31.3
20	91.2	44.7	87.6	43.3	96.5	65.2
21	56.3	36.2	60.7	31.6	80.1	38.9
Average FDR:	73.0	62.6	60.6	64.3	<b>89.6</b>	<b>70.0</b>
Average FAR:	0.06	<b>0.01</b>	0.05	0.02	<b>0.03</b>	<b>0.01</b>

针对TE过程中属于微小故障3, 9, 15与最新的研究成果进行对比。文献[3]中的PE-PCA方法和文献[4]中的ms-PDA算法针对TE过程中的微小故障所设计,因此纳入对比,检测结果如表4所示。

表4 不同算法对于TE过程微小故障检测率对比

Table 4 Comparison of detection rates of different algorithms for incipient faults in the TE process

故障	PE-PCA/%	ms-PDA/%	SCVDA/%
3	7.5	45.7	<b>52.7</b>
9	2.3	19.7	<b>30.6</b>
15	5.3	55.9	<b>80.1</b>

## 4.2 在连续搅拌反应釜中的应用

连续搅拌反应釜(CSTR)系统专门为评估早期微小故障而设计,CSTR是一个反应容器,反应器温度 $T$

是通过操纵冷却剂流速 $Q_c$ 来维持的,反应物、反应剂和溶剂流入反应器,发生一级不可逆的放热反应,而反应的产物则同时从反应器中排出。其中输入的变量为 $\mathbf{u} = [C_i \ T_i \ T_{ci}]^T$ ,输出的变量为 $\mathbf{y} = [C \ T \ T_c \ Q_c]^T, v_1$ 。CSTR系统的原理图如图6所示,CSTR系统的动力学模型可表述为

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = \frac{Q}{V}(C_i - C) - akC + v_1, \\ \frac{dT}{dt} = \frac{Q(T_i - T)}{V} - \frac{a(\Delta H_r)kC}{\rho C_p} - \frac{bU_A(T - T_c)}{\rho C_p V} + v_2, \\ \frac{dT_c}{dt} = \frac{Q_c}{V_c}(T_{ci} - T_c) + \frac{bU_A}{\rho_c C_{pc} V_c}(T - T_c) + v_3. \end{cases}$$

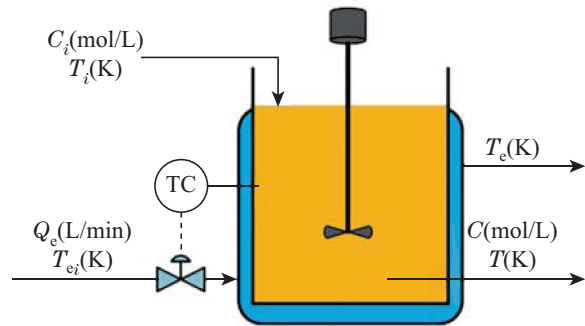


图6 CSTR系统原理图

Fig. 6 Schematic diagram of the CSTR system

CSTR系统被专门设计来模拟早期微小故障,上述公式的常数如表5所示,本文共模拟了两种故障,分别是催化剂衰退故障和热传递污垢结垢故障<sup>[5]</sup>,由于催化剂的活性和效率会随时间逐渐降低的,且热传递污垢结垢也是逐步沉积形成的,因此它们都有缓慢演变的特点,使得它们在退化早期阶段难以检测到,具体设置见表6,此处的故障应视为退化的开始点而不是严格意义上的故障,将两种故障结合成复合故障,这对于微小检测算法性能的要求更高,将算法的统计指标首次完全超过统计指标控制限的时刻作为该算法对于故障的预警性能的评估标准。

表5 CSTR模型中的常数值

Table 5 Constant values in the CSTR model

参数	物理意义	值	单位
$Q$	入口流速	1.00e2	L/min
$V$	储罐容积	1.50e2	L
$V_c$	套管容积	1.00e1	L
$\Delta H_r$	反应热	-2.00e5	cal/mol
$U_A$	传热系数	7.00e5	cal/(min·K <sup>-1</sup> )

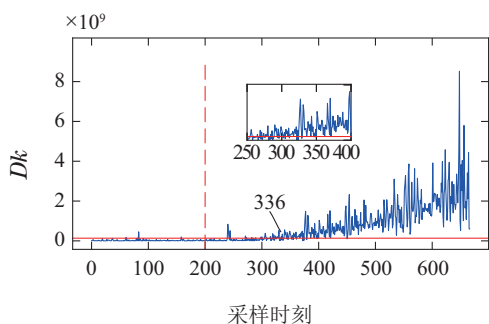
图7展示了检测对比图。其中SCVDA算法对故障的预警更早,且超过控制限后呈现指数上升态势。该

特点在SCVA算法的Q指标上也有体现,但在及时性上有所欠缺并存在漏报,且在接近失效时仍会跌落回控制限附近. CVDA算法虽然有不错的检测性能,但检测仍不及时,且超过控制限之后指标大量堆积,表7记录了不同算法的漏报率和首达时,SCVDA算法在保持较低漏报率的同时取得了最快的首达时.

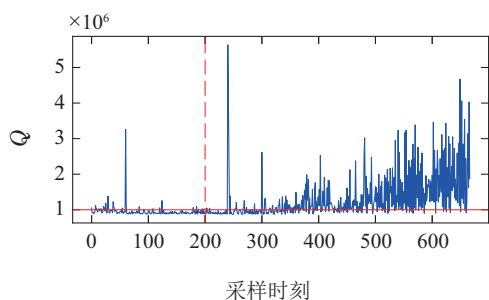
表 6 CSTR中的微小故障设置

Table 6 Incipient fault scenarios in the CSTR

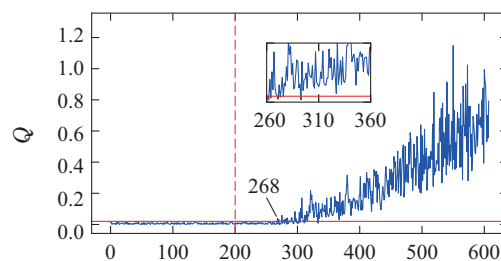
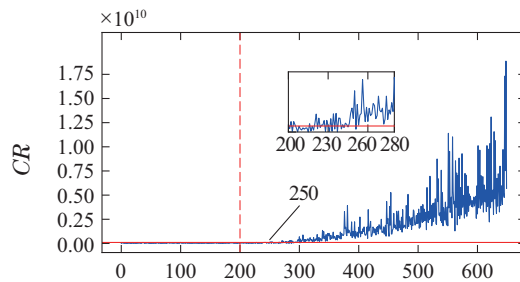
故障	数学描述	$\delta$
1	$a = a_0 \exp(-\delta t)$	0.000 5
2	$b = b_0 \exp(-\delta t)$	0.001 0
3	故障1和2同时发生	—



(a) CVDA



(b) SCVA



(c) SCVDA

图 7 不同算法对CSTR故障3的监测图

Fig. 7 Diagram for CSTR fault 3 with different algorithms

表 7 不同算法的漏报率和首达时对比

Table 7 Comparison of miss alarm rate and first arrival time for different algorithms

	CVDA	SCVA	SCVDA
MAR(漏报率/%)	18.5	57.5	<b>7.6</b>
FAT(首达时/采样时刻)	336	382	<b>240</b>

### 5 结论

本文针对动态过程中微小故障难以检测的问题,提出了基于SCVDA的微小故障检测方法.该方法能够获得规范变量的稀疏表征,有助于发现关键故障变量,同时有效避免了求解高维数据下协方差矩阵逆的难题.在TE过程的案例研究表明所提方法在多数故障下实现了更高的检测率和更低的误报率.另外,在CSTR数据集上进一步验证了所提方法在故障发生早期对微小故障的高度敏感性,相较于现有CVDA与SCVA方法,不仅能够更早地识别故障,而且在正常与故障状态之间的区分度更明显.本文方法主要侧重于直接监测原始时序数据中微弱故障特征信息,下一步工作将研究结合概率信息的非线性动态过程微小故障检测方法,将对分布变化敏感的概率信息加入到构造统计指标过程中,进一步提高微小故障检测性能.

### 参考文献:

[1] SHANG Liangliang, LU Zhilin, WEN Chuanbo, et al. Canonical residual based incipient fault detection and diagnosis for chemical process. *Control Theory & Applications*, 2021, 38(8): 1247 – 1256.

- (商亮亮, 陆智林, 文传博, 等. 基于规范变量残差的化工过程微小故障检测与诊断. *控制理论与应用*, 2021, 38(8): 1247 – 1256.)
- [2] QING Yufeng, SHI Junxian. Incipient fault detection based on recursive canonical variate dissimilarity and kernel principal component analysis. *Control Theory & Applications*, 2022, 39(9): 1716 – 1724. (秦玉峰, 史贤俊. 基于递推规范变量残差和核主元分析的微小故障检测. *控制理论与应用*, 2022, 39(9): 1716 – 1724.)
- [3] HONG Q J, HOU Q S, WU D H. Modified performance-enhanced PCA for incipient fault detection of dynamic industrial processes. *Journal of Process Control*, 2023, 131: 112 – 128.
- [4] TAO Y, SHI H B, SONG B, et al. Hierarchical latent variable extraction and multisegment probability density analysis method for incipient fault detection. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2022, 18(4): 2244 – 2254.
- [5] LI X C, YANG X Y, YANG Y J, et al. Canonical variate residuals-based contribution map for slowly evolving faults. *Journal of Process Control*, 2019, 76: 87 – 97.
- [6] XU Shuiqing, LIU Feng, HE Yigang, et al. Minor fault diagnosis for current sensor of new energy vehicle drive system based on adaptive sliding mode observer. *Proceedings of the CSEE*, 2023, 43(18): 7277 – 7288. (许水清, 刘锋, 何怡刚, 等. 基于自适应滑模观测器的新能源汽车驱动系统电流传感器微小故障诊断. *中国电机工程学报*, 2023, 43(18): 7277 – 7288.)
- [7] LI G, HU Y P, CHEN H X, et al. An improved fault detection method for incipient centrifugal chiller faults using the PCA-R-SVDD algorithm. *Control Engineering Practice*, 2016, 116: 104 – 113.
- [8] PYUN H, KIM K, HA D, et al. Root causality analysis at early abnormal stage using principal component analysis and multivariate Granger causality. *Process Safety and Environmental Protection*, 2020, 135: 113 – 125.
- [9] TAO Songbing, CHAI Yi, WANG Yiming, et al. Incipient fault diagnosis of sensors in the closed-loop system utilizing Kullback-Leibler divergence. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(6): 909 – 914. (陶松兵, 柴毅, 王一鸣, 等. 基于Kullback-Leibler距离的闭环系统传感器微小故障诊断. *控制理论与应用*, 2019, 36(6): 909 – 914.)
- [10] TONG C D, LAN T, YU H Z, et al. Distributed partial least squares based residual generation for statistical process monitoring. *Journal of Process Control*, 2019, 75: 77 – 85.
- [11] RUIZ-CARCEL C, CAO Y, MBA D, et al. Statistical process monitoring of a multiphase flow facility. *Control Engineering Practice*, 2015, 42: 74 – 88.
- [12] PILARIO K E S, CAO Y. Canonical variate dissimilarity analysis for process incipient fault detection. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2018, 14(12): 5308 – 5315.
- [13] PILARIO K E S, CAO Y, SHAFIEE M. Mixed kernel canonical variate dissimilarity analysis for incipient fault monitoring in nonlinear dynamic processes. *Computers & Chemical Engineering*, 2019, 123: 143 – 154.
- [14] WU P, FERRARI R M G, LIU Y C, et al. Data-driven incipient fault detection via canonical variate dissimilarity and mixed kernel principal component analysis. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2021, 17(8): 5380 – 5390.
- [15] DONG J, JIANG L Z, ZHANG C, et al. A novel quality-related incipient fault detection method based on canonical variate analysis and Kullback-Leibler divergence for large-scale industrial processes. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2022, 71: 3520410.
- [16] DENG X G, LIU X Y, CAO Y P, et al. Incipient fault detection for dynamic chemical processes based on enhanced CVDA integrated with probability information and fault-sensitive features. *Journal of Process Control*, 2022, 114: 29 – 41.
- [17] YANG Minghui, LIU Xiaoyue, DENG Xiaogang, et al. Incipient fault diagnosis for dynamic chemical processes based on weighted probability CVDA. *CIESC Journal*, 2022, 73(9): 3963 – 3972. (杨明辉, 刘晓月, 邓晓刚, 等. 基于加权概率CVDA的动态化工系统微小故障检测. *化工学报*, 2022, 73(9): 3963 – 3972.)
- [18] BAO S Y, LUO L J, MAO J F, et al. Improved fault detection and diagnosis using sparse global-local preserving projections. *Journal of Process Control*, 2016, 47: 121 – 135.
- [19] GAJJAR S, KULAHCI M, PALAZOGLU A. Real-time fault detection and diagnosis using sparse principal component analysis. *Journal of Process Control*, 2018, 67: 112 – 128.
- [20] XIAO X L, ZHOU Y C. Two-dimensional quaternion PCA and sparse PCA. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2019, 30(7): 2028 – 2042.
- [21] LU Q G, JIANG B B, GOPALUNI R B, et al. Sparse canonical variate analysis approach for process monitoring. *Journal of Process Control*, 2018, 71: 90 – 102.
- [22] JIANG B B, HUANG D X, ZHU X X, et al. Canonical variate analysis-based contributions for fault identification. *Journal of Process Control*, 2015, 26: 17 – 25.

#### 作者简介:

**陈添艺** 硕士研究生, 目前研究方向为过程状态监测与剩余寿命预测, E-mail: Q22301163@stu.ahu.edu.cn;

**潘东辉** 讲师, 硕士生导师, 目前研究方向为故障诊断、图神经网络以及预测与健康管理等, E-mail: dhpan@ahu.edu.cn;

**陈新** 硕士研究生, 目前研究方向为过程状态监测与因果推断, E-mail: WE24201016@stu.ahu.edu.cn;

**张海峰** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为故障诊断、深度学习以及复杂网络科学理论等, E-mail: haifengzhang1978@gmail.com.