

数据驱动的未知复杂系统在线滚动辨识与优化控制

杨少布道, 傅安琪, 乔俊飞[†]

(北京工业大学 信息学部; 智慧环保实验室; 计算智能与智能系统北京市重点实验室;
智能感知与自主控制教育部工程研究中心, 北京 100124)

摘要: 文章重点研究了仅利用有限输入-状态数据对未知复杂系统, 进行辨识并设计预测控制的方法. 所提出方法关键创新在于, 在时间序列上随系统运行对非线性系统建立线性模型并滚动辨识模型参数, 进而设计模型预测控制器. 首先, 考虑有限的输入-状态数据, 通过结合集合运算和求解优化问题反推拟合该组数据的线性状态空间模型; 之后, 利用模型预测算法获得下一时刻系统控制输入, 更新输入-状态数据集, 进行下一轮的参数辨识和控制量计算. 线性系统和智能供水系统实验结果表明, 所提出的方法能够实现对未知复杂系统的在线滚动辨识和优化控制.

关键词: 在线滚动辨识; 模型预测控制; 奇诺多面体; 智能供水系统

引用格式: 杨少布道, 傅安琪, 乔俊飞. 数据驱动的未知复杂系统在线滚动辨识与优化控制. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 905 – 914

DOI: 10.7641/CTA.2025.40318

Data-driven online rolling horizon identification and optimization control for unknown complex system

YANG Shao-budao, FU An-qi, QIAO Jun-fei[†]

(Faculty of Information Technology; Laboratory of Smart Environment Protection;
Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System;
Engineering Research Center of Intelligent Perception and Autonomous Control,
Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: This paper focuses on the method of identifying unknown complex systems and designing predictive control using only finite input-state data. The proposed method's core innovation lies in establishing a linear model for the nonlinear system based on the time series as the system operates, and continuously identifying the model parameters through rolling horizon techniques, thereby designing a model predictive controller. Firstly, the proposed identification method considers a finite number of noisy input-state data of the unknown system with disturbance, by combining the set operation and solving a series of optimization problems to obtain a linear state space model that can describe the data. Based on this model, a model predictive control (MPC) algorithm is used to compute the control input. By measuring the system state at the next moment, the input-state data set is updated and then the next round of system identification and control input computations starts. The experimental results of linear system and intelligent water supply system show that the proposed method can realize online rolling identification and optimal control of unknown complex systems.

Key words: rolling horizon identification; MPC; zonotope; intelligent water supply system

Citation: YANG Shaobudao, FU Anqi, QIAO Junfei. Data-driven online rolling horizon identification and optimization control for unknown complex system. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 905 – 914

收稿日期: 2024-06-11; 录用日期: 2025-01-16.

[†]通信作者. E-mail: adqiao@bjut.edu.cn.

本文责任编辑: 邓飞其.

科技创新2030-“新一代人工智能国家科技重大专项”重大项目(2021ZD0112301), 北京市自然科学基金项目(L221005), 国家自然科学基金项目(62003009, 62021003, 61890930-5)资助.

Supported by the National Key Research and Development Program of China (2021ZD0112301), the Beijing Natural Science Foundation (L221005) and the National Natural Science Foundation of China (NSFC) (62003009, 62021003, 61890930-5).

1 引言

诸如城市污水处理过程、城市固废燃烧过程和城市供水过程等复杂系统,因不确定性、非线性等因素,很难根据机理特性对其建立精确的动态模型并设计控制器.然而,随着人工智能等技术的发展,通过系统的运行数据构建模型,实现对系统的优化控制再次成为了研究热点.

现有一些文献,通过运行过程数据实现了对未知系统建立模型并设计控制器,例如文献[1-6].但上述所提出的方法均基于机器学习,获得的未知系统模型只能表征输入输出数据之间的映射关系,无法对系统动力学特性,例如当前时刻和下一时刻状态之间的变化,进行解释;文献[7-11]利用强化学习算法学习控制律,但该类方法对于学习过程中系统稳定性和安全性尚需进一步考虑.此外,还有一类方法是利用系统输入输出数据对未知系统构建动力学模型,同时设计系统控制器,如文献[12]仅使用离线输入和状态数据,对分布式网络化系统设计事件触发系数矩阵和反馈控制增益矩阵;而文献[13]利用未知非线性系统离散数据,设计了数据驱动的自触发控制器,并解决了利用预采集的输入和状态数据的数据拟合问题,但该类方法都需要关于噪声的假设.此外,还有一些神经网络模型和模型预测控制结合的数据驱动控制方法^[14],但该方法稳定性需进一步考虑.而文献[15]给出了从数据信息出发,省去系统辨识过程,直接设计模型预测控制器的方案,该方法结合系统的历史轨迹和系统行为,设计出一种鲁棒的数据驱动预测控制策略,实现对线性时不变系统的稳定控制;文献[16]基于Willeim引理提出了一种考虑存在过程扰动情况的数据驱动模型预测控制方案,实现对未知线性系统的稳定控制;文献[17]针对利用二次型矩阵设计数据驱动控制器问题,给出了更为全面和一般化的解决方案,但方法局限于线性系统;而针对更为一般的非线性系统,文献[18]提出了一种新型的数据驱动模型预测控制方法,该方法使用实时在线输入输出测量来更新数据,实现对非线性系统的局部线性拟合近似,有效的实现对非线性系统的跟踪控制;文献[19]利用更少的数据样本,研究了一种新的在线数据驱动建模与控制方法,其主要思想在于在线选择历史输入输出数据,获得理想的数据Hankel矩阵的秩属性,进而实现控制目的;文献[20]利用未知系统的状态数据和对应的Lyapunov方程求解方法,设计数据驱动的稀疏事件触发控制器.但上述方法均缺乏对系统扰动的考虑.

上述基于数据驱动的动力学建模和控制器设计方法主要集中在考虑扰动的线性系统和特殊构造的非线性系统方面,而对更为一般的非线性系统的建模和控制方法的研究缺乏对于扰动等问题的考虑.因此,

本文针对一般的带有扰动的未知非线性复杂系统,提出了一种新的在线滚动辨识和优化控制方法,达到对系统过程进行优化控制的目的.该方法主要过程如下:首先,方法利用有限的系统输入-状态数据,建立复杂系统在数据集附近的线性模型,用于解释动力学过程和预测系统状态轨迹;其次,利用状态预测计算模型预测控制,实现对系统的优化控制;最后,利用控制结果,即下一时刻系统状态测量值更新输入-状态数据,重复第1步和第2步过程,从而实现在线滚动辨识和优化控制.

该方法中,在线滚动辨识线性系统保证了模型的精度,模型预测控制保证了系统的控制性能.方法主要创新是:1)将在线滚动辨识和优化控制创造性地结合在一起,实现了利用有限数据对系统进行建模和优化控制器设计;2)考虑了一般形式的系统扰动,方法能够利用奇诺多面体,在建模的同时,对系统扰动进行边界包裹从而实现对扰动的辨析;3)在智能供水系统平台验证了方法的有效性.

文章结构如下:第1章给出了预备知识和拟解决问题的描述;第2章呈现了具体在线滚动辨识和优化控制方法实现过程;第3章用实验验证了所提方法的有效性;第4章对本文进行了总结.

2 预备知识与问题描述

2.1 预备知识

本文中用 \mathbb{R}^n 定义 n -维欧式空间, \mathbb{R}^+ 为正实数, $\mathbb{R}_0^+ = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$. \mathbb{N} 为包含0的自然数定义,不包含0的自然数定义为 \mathbb{N}^+ . $\mathbb{I}\mathbb{N}^+$ 是所有闭区间 $[a, b]$ 的集合,如 $a, b \in \mathbb{N}^+$,并且 $a \leq b$. $\mathcal{M}_{m \times n}$ 和 \mathcal{M}_m 是所有实数矩阵和实数对称矩阵的集合.

定义 1(闵可夫斯基之和^[21]) 在欧几里德几何空间 \mathbb{R}^n 中,对于两个点集 \mathcal{A} 和 $\mathcal{B} \subseteq \mathbb{R}^n$,其闵可夫斯基之和定义为

$$\mathcal{A} \oplus \mathcal{B} = \{\mathbf{a} + \mathbf{b} | \mathbf{a} \in \mathcal{A}, \mathbf{b} \in \mathcal{B}\},$$

式中: \oplus 表示为闵可夫斯基之和, \mathcal{A} 和 \mathcal{B} 分别为两个点集, \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 为其对应的维数相等空间坐标.

定义 2(奇诺多面体(Zonotope)^[22]) 给定一个中心向量 $\mathbf{c}_Z \in \mathbb{R}^{n_\zeta}$ 和生成向量 $\mathbf{G}_Z = [g_Z^{(1)} \cdots g_Z^{(\gamma_Z)}] \in \mathbb{R}^{n_\zeta \times \gamma_Z}$, $\gamma_Z \in \mathbb{N}$.那么,奇诺多面体被定义为

$$\mathcal{Z} = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_\zeta} | \mathbf{x} = \mathbf{c}_Z + \sum_{i=1}^{\gamma_Z} \beta^{(i)} g_Z^{(i)}, -1 \leq \beta^{(i)} \leq 1 \right\},$$

将用 \mathcal{Z} 简单表示为 $\mathcal{Z} = \langle \mathbf{c}_Z, \mathbf{G}_Z \rangle$.那么,其线性映射通过如下计算获得:

$$L\mathcal{Z} = \{Lz | z \in \mathcal{Z}\} = \langle L\mathbf{c}_Z, L\mathbf{G}_Z \rangle,$$

给定两个奇诺多面体 $\mathcal{Z}_1 = \langle \mathbf{c}_Z, \mathbf{G}_Z \rangle$, $\mathcal{Z}_2 = \langle \mathbf{c}_Z, \mathbf{G}_Z \rangle$,

两个奇诺多面体其闵可夫斯基和 $\mathcal{Z}_1 \oplus \mathcal{Z}_2 = \{z_1 + z_2 | z_1 \in \mathcal{Z}_1, z_2 \in \mathcal{Z}_2\}$ 可计算为

$$\mathcal{Z}_1 \oplus \mathcal{Z}_2 = \langle c_{\mathcal{Z}_1} + c_{\mathcal{Z}_2}, [G_{\mathcal{Z}_1}, G_{\mathcal{Z}_2}] \rangle.$$

并使用 $\mathcal{Z}_1 - \mathcal{Z}_2$ 定义 $\mathcal{Z}_1 \oplus (-1\mathcal{Z}_2)$, 表示为两个奇诺多面体之差.

定义3 (矩阵奇诺多面体 (Matrix zonotope)^[22]) 给定一个中心矩阵 $C_M \in \mathbb{R}^{n_\epsilon \times p}$ 和生成矩阵 $\tilde{G}_M = [G_M^{(1)} \cdots G_M^{(\gamma_M)}] \in \mathbb{R}^{n_\epsilon \times (p\gamma_M)}$, $\gamma_M \in \mathbb{N}$, 那么, 一个矩阵奇诺多面体可被定义为

$$\mathcal{M} = X \in \mathbb{R}^{n_\epsilon \times p} | X = C_M + \sum_{i=1}^{\gamma_M} \beta^{(i)} G_M^{(i)}, -1 \leq \beta^{(i)} \leq 1.$$

可用简单符号 $\mathcal{M} = \langle C_M, \tilde{G}_M \rangle$ 表示矩阵奇诺多面体.

定义4 (区间矩阵 (Interval matrix)^[23]) 一个区间矩阵 \mathcal{I} 表示每个矩阵元素在左极限 \mathcal{I}_L 和右极限 \mathcal{I}_R 之间的所有可能值的区间, 即

$$\mathcal{I} = [\mathcal{I}_L \ \mathcal{I}_R], \mathcal{I}_L, \mathcal{I}_R \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

一个矩阵奇诺多面体和区间矩阵之间的转换可以表示为: $\mathcal{I} = [\mathcal{I}_L \ \mathcal{I}_R], [\mathcal{I}_L \ \mathcal{I}_R] = \text{intervalMatrix}(\mathcal{M})$.

2.2 问题描述

考虑未知离散时间非线性动态系统 \mathcal{P} , 即

$$\mathcal{P}: \xi_p(k+1) = f_p(\xi_p(k), u(k), \omega(k)), \quad (1)$$

其中: $\xi_p(k) \in \mathbb{R}^{n_\epsilon}$ 表示系统的状态, $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$ 表示系统的输入, $\omega(k) \in \mathbb{R}^{n_\omega}$ 表示系统的未知噪声. $f_p: \mathbb{R}^{n_\epsilon} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_\omega} \rightarrow \mathbb{R}^{n_\epsilon}$ 为离散时间函数. 在本工作中, f_p 假设为未知且没有任何关于 f_p 的知识. 本文的目的是构建一个动态系统模型来捕捉 f_p 的动态行为并对其进行优化控制. 下面给出未知系统的关于数据的假设.

假设1 (数据) 假设已获得 T 个输入-状态轨迹, 每条轨迹包含了不同长度 $N_j, j = 1, \dots, T$ 的数据集,

$$\mathcal{D} := \{ \{u^{(j)}(k)\}_{k=0}^{N_j-1}, \{\xi_p^j(k)\}_{k=0}^{N_j-1} \}_{j=1, \dots, T}. \quad (2)$$

系统状态和输入的集合是闭集且有界. 参考物理约束或安全判据, 系统状态有界的假设是合理的.

基于假设1, 用如下矩阵表示数据 \mathcal{D} 的序列集合:

$$\begin{cases} U_0 = [u^{(1)}(0) \cdots u^{(1)}(N_1-1) \cdots \\ \quad u^{(T)}(0) \cdots u^{(T)}(N_k-1)], \\ X_0 = [\xi_p^{(1)}(0) \cdots \xi_p^{(1)}(N_1-1) \cdots \\ \quad \xi_p^{(T)}(0) \cdots \xi_p^{(T)}(N_k-1)], \\ X_1 = [\xi_p^{(1)}(1) \cdots \xi_p^{(1)}(N_1) \cdots \\ \quad \xi_p^{(T)}(1) \cdots \xi_p^{(T)}(N_k)], \end{cases} \quad (3)$$

U_0 表示 k 时刻未知系统输入数据矩阵, X_0 表示 k 时刻未知系统状态数据矩阵, X_1 表示 $k+1$ 时刻未知系统状态数据矩阵. 为了简便, 使用 $\mathcal{D} = (U_0, X) = (U_0, X_0, X_1)$ 表示上述数据序列集合.

问题2 利用已知数据集, 捕捉未知系统的动态行为, 构建未知系统的状态空间方程, 并设计控制器对其进行优化控制.

本文拟解决的问题是: 利用已知数据集 \mathcal{D} , 捕捉未知系统的动态行为, 构建未知系统的状态空间方程, 并设计控制器对其进行优化控制.

下面给出本文所提出的在线滚动辨识和优化控制方法以解决问题2.

3 在线滚动辨识和优化控制

3.1 总体结构

本文针对问题2提出了一种从有限的输入-状态数据出发, 在线滚动辨识线性模型参数从而局部拟合非线性系统和基于模型预测控制的优化控制方法, 其过程如图1所示.

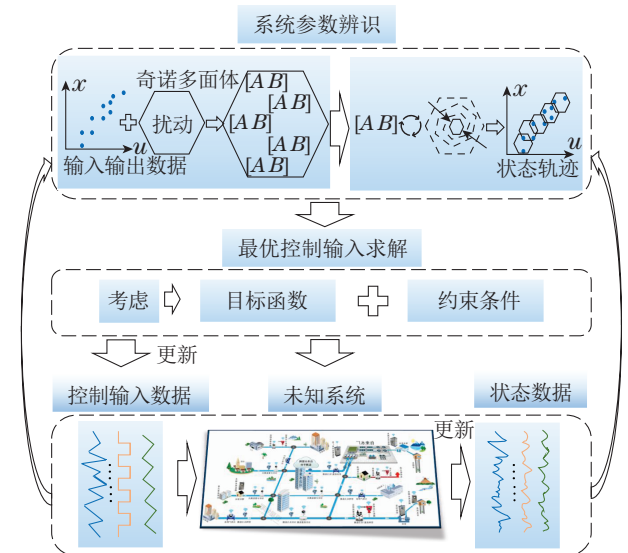


图1 在线滚动辨识及优化控制过程

Fig. 1 The process of rolling horizon identification and optimization control

在线滚动辨识及优化控制过程包括3个模块: 线性模型辨识模块、最优控制输入求解模块和未知系统运行模块. 首先, 利用少量随机控制输入数据, 激励未知系统, 收集有效辨识系统信息的输入-状态数据集.

数据传输到线性模型参数辨识模块,在该模块中实现由该组数据表征的线性模型参数估计.参数估计包括两个部分:1)利用输入-状态数据和由奇诺多面体包裹技术表示的系统过程噪声数据之间的集合运算,获得与该组输入-状态数据和噪声确界一致的系所有可能性的线性模型参数的范围;2)从已确定的线性模型参数的范围内,寻找一组使被包裹的噪声奇诺多面体最小的最优线性模型参数.通过1)和2)计算过程,获得由该组数据表征的线性模型,实现了对非线性系统的局部线性拟合.在获得局部线性模型的基础上,设计模型预测控制算法,考虑目标函数和约束条件计算出基于该局部线性模型下的下一时刻的最优控制输入值下的未知系统响应状态值,并更新输入-状态数据集合,再进行下一轮的局部线性模型参数辨识和最优控制量计算.

为了更好地描述本文所提出的在线滚动辨识和优化控制方法,图2给出了基于时间序列上的最优控制输入数据更新过程.具体来说,首先,在0 t_k 时间内,收集少量未知系统的输入-状态运行数据.通过前述的辨识方法,辨识出表征该组数据的线性系统状态矩阵参数,获得局部线性系统状态空间模型;利用该模型设计模型预测控制器,计算出 t_{k+1} 时刻最优控制输入

值 u_{k+1} ,下一时刻检测在最优控制输入下的未知系统状态值 $\xi_{p_{k+1}}$.在获得一组新的输入-状态数据情况下,更新数据集合,即撤去前一组数据集合中的第1个时刻对应的数据,在末尾增加新数据,构成新一轮的控制输入-状态数据集合,并开始进行新一轮的计算.如此重复,最终实现对系统的建模和优化控制.

接下来,给出本文所提出的在线滚动辨识和优化控制方法的每一个时刻涉及到的具体的辨识方法和模型预测控制(model predictive control, MPC)算法.

3.2 每一时刻的在线辨识方法

假设通过实验获得了一组状态-输入数据 D ,并需满足如下数据辨识有效信息性条件.

命题1(命题6^[24]) 如果输入-状态数据 $D=(U_0, X_0, X_1)$ 满足以下条件,则认为该组数据对于系统的辨识具有有效信息性:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} = n_{\xi_p} + n_u, \quad (4)$$

因此,如果数据满足式(4),那么存在右逆矩阵 $[V_1 \ V_2]$ 满足

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix} [V_1 \ V_2] = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}. \quad (5)$$

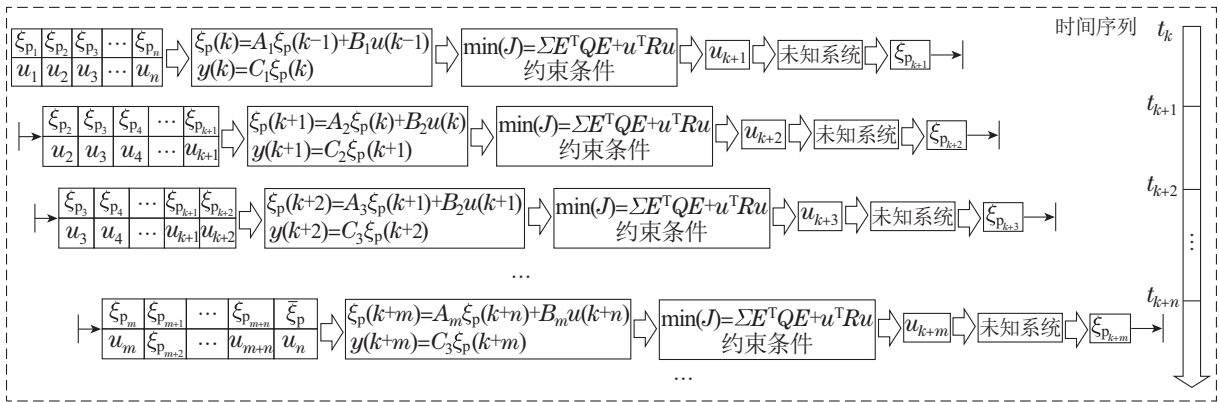


图2 在线滚动辨识及优化控制原理示意图

Fig. 2 The schematic diagram of rolling horizon identification and optimization control

命题1表明 $[X_0^T \ U_0^T]^T$ 需为满秩.很容易确认给定数据是否为满秩,而针对未知过程扰动,可视其为噪声,利用 ω 表示噪声数据.那么,针对 T 个噪声数据集合,每个集合长度为 $N_j(j=1, \dots, T)$,这些集合可以用叠加噪声矩阵 W 表示为

$$W = [\omega^{(1)}(0) \ \dots \ \omega^{(1)}(N_1 - 1) \ \dots \ \omega^{(T)}(0) \ \dots \ \omega^{(T)}(N_T - 1)].$$

为了能够有效的表示噪声数据,本文采用奇诺多面体(也称为全对称多胞形^[25])包裹生成集合技术,它能够很好地表示不同类型的噪声数据.噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 的定义如定义2所示,记为 $\mathcal{Z}_\omega = \langle c_{\mathcal{Z}}, G_{\mathcal{Z}} \rangle$.那么,

第 j 条 $\omega^{(j)}(k) \in \mathcal{Z}_\omega, j=1, \dots, T, k=1, \dots, N_j$.因此,针对多条过程噪声数据由多个噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 的叠加实现.即,针对叠加噪声矩阵 W 可利用定义3所示的矩阵奇诺多面体表示,记为 $\mathcal{M}_\omega = \langle C_{\mathcal{M}_\omega}, [G_{\mathcal{M}_\omega}^{(1)} \ \dots \ G_{\mathcal{M}_\omega}^{(\gamma_{\mathcal{Z}_\omega})}] \rangle, W \in \mathcal{M}_\omega$.其中

$$\begin{cases} C_{\mathcal{M}_\omega} = [c_{\mathcal{Z}_\omega} \ \dots \ c_{\mathcal{Z}_\omega}], \\ G_{\mathcal{M}_\omega}^{(1+(i-1)N)} = [g_{\mathcal{Z}_\omega}^{(i)} \ 0_{n \times (N-1)}], \\ G_{\mathcal{M}_\omega}^{(j+(i-1)N)} = [0_{n \times (j-1)} \ g_{\mathcal{Z}_\omega}^{(i)} \ 0_{n \times (N-j)}], \\ G_{\mathcal{M}_\omega}^{(N+(i-1)N)} = [0_{n \times (N-1)} \ g_{\mathcal{Z}_\omega}^{(i)}], \\ \forall i = 1, \dots, \gamma_{\mathcal{Z}_\omega}, j = 2, \dots, N-1, \end{cases} \quad (6)$$

显然, 从式(6)可知, 矩阵奇诺多面体 \mathcal{M}_ω 是由多个噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 叠加而成. \mathcal{M}_ω 的中心点是由多个噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 的中心点组成, \mathcal{M}_ω 的生成矩阵是由多个噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 的生成矩阵组成. 继而可以将包含系统所有可能性的矩阵对 $[A \ B]$ 表示为

$$\mathcal{N}_\Sigma = \{[A \ B]|X_1 = AX_0 + BU_0 + W, W \in \mathcal{M}_\omega\}.$$

接着, 利用噪声矩阵奇诺多面体来计算包含该组数据所有可能性的系统矩阵 $[A \ B]$ 对. 下面给出基于噪声矩阵奇诺多面体的系统矩阵计算方法, 如引理1所示.

引理 1^[22] 给定未知系统输入-状态轨迹 $\mathcal{D} = (U_0, X)$ 并保证矩阵 $[X_0^T \ U_0^T]^T$ 满秩, 那么包含所有可能性的动态矩阵的矩阵奇诺多面体计算为

$$\mathcal{M}_\Sigma = (X_1 - \mathcal{M}_\omega) \begin{bmatrix} X_0 \\ U_0 \end{bmatrix}^\dagger, \quad (7)$$

\mathcal{M}_Σ 与数据 $\mathcal{D} = (U_0, X)$ 和噪声奇诺多面体一致, $\mathcal{M}_\Sigma \supseteq \mathcal{N}_\Sigma$.

引理1仅使用数据 $\mathcal{D} = (U_0, X)$ 为未知系统矩阵 $[A \ B]$ 提供了一个纯粹的基于数据的计算方法. 此外, 引理中使用了右逆理论, 这需要矩阵 $[X_0^T \ U_0^T]^T$ 为满秩. 具体细节可查看文献[22].

通过假设一足够大的噪声奇诺多面体, 利用引理1, 可计算出 $t_i, i = k, k + 1, \dots, k + m$ 时刻包含未知系统所有可能性的系统矩阵. 换句话说, 通过上述集合运算方法, 可将未知系统的系统矩阵参数确定在一定的有效范围内. 然而, 由于运算结果是在噪声奇诺多面体足够大的假设下进行的, 所获得的系统矩阵 $[A \ B]$ 进一步寻优为寻找更精确的系统矩阵参数, 本文提出了一最优参数求解算法, 其表达式如下:

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\Theta} \text{volume}(\mathcal{Z}_\omega^{\min}), \\ & \text{s.t. } X_1 - \{AX_0 + BU_0\} \subseteq \mathcal{Z}_\omega, \\ & \mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma} \leq [A \ B] \leq \mathcal{I}_{R, \mathcal{M}_\Sigma}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $\Theta := A, B$ 为决策变量, volume 表示噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 的容积. 式(8)表示从 $[\mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma}, \mathcal{I}_{R, \mathcal{M}_\Sigma}]$ 范围中, 通过不断地寻找一组 $[A \ B]$, 使 $X_1 - \{AX_0 + BU_0\}$ 的计算结果都被包裹在最小奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω 内. 换句话说, 通过逐渐地缩减未知噪声奇诺多面体的包裹范围, 找到包含所有未知噪声数据的最小奇诺多面体所对应的最优系统矩阵参数 $[A \ B]$. 因此, 通过求解式(8)优化问题, 即可以确保系统的所有未知噪声都被包裹在最小的噪声奇诺多面体内, 同时确定该组数据表征的系统模型矩阵参数. 当然, 在寻优过程中, 越小容积的噪声奇诺多面体越接近实际系统, 模型误差也最小. 另外值得注意的是, 假设噪声 \mathcal{Z}_ω 的容积直接影响由式(7)计算的 $[A \ B]$ 的取值范围. 假设噪声多面体 \mathcal{Z}_ω

的容积越大, $[A \ B]$ 计算结果值范围越广; 反之, 则 $[A \ B]$ 值范围越窄. 显然, 该范围直接决定了式(8)的计算时间. 因此, 需要根据数据信息和专家知识等信息缩小包裹未知噪声数据的奇诺多面体的假设值.

基于上述讨论, 本文提出了可行算法1(见表1)求解式(8)的优化问题. 在算法1中, `Zonotope.enclosepoint`意为包裹噪声数据的最小奇诺多面体, $(:, s)$ 表示第 s 列的所有行, $[A^k \ B^k]$ 意为从矩阵 $[A \ B]$ 的范围 $[\mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma} \ \mathcal{I}_{R, \mathcal{M}_\Sigma}]$ 中取 k 对应的矩阵 $[A \ B]$, $\text{size}(*)$ 表示数据 $(*)$ 的长度.

表 1 算法1: 动态矩阵参数 $[A \ B]$ 的辨识
Table 1 Algorithm1: Identification of dynamic matrix parameters $[A \ B]$

输入: 输入-状态数据 $\mathcal{D} = (U_0, X)$, 计算精度 δ ;
输出: $\text{volume}(\mathcal{Z}_\omega^{\min})$;
1 假设一个足够大的噪声奇诺多面体 \mathcal{Z}_ω ;
2 由式(6)计算噪声矩阵奇诺多面体 \mathcal{M}_ω ;
3 由式(7)计算噪声矩阵奇诺多面体 \mathcal{M}_Σ ;
4 计算 $\mathcal{I} = \text{intervalMatrix}(\mathcal{M}_\Sigma)$;
5 计算 $[\mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma} \ \mathcal{I}_{R, \mathcal{M}_\Sigma}]$ 为 $[A \ B]$ 的左右极限矩阵;
6 初始化 w 和 w^0 ;
7 for $s = 1 : \text{size}(X_1)$ do
$k = \mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma}$;
$w^0 = \max(w^0, \ X_1(:, s) - (A^k X_0(:, s) + B^k U_0(:, s))\ _\infty)$;
$[A_{id} \ B_{id}] = [A^k \ B^k]$;
end for
8 for $k = \mathcal{I}_{L, \mathcal{M}_\Sigma} + \sigma : \sigma : \mathcal{I}_{R, \mathcal{M}_\Sigma}$ do
9 for $s = 1 : \text{size}(X_1)$ do
$w = \max(w, \ X_1(:, s) - (A^k X_0(:, s) + B^k U_0(:, s))\ _\infty)$;
end for
10 if $w < w^0$ then
$w^0 = w, [A_{id} \ B_{id}] = [A^k \ B^k]$;
end if
end for
11 for $s = 1 : \text{length}(X_i)$ do
$w_{\min} = X_1(:, s) - [A_{id} \ B_{id}] \begin{bmatrix} X_0(:, s) \\ U_0(:, s) \end{bmatrix}$;
end for
12 $\mathcal{Z}_\omega^{\min} = \text{Zonotope.enclosepoint}(w_{\min})$;
13 $V = \text{volume}(\mathcal{Z}_\omega^{\min})$.

算法1可通过 MATLAB/simulink 编程软件中的 Yalmip 工具箱来计算. 算法1首先输入未知系统的输入-状态运行数据和计算精度. 再假设一个足够大的奇诺多面体表示未知扰动过程数据. 在具有输入-状态数据和扰动多面体的前提下, 通过式(7)计算出包含系统所有可的系统矩阵参数 $[A \ B]$ 矩阵奇诺多面体. 再通过`intervalMatrix`的转换, 可得 $[A \ B]$ 的区间值, 如

算法1中的步骤1-5行所示. 步骤6-7用于计算目标函数(8)的初始值, 步骤8-13用于通过不断的将 $[A \ B]$ 区间值带入目标函数, 计算比对, 最终找到一组使目标函数值最小的系统矩阵参数 $[A \ B]$. 通过上述的过程, 算法1计算出最优的系统矩阵参数 $[A \ B]$ 和包裹噪声数据的最小奇诺多面.

注1 算法1的计算复杂度由式(7)确定, 而式(7)是由奇诺多面体和集合之间的计算所确定. 奇诺多面体是通过一组线段的闵可夫斯基和定义, 而当维度为 n 时闵可夫斯基和的计算复杂度为 $O(n)$. 而MATLAB中矩阵的乘法和加法计算复杂度分别为 $O(n^3)$ 和 $O(n^2)$.

3.3 每一时刻的优化控制输入计算

模型预测控制(MPC)方法可使用模型来预测系统的未来行为, 从而计算有限时间内优化控制输入^[26]. 更具体地说, MPC通过求解约束优化问题来确定最优控制输入. 而在实际工业系统中, 工业过程受到约束, 如特定信号不得违反安全限制、环境法规、消费者规范和物理限制等等. 对于城市供水系统, 在实际运行时, 为保证安全有效的运行, 对供水水箱高度, 入水、出水阀门开度等等具有限制性要求, 需要保证系统的控制量、状态量在合理的范围内. 而MPC控制方法也是为数不多的可考虑约束的控制方法之一. 下面给出基于第3.2节所提出的在线滚动辨识方法的优化控制输入计算方法.

假设从第3.2节已获得未知系统的离散动力学模型

$$\begin{cases} \xi_p(k+1) = A_{id}\xi_p(k) + B_{id}u(k), \\ y(k) = C\xi_p(k) + Du(k), \end{cases} \quad (9)$$

其中: C 为具有合适维度的单位矩阵, D 为0.

MPC代价函数 J 由系统期望输出参考量 r 与模型输出 y 之间的跟踪误差以及输入 u 来定义, 即

$$J = \left[\sum_{i=0}^{Z-1} E^T(k+i)QE(k+i|k) + u^T(k+i|k)Ru(k+i|k) \right] + E^T(k+N|k)FE(k+N|k), \quad (10)$$

式中: $(k+i|k)$ 表示在 k 时刻预测的第 $k+i$ 时刻的预测值, E 为模型输出 y 和期望输出参考量 r 之差, Z 为预测区间(假设控制时域与预测时域相同), Q 和 R 为权重矩阵, F 为终端误差矩阵. 下面给出MPC优化问题描述:

$$\begin{aligned} & \arg \min_u J, \\ & \text{s.t. } u_{lb} \leq u(k) \leq u_{ub}, \quad \forall k, \\ & \quad y_{lb} \leq y(k) \leq y_{ub}, \quad \forall k, \\ & \quad \xi_{plb} \leq x(k) \leq \xi_{pub}, \quad \forall k, \\ & \quad \xi_p(k|k) = \xi_p(k), \end{aligned}$$

$$\xi_p(k+1) = A\xi_p(k) + Bu(k), \quad (11)$$

式中: $(\cdot)_{lb}$ 和 $(\cdot)_{ub}$ 表示 (\cdot) 的下确界和上确界, 作为优化问题的约束条件. 下面由算法2(见表2)给出MPC优化控制输入计算步骤.

表2 算法2: MPC优化控制输入值计算

Table 2 Algorithm2: Calculation of MPC optimal control input values

- 1 已知表征数据的状态空间模型如式(9)所示;
- 2 求解式(11)预测 N 步控制输入;
- 3 取MPC算法第1步的预测控制输入值作为控制输入.

首先, 由第3.2节参数辨识方法获得局部线性系统模型, 再通过求解优化问题(11)获得预测步长内的控制输入值. 通常, MPC控制方法在预测步长内只有第1步优化值被应用于系统中. 因此, 只取第1步的计算值作为下一时刻控制输入, 下一时刻来临更新下一时刻的数据 \mathcal{D} , 再由数据集 \mathcal{D} 辨识出新的局部线性系统模型, 再运行算法2, 如此过程重复进行.

3.4 算法整体流程图

下面针对第3.2节和第3.3节提出的在线滚动辨识和优化控制算法, 给出了整体流程图, 如图3所示.

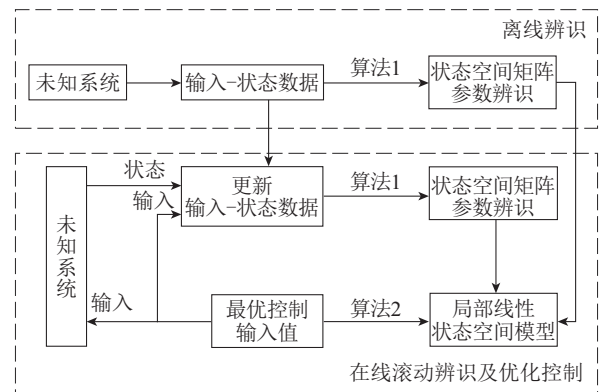


图3 在线滚动辨识及优化控制算法流程图

Fig. 3 The flow chart of rolling horizon identification and optimization control

图3分为离线辨识和在线滚动辨识及优化控制两个内容: 一是离线辨识, 该部分主要是针对未知系统运行前期, 收集少量的输入-状态数据, 并利用算法1对其进行辨识, 获得初期数据表征的局部线性系统模型; 二是在线滚动辨识和优化控制部分. 首先, 在第1部分获得的局部线性系统模型基础上, 利用算法2计算下一时刻的最优控制输入, 并测得系统的运行状态数据. 其次, 利用新的输入-状态数据更新数据集 \mathcal{D} , 重复局部线性系统辨识和最优控制输入值计算过程, 最终实现建模和优化控制目标. 至此, 问题2得以解决.

4 实验验证

为验证所提出方法的有效性, 本文分别对未知线性系统和具有非线性特性的智能供水系统进行建模和控制. 对于线性系统, 建模过程在离线阶段运行一次, 目的在于验证建模方法的有效性和准确性.

4.1 未知线性系统控制

给定一个二维的线性离散系统, 即

$$\begin{cases} \xi_p(k+1) = \begin{bmatrix} 0.9975 & 0.0512 \\ -0.1025 & 1.0487 \end{bmatrix} \xi_p(k) + \begin{bmatrix} 0.0512 \\ 0.0487 \end{bmatrix} u(k) + \omega(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \xi_p(k). \end{cases} \quad (12)$$

系统状态初始值从奇诺多面体 $\mathcal{X}_0 = \langle [1 \ 1]^T, 0.1I \rangle$ 中随机取值, 其中 I 为2维的单位矩阵. 系统的输入从奇诺多面体 $\mathcal{U}_k = \langle 0.5, 0.1 \rangle$ 中随机取值, 系统的噪声数据 $\tilde{\omega}(k)$ 从噪声奇诺多面体 $\mathcal{Z}_\omega^{\text{system}} = \langle 0, 0.005I \rangle$ 中随机取值. 通过实验, 获得5条未知系统长度分别为100的状态轨迹. 本实验假设系统未知, 噪声信号未知, 只有输入-状态数据已知. 为了获得包含系统所有可能性的系统矩阵, 假设足够大的噪声奇诺多面体为 $\mathcal{Z}_\omega = \langle 0, 0.01I \rangle$. 结合输入输出数据和扰动假设, 根据算法1的1-5行, 可计算出未知系统包含所有可能性的系统矩阵 $[A \ B]$ 对, 其系统矩阵 $[A \ B]$ 左右极限计算结果如下:

$$\begin{cases} A_{\mathcal{I}_L(\mathcal{M}_\Sigma)} = \begin{bmatrix} 0.9951 & 0.0497 \\ -0.1049 & 1.0471 \end{bmatrix}, \\ B_{\mathcal{I}_L(\mathcal{M}_\Sigma)} = \begin{bmatrix} 0.0312 \\ 0.0284 \end{bmatrix}, \\ A_{\mathcal{I}_R(\mathcal{M}_\Sigma)} = \begin{bmatrix} 0.9999 & 0.0528 \\ -0.1000 & 1.0503 \end{bmatrix}, \\ B_{\mathcal{I}_R(\mathcal{M}_\Sigma)} = \begin{bmatrix} 0.0713 \\ 0.0686 \end{bmatrix}, \end{cases}$$

再根据算法1的6-13行, 使用MATLAB/Yalmip优化工具箱计算获得系统矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0.9974 & 0.0512 \\ -0.1025 & 1.0487 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.0510 \\ 0.0485 \end{bmatrix}$$

和最小的噪声多面体, 即

$$\mathcal{Z}_\omega^{\min} = \langle [-6.3370 \times 10^{-5} \ -4.1617 \times 10^{-4}]^T, [0.0014 \ -0.0022 \ 0.004 \ 0; 0.002 \ 0.0012 \ 0 \ 0.003] \rangle.$$

其获得最小的噪声奇诺多面体 $\mathcal{Z}_\omega^{\min}$ 和系统噪声奇诺

多面体 $\mathcal{Z}_\omega^{\text{system}}$ 对比图如图4所示.

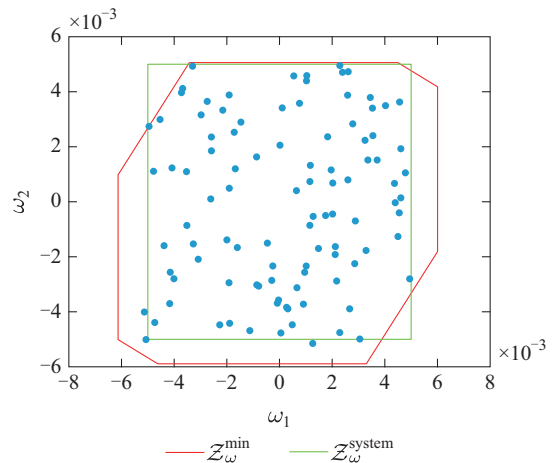


图4 最小噪声奇诺多面体和系统噪声奇诺多面体对比图
Fig. 4 The comparison diagram of minimum noise zonotope and system noise zonotope

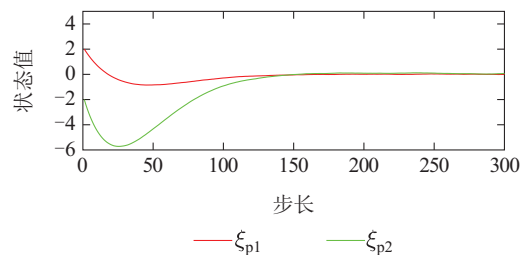
从图4中可以观察到, 所提出的辨识方法, 通过求解式(8)优化问题获得的最小的噪声奇诺多面体 $\mathcal{Z}_\omega^{\min}$ 与原系统给定的噪声奇诺多面体 $\mathcal{Z}_\omega^{\text{system}}$ 几乎吻合. 因此, 本文提出的算法能够通过寻找最小的包裹噪声数据的奇诺多面体, 精确估计未知系统矩阵, 实现对局部线性系统的模型建立.

通过上述计算, 本文获得了未知线性离散系统的状态空间模型. 为进一步对系统达到控制的目的, 本实验利用第3.2节所提出的MPC优化控制算法对已辨识模型进行优化控制. 设定控制目标为 $[0; 0]$, 仿真步数设定为300, MPC优化控制算法预测步长设定为 $N = 5$, 系统初始状态设定为

$$R = 0.1, Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

其控制效果如图5所示.

从图5中可以看到系统状态从初值开始运行, 经过算法2, 系统能够在有限时间内精准的跟踪控制目标并实现稳定运行. 具体来说, 系统最大 $|\xi_p|$ 发生在第28步, 数值是33.3087, 对应的状态是 $[-0.4237 \ -5.7558]$. 此时, 系统控制输入也即将达到最大值5.0915. 经过122步, 系统状态进入稳态. 最终, 系统状态稳定在 -0.02 到 0.02 范围内, 输入稳定在 -0.01 到 0.01 范围内. 对应的, 系统的最大代价函数是62.7170, 进入稳态后, 代价函数稳定在0.001范围内.



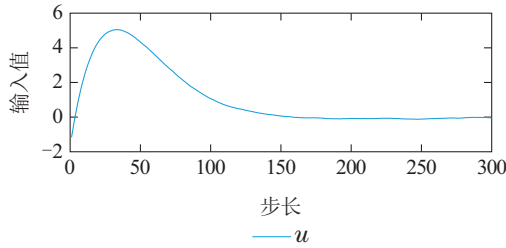


图5 系统状态轨迹及MPC控制器输出

Fig. 5 The trajectory of system status and MPC controller output

为了验证本文提出的辨识方法和优化控制算法的优越性, 本文在已知模型的基础上进行了模型预测控制实验, 对比了本文所提出的基于输入-状态数据结合模型预测控制方法进行优化控制和基于已知状态空间模型结合模型预测控制方法进行优化控制所获得的模型预测控制代价函数值, 对比结果如图6所示. 从图6可观察到, 两种方式获得的代价函数目标值 J 均有基本相同的趋势, 并随着时间的增加, 均趋近于0. 因此, 该结果表明, 本文所提出的利用扰动数据辨识未知系统的动力学模型具有较高的拟合度. 从拟合结果也可看出, 辨识的矩阵参数与原系统的系统矩阵参数之间误差不到0.005. 因此, 在获得一个足够精确的模型前提下, 利用算法2获得了足够精准的控制目标跟踪效果.

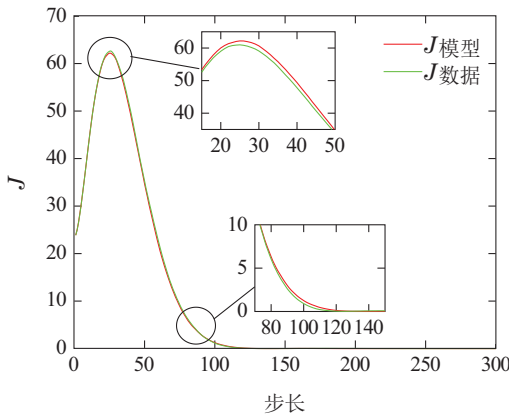


图6 基于模型和数据的模型预测控制方法代价函数值

Fig. 6 The cost function value of model predictive control method based model and data

因此, 基于上述仿真验证, 本文所提出的方法, 仅利用输入-状态数据和扰动假设就能够获得有效且精确的未知线性系统的状态空间模型. 在此基础上, 利用算法2实现了控制目标的精准跟踪, 所提出方法的有效性和优越性得到充分的验证.

接下来, 将所提出的算法应用于智能供水系统, 验证算法对未知复杂系统的有效性和实用性.

4.2 智能供水系统控制

本实验是基于具有非线性特性的智能供水系统^[27]. 该智能供水系统在 MATLAB/Simulink 仿真平台中, 使用为物理系统仿真而开发的Simscape工具箱和Simscape fluid工具箱实现. 系统结构图如图7所示.

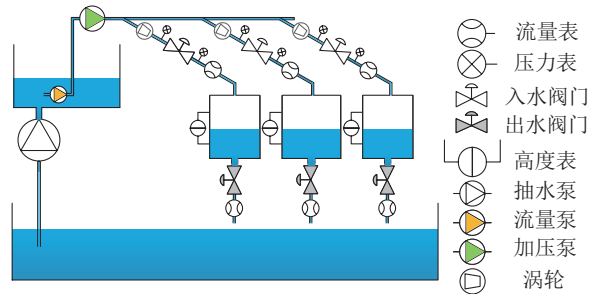


图7 智能供水系统结构图

Fig. 7 The structure diagram of intelligent water supply system

该系统包括模拟水源的供水水箱、模拟区域供水的3个平行供水水箱和最底层的回收水箱; 在仪器方面配备了抽水泵、控制阀门、检测仪器, 形成了一个水资源可循环利用的智能供水系统. 该系统通过改变每个支路的阀门开度来改变3个水箱水位高度. 水泵以恒定速度运行. 系统的控制输入信号为3个支路水箱控制阀门的开度, 而状态是平行供水水箱待稳定水位高度 \bar{h} 和当前水位高度 h 之差. 该系统可视为具有3个输入、3个状态的多输入多输出系统. 而智能供水系统控制实验的目标是通过未知系统的少量输入-状态数据, 利用本文所提出的算法, 实现3个支路水箱的水位高度稳定控制在所给定的参考值上.

首先, 确定每个采样数据时间间隔为5 s, 随机输入不同的输入值, 记录每个输入值对应的状态数据, 获得输入-状态数据集. 在获得输入-状态数据的基础上, 实验假设水箱系统噪声奇诺多面体为 $\mathcal{Z}_\omega = \langle 0, 0.01I \rangle$, I 为适当维数的单位矩阵. 根据算法1先计算出包含由上述数据表征的系统所有可能性的系统参数矩阵 $[A \ B]$ 对, 再计算出由该组数据表征的最优系统矩阵 $[A \ B]$, 从而获得该组数据表征的线性状态空间方程. 接下来, 实验设定MPC控制算法参数为: $Q = I, F = I, R = 0.1 \times I$, I 为合适维度的单位矩阵. 设定MPC预测步长为 $N = 5$, 初始状态设定为每一组输入-状态数据的最后一个状态, 状态约束为 $-3 < \xi_p < 3$, 输入约束为 $0 < u < 0.01$, 对应阀门开度 $0^\circ \sim 90^\circ$. 水箱待稳定的水位高度设定为 $\bar{h} = [3; 3; 3]$. 而对于智能水箱系统, 当MPC优化控制结果接近参考值时, 为节省系统开销, 同时避免系统状态 ξ_p 在正负切换时带来的跳变引起建模误差, MPC优化控制器就持续使用接近参考值时所更新的状态空间模型计算最优控制输入, 不再对上一时刻的数据进行更新并辨识. 图8给出在线滚动优化控制方法实验结果.

从图8可观察到, 3个水箱从0高度开始同时注水, 水箱水位逐渐增高, 直到12 400 s开始水位上升到给定的参考值, 并在参考水位附近波动. 这意味着本文所提出的在线滚动辨识及优化控制方法仅从部分输入-状态数据出发, 在有限时间内, 能够精确地跟踪控制目标, 实现对未知系统的精准控制.

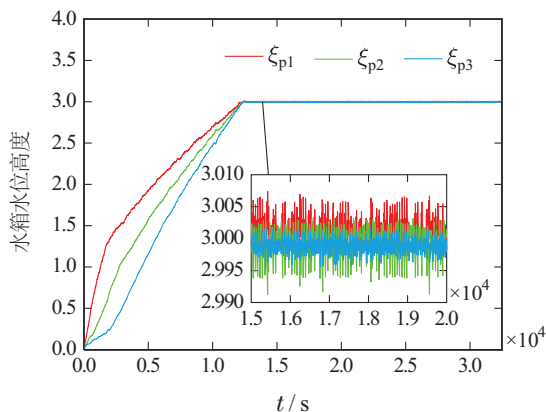


图8 智能供水系统在线滚动辨识及优化控制效果图

Fig. 8 The control result of rolling horizon identification and optimization control method for intelligent water supply system

5 结论

本文针对存在扰动的未知复杂非线性系统, 利用少量有限的历史输入-状态数据, 提出了一种在线滚动辨识及优化控制方法, 实现对未知系统的建模和精准跟踪控制. 首先, 利用噪声奇诺多面体, 计算出与该组历史数据和扰动一致的所有可能性的系统矩阵; 再通过求解优化问题, 寻找出使噪声奇诺多面体最小的最优的系统矩阵, 获得表征该组数据的局部线性系统模型. 接着, 本文利用MPC优化控制方法, 结合局部线性系统模型, 优化得出下一时刻系统所需的最优控制输入值. 通过测得系统下一时刻的状态值, 获得新的输入-状态数据集, 即在原有数据集中, 纳入新的数据, 抛掉原有数据集最早的数据, 实现原有数据集更新, 并对新数据集进行辨识和控制. 此过程不断重复, 从而实现在线滚动辨识并优化控制, 最终实现对未知系统控制目标的精准跟踪. 仿真结果表明了所提出方法的有效性和精确性. 实验证实了本方法能够较好的实现控制目的, 然而理论分析和科学证明不足. 未来的研究方向将着重研究所提方法的更深层次的理论分析和证明、提升算法运算效率和提升算法计算速度. 再通过引入事件触发等机制, 优化算法实用性, 再将方法扩展到污水处理控制过程等应用中.

参考文献:

[1] HAN Honggui, WANG Yushuang, LIU Zheng, et al. Knowledge-data-driven cooperative optimal control for wastewater treatment denitrification process. *Acta Automatica Sinica*, 2024, 50(6): 1221 -

1233.

(韩红桂, 王玉爽, 刘峥, 等. 知识和数据驱动的污水处理反硝化脱氮过程协同优化控制. *自动化学报*, 2024, 50(6): 1221 - 1233.)

[2] ZHAO Min, ZHAO Qiang. Generalized predictive control for wastewater treatment system based on neural network. *Control Engineering of China*, 2023, 30(11): 2091 - 2099.

(赵敏, 赵强. 基于神经网络的污水处理系统广义预测控制. *控制工程*, 2023, 30(11): 2091 - 2099.)

[3] LIU Hanpei, WANG Yuxuan, WANG Yaqin, et al. Research on rolling force modeling and parallel optimization of deep neural network. *Control Engineering of China*, 2022, 29(8): 1379 - 1386.

(刘翰培, 汪宇轩, 王亚琴, 等. 深度神经网络轧制力建模及其并行优化研究. *控制工程*, 2022, 29(8): 1379 - 1386.)

[4] SUN Jian, MENG Xi, QIAO Junfei. Adaptive predictive control of oxygen content in flue gas for municipal solid waste incineration process. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(11): 2338 - 2349.

(孙剑, 蒙西, 乔俊飞. 城市固废焚烧过程烟气含氧量自适应预测控制. *自动化学报*, 2023, 49(11): 2338 - 2349.)

[5] QUAN Limin, YANG Cuili, QIAO Junfei. Data-driven online self-organizing control for dissolved oxygen concentration. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(12): 2582 - 2593.

(权利敏, 杨翠丽, 乔俊飞. 数据驱动的溶解氧浓度在线自组织控制方法. *自动化学报*, 2023, 49(12): 2582 - 2593.)

[6] DONG Na, WU Aiguo, CHEN Zengqiang. Improved adaptive data-driven control for discrete nonlinear systems. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(10): 1309 - 1314.

(董娜, 吴爱国, 陈增强. 改进的非线性离散系统自适应数据驱动控制. *控制理论与应用*, 2012, 30(10): 1309 - 1314.)

[7] VAL J, WISNIEWSKI R, KALLESOE C. Reinforcement learning control for water distribution networks with periodic disturbances. *American Control Conference (ACC)*. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2021: 1010 - 1015.

[8] VAL J, WISNIEWSKI R, KALLESOE C. Safe reinforcement learning control for water distribution networks. *IEEE Conference on Control Technology & Applications (CCTA)*. San, Diego, USA: IEEE, 2021: 1148 - 1153.

[9] LI Jinna, GAO Xize, CHAI Tianyou, et al. Data-driven operational optimization control of industrial process. *Control Theory & Applications*, 2016, 33(12): 1584 - 1592.

(李金娜, 高溪泽, 柴天佑, 等. 数据驱动的工业过程运行优化控制. *控制理论与应用*, 2016, 33(12): 1584 - 1592.)

[10] XU J H, WANG H Y, RAO J, et al. Zone scheduling optimization of pumps in water distribution networks with deep reinforcement learning and knowledge-assisted learning. *Soft Computing*, 2021, 25: 14757 - 14767.

[11] HUI Yu, CHI Ronghu. Iterative extended state observer based data driven optimal iterative learning control. *Control Theory & Applications*, 2018, 35(11): 1672 - 1679.

(惠宇, 池容虎. 基于迭代扩张状态观测器的数据驱动最优迭代学习控制. *控制理论与应用*, 2018, 35(11): 1672 - 1679.)

[12] WANG X, SUN J, WANG G, et al. Data-driven control of distributed event-triggered network systems. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2023, 10(2): 351 - 364.

[13] LIU W J, SUN J, WANG G, et al. Data-driven self-triggered control via trajectory prediction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(11): 6951 - 6958.

[14] LI Xingchen, ZHAO Feiran, MENG Qinghui, et al. Intelligent model predictive control with efficient FPGA implementation. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(9): 1519 - 1528.

(李星辰, 赵斐然, 孟庆辉. 面向FPGA便捷部署的智能模型预测控制. *控制理论与应用*, 2023, 40(9): 1519 - 1528.)

[15] BERBERICH J, KÖHLER J, MÜLLER M A, et al. Data-driven model predictive control with stability and robustness guarantees. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 66(4): 1702 - 1717.

- [16] KLÖPPELT C, BERBERICH J, ALLGÖWER F, et al. A novel constraint-tightening approach for robust data-driven predictive control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2022, 35(7): 2566 – 2587.
- [17] VAN WAARDE H J, CAMLIBEL M K, EISING J, et al. Quadratic matrix inequalities with applications to data-based control. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2023, 61(4): 2251 – 2281.
- [18] BERBERICH J, KÖHLER J, MÜLLER M A, et al. Linear tracking MPC for nonlinear systems-part II: The data-driven case. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2022, 67(9): 4406 – 4421.
- [19] VAN WAARDE H J. Beyond persistent excitation: Online experiment design for data-driven modeling and control. *IEEE Control Systems Letters*, 2022, 6: 319 – 324.
- [20] BANNO I, AZUMA S, ARIIZUMI R, et al. Data-driven sparse event-triggered control of unknown systems. *American Control Conference (ACC)*. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2021: 3392 – 3397.
- [21] HUANG C C. *Fast algorithm for multiscale change point segmentation*. Changsha: National University of Defense Technology, 2018.
- [22] ALANWAR AMR, KOCH ANNE, ALLGÖWER F, et al. Data-driven reachability analysis from noisy data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2023, 68(5): 3054 – 3069.
- [23] ALTHOFF MATTHIAS. *Reachability analysis and its application to the safety assessment of autonomous cars*. Munich: Technische Universität München, 2010.
- [24] VAN WAARDE H J, EISING J, TRENTELMAN H L, et al. Data informativity: A new perspective on data-driven analysis and control. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2020, 65(11): 4753 – 4768.
- [25] ZHANG Huaiyu, CHANG Li, CAO Lu, et al. Research on demand side resource feasible region aggregation based on improved zonotope. *Power Demand Side Management*, 2024, 26(2): 1 – 7. (张怀宇, 昌力, 曹路, 等. 基于改进奇诺多面体的需求侧资源可行域聚合研究. 电力需求侧管理, 2024, 26(2): 1 – 7.)
- [26] CAO Wenqi, LI Shaoyuan. Enhanced parameterizable uncertainty to dual adaptive model predictive control. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(8): 1197 – 1206. (曹文祺, 李少远. 具有可参数化不确定性系统的对偶自适应模型预测控制. 控制理论与应用, 2019, 36(8): 1197 – 1206.)
- [27] FU A, MCCANN JULIE A. Dynamic decentralized periodic event-triggered control for wireless cyber-physical systems. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 2020, 29(4): 1783 – 1790.

作者简介:

杨少布道 博士研究生, 研究方向为复杂动态系统建模和优化控制等, E-mail: Shaobdyang@emails.bjut.edu.cn;

傅安琪 副教授, 研究生导师, 研究方向为事件触发控制、无线网络化控制系统、信息物理系统、混杂系统等, E-mail: a.fu@bjut.edu.cn;

乔俊飞 教授, 博士生导师, 研究方向为智能控制与智能信息处理、复杂过程建模与优化控制等方面的教学与科研工作, E-mail: adqiao@bjut.edu.cn.