

克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法

陈辉^{1†}, 庞虎¹, 连峰², 韩崇昭²

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 西安交通大学 自动化科学与工程学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 在高分辨率传感器条件下, 针对星凸形不规则形状扩展目标跟踪问题, 本文提出了克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法. 首先, 在随机超曲面模型(RHM)的基础上以径向函数描述星凸形扩展目标的不规则外形. 然后, 通过传感器获得的多源量测信息, 以克里金模型(Kriging)建立径向函数输入与输出之间的非线性映射关系, 进而推导出对应非线性量测方程. 最后, 结合非线性最优滤波器推导出克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法, 并使用弗-面加权距离作为星凸形扩展目标形状估计评价指标. 仿真实验表明了所提算法对于不规则星凸形扩展目标跟踪估计的有效性.

关键词: 扩展目标跟踪; 星凸形; 克里金模型; 非线性滤波

引用格式: 陈辉, 庞虎, 连峰, 等. 克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 728 – 737

DOI: 10.7641/CTA.2025.40338

Star-convex extended target tracking using Kriging model

CHEN Hui^{1†}, PANG Hu¹, LIAN Feng², HAN Chong-zhao²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;
2. School of Automation Science and Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China)

Abstract: In this paper, a Kriging model extended target tracking algorithm is proposed for the extended target tracking problem with irregular shape of star convex under the condition of high-resolution sensors. Firstly, the irregular shape of the extended target is modeled by the radial function based on the random hypersurface model (RHM). Then, through the multi-source measurements information obtained by the sensor, the nonlinear mapping relationship between input and output of the radial function is represented by the Kriging model, and the corresponding nonlinear measurement equations are derived. Finally, the Kriging model based extended target tracking algorithm is derived by combining the nonlinear optimal filter, and the Fourier-plane weighted distance is used as an evaluation index for the shape estimation of the extended target. The simulation experiments verify the effectiveness of the proposed algorithm for the tracking estimation of irregular star convex extended targets.

Key words: extended target tracking; star-convex; Kriging model; nonlinear filtering

Citation: CHEN Hui, PANG Hu, LIAN Feng, et al. Star-convex extended target tracking using Kriging model. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 728 – 737

1 引言

目标跟踪技术是基于传感器量测信息对所跟踪目标的特征信息进行实时动态估计的过程. 在目标跟踪算法研究初期, 由于传统传感器分辨率较低, 检测范围不足以涵盖目标的形状与范围, 因此, 一般将目标建模为点源, 这就是经典的“点目标或小目标”假设,

它基于目标与其量测对应的唯一性假设, 对目标的质心位置、速度和加速度等运动学状态进行估计. 传统的点目标跟踪是雷达目标跟踪的基础, 在导航制导、目标追踪与空中交通管制等领域发挥着至关重要的作用^[1-3]. 随着传感器分辨率的大幅度提升和信息处理技术的快速发展, 高分辨率传感器在一个采样周期

收稿日期: 2024-06-24; 录用日期: 2025-01-17.

[†]通信作者. E-mail: chenh@lut.edu.cn; Tel.: +86 931-2973506.

本文责任编辑: 贾英民.

国家自然科学基金项目(62163023, 61873116, 62366031, 62363023), 甘肃省基础研究创新群体项目(25JRRA058), 2023年甘肃省军民融合发展专项资金项目, 2024年度甘肃省重点人才项目(2024RCXM86), 2025年中央引导地方科技发展资金项目资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62163023, 61873116, 62366031, 62363023), the Basic Research and Innovation Groups Project of Gansu Province (25JRRA058), 2023 Special Fund for Military-Civilian Integration Development of Gansu Province, 2024 Key Talent Project of Gansu Province (2024RCXM86) and the 2025 Central Government Guide Local Science and Technology Development Fund Project.

内可以分辨出被跟踪目标的多个量测,配合信息融合技术能够解析出更多的目标特征信息,可以对目标运动学状态和其空间形状范围进行联合估计,此类跟踪问题被称为扩展目标跟踪(extended target tracking, ETT)^[4-6]. 最近几年, ETT 问题日渐成为国内外学者研究的热切关注点,他们更多地着眼于目标形状特征估计^[7-9]并且取得了优秀的科研成果. 然而,现有相关研究对扩展目标更深度的识别和形状差异性特征的检测,尤其对扩展目标特征细节的刻画是远远不够的.

研究 ETT 问题的关键在于建立科学的量测源建模方法. 在已有的研究中,将目标建模为简单的几何形状^[10-12],如圆、椭圆和矩形等. Koch^[13]提出的随机矩阵模型(random matrix model, RMM)是目前最经典的量测源建模方式,但由于其对目标形状的估计粗略简单,无法对目标形状局部不规则特征进行精确地估计. 因此,在需要得到目标形态更高的辨识度时,椭圆建模已不能满足要求. 鉴于此,一些经典的不规则形状目标跟踪方法脱颖而出. Lan等人^[14-15]在RMM的基础上,直接用若干个大小不一、数量不同的椭圆共同描述目标不规则轮廓. Baum等人^[16-18]提出了星凸形扩展目标跟踪方法,即随机超曲面模型(random hypersurface model, RHM),直接针对不规则轮廓进行函数表征^[19]. 由于RHM使用傅里叶级数逼近径向函数的粗略以及高阶傅里叶级数易导致算法不稳定, Wahlstrom和Ozkan^[20]在RHM的基础上提出了贝叶斯框架下的高斯过程回归(Gaussian process regression, GPR)模型,它通过高斯过程学习目标径向函数,以此来刻画目标局部特征,算法适应性和对形状表征能力得到较大提升^[21]. 总的来说,虽然针对扩展目标量测源建模方法的研究已取得诸多成果,但如何更为精细的表征目标的不规则轮廓,依然对ETT方法提出了巨大的挑战.

20世纪60年代法国数学家Georges Matheron整理给出了克里金法(Kriging),定义为:对已知样本加权平均以估计平面上的未知点,并使得估计值与真实值的数学期望相同且方差最小的统计过程. 后来,随着高斯过程理论和贝叶斯推断被逐步应用于空间场的研究^[22-23],促进了克里金法的进一步发展. Sacks等人^[24]将克里金法推广至实验设计领域,形成了基于计算机实验设计和仿真分析的克里金模型^[25-26]. 克里金模型是依据协方差函数对随机过程/随机场进行空间建模和预测(插值)的回归算法,它能够提供对预测结果的不确定性估计,通过计算预测值的方差或置信区间可以评估预测的可靠性,并了解预测结果的不确定程度^[27]. 随着建模方法的不断发展,克里金模型衍生出了多种与之相关的算法模型以及与其他模型组合而成的混合算法^[28-29]. 故而考虑将此模型拓展到扩展目标跟踪中,在贝叶斯框架下以克里金模型学习

状态输入与量测信息之间的映射关系,结合最优非线性滤波实现对扩展目标形状的跟踪估计.

本文针对不规则形状扩展目标跟踪提出了克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法. 较传统经典方法,本文所提方法的主要创新点在于:利用克里金模型重新建立了输入与输出之间的非线性映射关系,通过利用数据点之间的空间自相关性对量测数据进行了插值映射,以更好完成后续目标形态估计;随后,在此映射方式下建立基于克里金模型的非线性量测方程,并结合最优非线性滤波得到星凸形扩展目标形态估计算法;最后,在复杂的仿真实验场景下进行算法性能测试,并与经典的扩展目标跟踪算法进行了对比,充分展现了所提算法对扩展目标局部轮廓细节特征估计的精确性和优越性以及面对群目标形状突变时的自适应性,从而验证了所提算法的可行性和有效性.

2 基本理论

2.1 量测模型

首先,假设目标每个量测之间是相互独立的;其次,用相对合理的空间分布建立量测源模型,利用该模型生成散落于扩展目标表面或边缘的若干个量测源;最后,通过传感器模型得到受加性噪声影响的量测信息;如图1所示. 因此,量测方程可表示为

$$\mathbf{y}_{k,l} = \mathbf{z}_{k,l} + \mathbf{v}_{k,l}, \quad (1)$$

其中: $\mathbf{y}_{k,l}$ 表示 k 时刻收集到的第 l 个量测; $\mathbf{z}_{k,l}$ 表示 k 时刻收集到的第 l 个量测所对应的量测源; $\mathbf{v}_{k,l}$ 表示该时刻均值为 $\mathbf{0}$,协方差为 \mathbf{C}_v 的高斯白噪声.

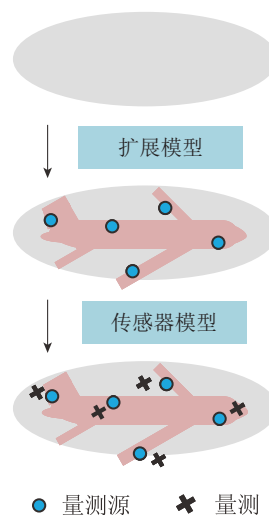


图1 扩展目标量测模型

Fig. 1 Extended target measurement model

2.2 动态量测模型

量测不仅从目标形状边界生成,也会从目标表面生成. 星凸形状的轮廓可以用极坐标进行描述,用径向函数 $r = f(\theta)$ 将角度映射到极径,便于抽象形状的

表示和学习. 基于星凸形状的径向函数描述, 本文将考虑以下两种量测模型:

1) 目标轮廓模型: 量测信息源于目标边界且带有干扰噪声, 则量程方程可表示为

$$\mathbf{y}_{k,l} = \mathbf{x}_k^c + \mathbf{p}(\theta_{k,l})f(\theta_{k,l}) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l}, \quad (2)$$

其中: \mathbf{x}_k^c 表示 k 时刻目标质心位置; $\mathbf{y}_{k,l}$ 为 k 时刻采集的第 l 个量测值; $\theta_{k,l}$ 表示在目标边界上该量测对应的量测源与目标质心之间的夹角; $\bar{\mathbf{e}}_{k,l} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ 表示 k 时刻均值为 $\mathbf{0}$ 、协方差为 \mathbf{R} 的高斯白噪声; $\mathbf{p}(\theta_{k,l})$ 为方向向量;

2) 目标表面模型: 假设量测来自目标区域内部, 可以考虑对式(2)进行扩展, 可以得到

$$\mathbf{y}_{k,l} = \mathbf{x}_k^c + s_{k,l}\mathbf{p}(\theta_{k,l})f(\theta_{k,l}) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l}, \quad (3)$$

其中 $s_{k,l}$ 为缩放因子, $s_{k,l} \in [0, 1]$.

3 高斯过程回归模型

GPR模型主要用于合并实验数据以学习未知函数. 本质是通过训练集来学习输入与输出之间的映射关系, 以此来预测新输入所对应的未知函数输出值.

考虑以下量测模型:

$$y_k = f(u_k) + e_k, \quad (4)$$

其中: y_k 是径向函数 $f(\cdot)$ 在实验输入 u_k 处的噪声量测, $e_k \sim \mathcal{N}(0, R)$.

结合 GPR 的本质, 使用一组输入和对应的量测 $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_N]^T$ 与 $\mathbf{y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_N]^T$ 学习它们之间的映射关系, 为预测新输入 $\mathbf{u}^f = [u_1^f \ u_2^f \ \cdots \ u_N^f]^T$ 所对应的函数值 $\mathbf{f} = [f(u_1^f) \ f(u_2^f) \ \cdots \ f(u_N^f)]^T$ 做准备. 量测 \mathbf{y} 与函数值 \mathbf{f} 的联合高斯分布表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) + \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{R} & \mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{u}^f) \\ \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u}) & \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u}^f) \end{bmatrix}\right), \quad (5)$$

其中: \otimes 表示克罗内克积, \mathbf{I}_N 表示 N 维单位矩阵, 协方差函数为

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{u}^f) = \begin{bmatrix} k(u_1, u_1^f) & k(u_1, u_2^f) & \cdots & k(u_1, u_{N^f}^f) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k(u_N, u_1^f) & k(u_N, u_2^f) & \cdots & k(u_N, u_{N^f}^f) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

根据式(5)的联合高斯概率分布 $p(\mathbf{y}, \mathbf{f})$, 计算出条件概率分布 $p(\mathbf{f}|\mathbf{y})$ 表示为

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \mathcal{N}(\mathbf{A}\mathbf{y}, \mathbf{P}), \quad (7)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u})\mathbf{K}_y^{-1}, \quad (8)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u}^f) - \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u})\mathbf{K}_y^{-1}\mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{u}^f), \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_y = \mathbf{K}(\mathbf{u}, \mathbf{u}) + \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{R}. \quad (10)$$

在目标跟踪过程中, 可以使用递归方法更新后验分布 $p(\mathbf{f}|y_{1:N})$, 通过对后验连续应用贝叶斯定律, 可得

$$p(\mathbf{f}|y_{1:N}) \propto p(y_N|\mathbf{f}, y_{1:N-1})p(\mathbf{f}|y_{1:N-1}) \propto \cdots \underbrace{p(y_k|\mathbf{f}, y_{1:k-1}) \cdots p(\mathbf{f})}_{\propto p(\mathbf{f}|y_{1:k})}, \quad (11)$$

故而有

$$p(\mathbf{f}|y_{1:k}) \propto p(y_k|\mathbf{f}, y_{1:k-1}) \times p(\mathbf{f}|y_{1:k-1}). \quad (12)$$

假设 \mathbf{f} 是过去所有量测的充分统计量, 即 \mathbf{f} 与过去时刻的量测是相互独立的, 因此可近似得到

$$p(y_k|\mathbf{f}, y_{1:k-1}) \approx p(y_k|\mathbf{f}). \quad (13)$$

现在, 可将式(12)化简为

$$p(\mathbf{f}|y_{1:k}) \propto p(y_k|\mathbf{f}) \times p(\mathbf{f}|y_{1:k-1}), \quad (14)$$

如式(5), 量测值 y_k 和函数值 \mathbf{f} 之间的联合高斯分布可表示为

$$\begin{bmatrix} y_k \\ \mathbf{f} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} k(u_k, u_k) + \mathbf{R} & \mathbf{K}(u_k, \mathbf{u}^f) \\ \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, u_k) & \mathbf{K}(\mathbf{u}^f, \mathbf{u}^f) \end{bmatrix}\right). \quad (15)$$

利用上述联合高斯分布和似然结构, 以经典状态空间模型结合卡尔曼滤波器可实现对扩展目标状态和形状的跟踪估计.

4 克里金模型扩展目标跟踪算法

如前所述, 本文使用高斯过程学习被跟踪目标输入与输出之间的映射关系, 输入选择为极坐标角 θ , 输出为极径 $r = f(\theta)$. 因此, 根据文献[20]所述, 对建模方式作出进一步的推广, 采用显式基函数的形式来表示均值函数, 即均值函数用一组系数为 β 的固定基函数 $h(\theta)$ 来表示

$$\mu(\theta) = h(\theta)^T\beta + g(\theta), \quad (16)$$

其中: $g(\theta) \sim \mathcal{GP}(0, k(\theta, \theta^*))$, $\beta \sim \mathcal{N}(b, B)$.

该模型表明, 目标形状可以用 $h(\theta)^T\beta$ 给出的参数模型来描述, 残差 $g(\theta)$ 可以用高斯过程来建模.

4.1 应用于扩展目标跟踪的克里金模型

已知给定了一些标记过的输入数据集 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \cdots, \mathbf{x}_n\}$ 和对应的目标函数值为 $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \cdots, y_n\}$. 本文的目标就是通过这些已知的点和其对应的函数值之间的映射关系, 来实现对未知点函数值

的预测.

假设函数服从均值为 μ 、方差为 σ^2 的 n 元高斯分布. 考虑两个点 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j , 在采样之前, 是不确定与之相关的函数值的. 假设建模所用的函数是连续的, 当距离 $\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$ 较小时, 对应函数值 $y(\mathbf{x}_i)$ 和 $y(\mathbf{x}_j)$ 将趋于接近. 假设随机变量之间的相关性有

$$\text{Corr}[y(\mathbf{x}_i) \ y(\mathbf{x}_j)] = \exp\left(-\sum_{\ell=1}^d \gamma_\ell |\mathbf{x}_{i\ell} - \mathbf{x}_{j\ell}|^{p_\ell}\right), \quad (17)$$

该相关函数有一个直观的性质, 当 $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_j$ 时, 相关性为1; 当 $\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j \rightarrow \infty$ 时, 相关性趋于0. γ_ℓ 参数决定了在第 ℓ 个坐标方向上移动时相关性“下降”的速度. p_ℓ 决定了函数在第 ℓ 个坐标方向上的平滑度.

把这些函数值放在一起, 用随机向量表示函数在 n 个点处的不确定性, 即

$$\mathbf{y} = [y(\mathbf{x}_1) \ y(\mathbf{x}_2) \ \cdots \ y(\mathbf{x}_n)]^T. \quad (18)$$

假设该随机变量的均值为 $\mu\mathbf{I}$, \mathbf{I} 是所有元素均为1的 $n \times 1$ 向量; 协方差矩阵为 $\sigma^2\mathbf{R}$, \mathbf{R} 是元素由式(17)给出的 $n \times n$ 矩阵. \mathbf{y} 的分布取决于参数 $\mu, \sigma^2, \gamma_\ell, p_\ell$ ($\ell = 1, 2, \dots, d$), 为了估计这些参数, 使观测数据似然最大化, 似然函数表示为

$$\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}} |\mathbf{R}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})}{2\sigma^2}\right]. \quad (19)$$

在实际操作中, 使用对数似然最大化更为方便. 因此, 忽略常数项的似然函数表示为

$$-\frac{n}{2} \log(\sigma^2) - \frac{1}{2} \log(|\mathbf{R}|) - \frac{(\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})}{2\sigma^2}, \quad (20)$$

通过式(20)对 σ^2 和 μ 求导数解, 可将 μ 和 σ^2 的最优值表示为 \mathbf{R} 的函数

$$\hat{\mu} = \frac{\mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}}{\mathbf{I}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{I}}, \quad (21)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{(\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mu\mathbf{I})}{n}. \quad (22)$$

将式(21)–(22)代入式(20), 得到集中对数似然为

$$-\frac{n}{2} \log(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \log(|\mathbf{R}|), \quad (23)$$

显然, 集中似然对数与参数 γ 和 p 相关.

考虑新输入 \mathbf{x}^* 对应的函数值 y^* , 将观测到的数据和要预测的函数值组成增广函数值向量 $\bar{\mathbf{y}} = (\mathbf{y}^T \ y^*)^T$. 同理, 设 \mathbf{r} 表示 $\mathbf{y}(\mathbf{x}^*)$ 和 $\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)$ 的相关向量, 其中 $i = 1, \dots, n$, 表示为

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \text{Corr}[\mathbf{y}(\mathbf{x}^*) \ \mathbf{y}(\mathbf{x}_1)] \\ \vdots \\ \text{Corr}[\mathbf{y}(\mathbf{x}^*) \ \mathbf{y}(\mathbf{x}_n)] \end{pmatrix}. \quad (24)$$

于是, 增广协方差矩阵 $\bar{\mathbf{R}}$ 表示为

$$\bar{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{r} \\ \mathbf{r}^T & 1 \end{bmatrix}. \quad (25)$$

故式(20)可表达为

$$-\frac{n}{2} \log(\hat{\sigma}^2) - \frac{1}{2} \log(|\mathbf{R}|) + L(\bar{\mathbf{y}}; \bar{\mathbf{R}}), \quad (26)$$

其中:

$$L(\bar{\mathbf{y}}; \bar{\mathbf{R}}) = -\frac{\mathbf{\Lambda}^T \bar{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{\Lambda}}{2\hat{\sigma}^2}, \quad (27)$$

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{y} - \hat{\mu}\mathbf{I} \\ y^* - \hat{\mu} \end{bmatrix}^T, \quad (28)$$

$\bar{\mathbf{R}}^{-1}$ 用分块矩阵求逆法则求得, 可将式(27)整理为

$$L(\bar{\mathbf{y}}; \bar{\mathbf{R}}) = \Gamma(\bar{\mathbf{R}}) \times (y^* - \hat{\mu})^2 - 2(y^* - \hat{\mu}) \times \Gamma(\bar{\mathbf{R}}) \times (\mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mu}\mathbf{I})), \quad (29)$$

$$\text{其中 } \Gamma(\bar{\mathbf{R}}) = \frac{-1}{2\hat{\sigma}^2(1 - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r})}.$$

由式(29)可知, 增广似然是 y^* 的二次函数. 使增广似然最大化的 y^* 值可通过对上式求其导数解, 则有

$$\hat{y}(\mathbf{x}^*) = \hat{\mu} + \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \hat{\mu}\mathbf{I}), \quad (30)$$

由于 \mathbf{r} 与协方差的核函数选择有关, 根据核函数的形式可将其表示为 $\varphi(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_i)$. 进一步可令 $a = \hat{\mu}$, b_i 表示 $\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \hat{\mu}\mathbf{I})$ 的第 i 个元素, 将克里金预测模型表示为

$$\hat{y}(\mathbf{x}^*) = a + \sum_{i=1}^n b_i \varphi(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}_i). \quad (31)$$

4.2 量测集拟合

给定 m 组样本集合 $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \cdots \ \mathbf{x}_m]^T$, 其中 $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$, 其响应为 $\mathbf{Y} = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_m]^T$, 其中 $y_i \in \mathbb{R}^q$. 对于一个 n 维输入 $\mathbf{x} \in D \subseteq \mathbb{R}^n$, 本文采用模型 $\hat{\mathbf{y}}$ 来表达确定性响应 $\mathbf{y}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^q$, 将其用回归模型 \mathbf{F} 和随机过程 $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ 实现, 即

$$\hat{\mathbf{y}}_\ell(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\beta_{:, \ell}, \mathbf{x}) + \mathbf{z}_\ell(\mathbf{x}), \quad (32)$$

其中 $\ell = 1, 2, \dots, q$. 回归模型 \mathbf{F} 由 p 个选定基函数 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 和回归系数 $\{\beta_{k, \ell}\}$ 组成

$$\mathbf{F}(\beta_{:, \ell}, \mathbf{x}) = \beta_{1, \ell} f_1(\mathbf{x}) + \cdots + \beta_{p, \ell} f_p(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ \cdots \ f_p(\mathbf{x})] \beta_{:, \ell} \equiv \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \beta_{:, \ell}. \quad (33)$$

随机过程 $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ 表示局部偏差的近似模拟, 服从均值为 $\mathbf{0}$, 协方差为 $\sigma_\ell^2 \mathbf{R}$ 的高斯分布. $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ 的协方差阵表示为

$$\text{Cov}(\mathbf{z}_\ell(\mathbf{x}_i), \mathbf{z}_\ell(\mathbf{x}_j)) = \sigma_\ell^2 \mathbf{R}(\gamma, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad (34)$$

其中: σ_ℓ^2 是响应的第 ℓ 个分量的过程方差; $\mathbf{R}(\gamma, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ 是参数为 γ 的相关函数, 常用平稳高斯相关函数,

即

$$\mathbf{R}(\gamma, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \prod_{m=1}^n \exp[-\gamma_m (\mathbf{x}_{i,m} - \mathbf{x}_{j,m})^2], \quad (35)$$

式中: n 为设计变量数目; $\mathbf{x}_{i,k}$ 和 $\mathbf{x}_{j,k}$ 分别为 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_j 两个样本的第 k 个分量; γ_m 表示相关性参数, γ_m 值越大, 相关性越强.

4.3 扩展目标克里金的相关参数

克里金模型建立空间中样本的随机过程, 根据已知样本之间相关关系, 来预测预估点的响应值. 假设对于设计样本 \mathbf{X} 及其响应 \mathbf{Y} 而言, 克里金模型的预测结果可表示为对已知样本函数响应值的线性加权, 即

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{Y}, \quad (36)$$

其中 $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^m$.

为了使得加权系数最优, 需要在无偏估计条件下有

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}[\hat{y}(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x})] = \\ & \mathbb{E}[\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{Z} - z + (\mathbf{F}^T \boldsymbol{\omega} - \mathbf{f}(\mathbf{x}))^T \boldsymbol{\beta}] = 0, \end{aligned} \quad (37)$$

其中: $\mathbf{Z} = [z_1 \ z_2 \ \cdots \ z_m]^T$; \mathbf{F} 是由回归函数组成的 $m \times p$ 回归矩阵, 即

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}_1) & f_2(\mathbf{x}_1) & \cdots & f_p(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_1(\mathbf{x}_m) & f_2(\mathbf{x}_m) & \cdots & f_p(\mathbf{x}_m) \end{bmatrix}, \quad (38)$$

因此, 可以得到

$$\mathbf{F}^T \boldsymbol{\omega} - \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0. \quad (39)$$

同时, 在均方误差最小条件下需要满足

$$\begin{aligned} \min \psi(\mathbf{x}) &= \min \mathbb{E}[(\hat{y}(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x}))^2] = \\ & \min \mathbb{E}[(\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{Z} - z)^2] = \\ & \min[\sigma^2(1 + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{R} \boldsymbol{\omega} - 2\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{r})], \end{aligned} \quad (40)$$

其中, \mathbf{R} 是由 m 个设计样本得到的 $m \times m$ 相关正定矩阵, 即

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{R}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) & \cdots & \mathbf{R}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_m) \\ \mathbf{R}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) & 1 & \cdots & \mathbf{R}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_m) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{R}(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_1) & \mathbf{R}(\mathbf{x}_m, \mathbf{x}_2) & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

\mathbf{r} 表示待预估 \mathbf{x} 与已知样本之间的相关向量, 即

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [\mathbf{R}(\gamma, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}) \ \cdots \ \mathbf{R}(\gamma, \mathbf{x}_m, \mathbf{x})]^T. \quad (42)$$

针对上述两个条件, 构建拉格朗日方程, 引入拉格朗日乘子 $\boldsymbol{\lambda}_0$ 得到

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\lambda}_0) &= \\ & \sigma^2(1 + \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{R} \boldsymbol{\omega} - 2\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{r}) + \boldsymbol{\lambda}_0^T (\mathbf{F}^T \boldsymbol{\omega} - \mathbf{f}). \end{aligned} \quad (43)$$

由式(43)可得 $\boldsymbol{\omega}$ 的梯度为

$$\nabla_{\boldsymbol{\omega}} = 2\sigma^2(\mathbf{R}\boldsymbol{\omega} - \mathbf{r}) + \mathbf{F}\boldsymbol{\lambda}_0, \quad (44)$$

同理, 可得 $\boldsymbol{\lambda}_0$ 的梯度为

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}_0} = \mathbf{F}^T \boldsymbol{\omega} - \mathbf{f}. \quad (45)$$

根据一阶最优性必要条件, 可整理得到方程组, 以矩阵形式可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{f} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{\lambda}_0}{2\sigma^2}, \quad (46)$$

对式(46)求解可得

$$\boldsymbol{\lambda} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{f}), \quad (47)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{r} - \mathbf{F} \boldsymbol{\lambda}). \quad (48)$$

根据式(36)可将模型预测表达为

$$\begin{aligned} \hat{y}(\mathbf{x}) &= \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{f})^T \times \\ & (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}, \end{aligned} \quad (49)$$

由于 $\mathbf{F}\boldsymbol{\beta} \simeq \mathbf{Y}$, 可对 $\boldsymbol{\beta}$ 求得广义最小二乘解

$$\boldsymbol{\beta}^* = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}. \quad (50)$$

因此, 式(49)可进一步表示为

$$\begin{aligned} \hat{y}(\mathbf{x}) &= \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r} - \mathbf{f})^T \boldsymbol{\beta}^* = \\ & \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta}^* + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\varepsilon}^*, \end{aligned} \quad (51)$$

其中对于 $\boldsymbol{\varepsilon}^*$ 满足 $\mathbf{R}\boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}^*$.

当已知参数 γ_m 取值时, 通过极大似然估计可得

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{m} ((\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})), \quad (52)$$

由于 $\boldsymbol{\beta}$ 和 σ^2 的估计都受到相关参数 γ_m 的影响, 因此, 需要先计算 γ_m 的值. 已知量测值来自同一个分布, 则相关参数 γ_m 采用极大似然估计进行求解

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\beta}, \sigma^2, \gamma_m) &= -\frac{m}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{R}|) - \\ & \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\beta}), \end{aligned} \quad (53)$$

对于式(53), 一般情况下 γ_m 没有解析解, 需要使用极大似然估计优化方程求解

$$\gamma_m = \arg \max \left[-\frac{1}{2} (m \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln |\mathbf{R}|) \right], \quad (54)$$

其中 $|\mathbf{R}|$ 表示相关矩阵 \mathbf{R} 的行列式值.

然而, 在实际应用中, 经常会出现数据量较大导致 \mathbf{R} 呈现病态且规模偏大. 因此, 式(50)和式(52)不适用于实际计算. 根据 \mathbf{R} 为对称正定矩阵, 可对其进行因式分解, 即 $\mathbf{R} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}$, \mathbf{C} 是上三角矩阵, 可以被选为Cholesky因子.

对于 $\mathbf{F}\boldsymbol{\beta} \simeq \mathbf{Y}$ 关于 $\boldsymbol{\beta}$ 的最小二乘解, 通过正交变换找到, 记 $\mathbf{F} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{F}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Y}$, 式(50)可整理为

$$\beta^* = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{Y}, \quad (55)$$

为了进一步减小误差, 可对 \mathbf{F} 进行正交三角分解, 使得

$$\mathbf{F} = \mathbf{Q} \mathbf{G}^T, \quad (56)$$

其中: $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{m \times p}$ 是由正交列组成的正交矩阵, $\mathbf{G}^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ 为上三角矩阵。

因此, 将 $\mathbf{F} \beta \simeq \mathbf{Y}$ 化为 $\mathbf{G}^T \beta^* = \mathbf{Q}^T \mathbf{Y}$ 解得

$$\beta^* = (\mathbf{G}^T)^{-1} \mathbf{Q}^T \mathbf{Y}, \quad (57)$$

同理可得

$$\varepsilon^* = \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \beta^*), \quad (58)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m} \|\mathbf{Y} - \mathbf{F} \beta^*\|_2^2. \quad (59)$$

4.4 构建扩展目标量测模型

考虑量测模型 $y_k = f(u_k) + e_k$, 将径向函数建模为克里金模型, 即

$$f(u_k) = \mathbf{F} \beta + e_k^*, \quad (60)$$

因此, 本文需要推导新的量测方程. 输入选择角度 θ , 该角度表示量测对应量测源与目标质心构成的向量与 x 轴正方向的夹角, 由于真实量测源和目标质心未知, 通常采用目标质心的估计位置与量测构成的向量和 x 轴正方向之间的夹角来近似, 即

$$\theta_{k,l} = \angle(\mathbf{z}_{k,l} - \mathbf{m}_k) \approx \hat{\theta}_{k,l} = \angle(\mathbf{y}_{k,l} - \hat{\mathbf{m}}_k), \quad (61)$$

其中 \mathbf{m}_k 表示目标质心位置。

量测 $\mathbf{y}_{k,l}$ 与估计目标质心 \mathbf{x}_k^c 的相对角度记为

$$\theta_{k,l}^G(\mathbf{x}_k^c) = \angle(\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{x}_k^c), \quad (62)$$

利用目标方向角 ψ_k 在局部坐标系中描述该角度

$$\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k) = \theta_{k,l}^G(\mathbf{x}_k^c) - \psi_k. \quad (63)$$

关于 θ 全局坐标系和局部坐标系之间的几何关系图解如图 2 所示。

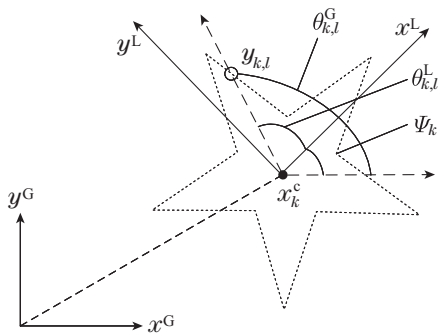


图 2 量测与质心之间的角度关系

Fig. 2 Angular relationship between measurement and center of mass

因此, 采用局部角度来描述量测和状态之间的关

系, 即

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,l} = \mathbf{x}_k^c + p_{k,l}(\mathbf{x}_k^c) f(\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l}, \quad (64)$$

其中 $\bar{\mathbf{e}}_{k,l} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$. 注意, 径向函数描述的是局部坐标系中的目标范围, 其输入参数为 $\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)$, 方

$$\text{向向量 } p_{k,l}(\mathbf{x}_k^c) = \mathbf{p}(\theta_{k,l}^G(\mathbf{x}_k^c)) = \frac{\mathbf{z}_{k,l} - \mathbf{x}_k^c}{\|\mathbf{z}_{k,l} - \mathbf{x}_k^c\|}.$$

考虑到第 2 节的两种量测模型, 直接引入缩放因子进行扩展. 将缩放因子近似为一个高斯随机变量, 即

$$s_{k,l} \sim \mathcal{N}(\mu_s, \sigma_s^2). \quad (65)$$

因此, 量测方程扩展为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_{k,l} &= \mathbf{x}_k^c + s_{k,l} \mathbf{p}_{k,l}(\mathbf{x}_k^c) f(\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l} = \\ &= \underbrace{\mathbf{x}_k^c + \mu_s \mathbf{H}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)}_{\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^*} + \\ &= \underbrace{(s_{k,l} - \mu_s) \mathbf{H}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k^c, \psi_k) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l}}_{\hat{\mathbf{e}}_{k,l}^*} = \\ &= \hat{\mathbf{h}}_{k,l}^* + \hat{\mathbf{e}}_{k,l}^*, \end{aligned} \quad (66)$$

其中: $\hat{\mathbf{e}}_{k,l}^* \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \hat{\mathbf{R}}_{k,l}^*)$,

$$\hat{\mathbf{R}}_{k,l}^* = \mathbf{R}_{k,l} + \sigma_s^2 \mathbf{H}_{k,l}^* \mathbf{H}_{k,l}^{*T}, \quad (67)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_{k,l}^* = \mathbf{x}_k^c + \mu_s \mathbf{H}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k^c, \psi_k), \quad (68)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_{k,l}^* = (s_{k,l} - \mu_s) \mathbf{H}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k^c, \psi_k) + \bar{\mathbf{e}}_{k,l}, \quad (69)$$

$$\mathbf{H}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k^c, \psi_k) = \mathbf{p}_{k,l}(\mathbf{x}_k^c) \times [\mathbf{f}^T(\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)) \beta^* + \mathbf{r}^T(\theta_{k,l}^L(\mathbf{x}_k^c, \psi_k)) \varepsilon^*]. \quad (70)$$

结合卡尔曼滤波器得到以下状态空间模型:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_k, \quad \mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}), \quad (71)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_{k,l} = \hat{\mathbf{h}}_{k,l}^*(\mathbf{x}_k) + \hat{\mathbf{e}}_{k,l}^*, \quad \hat{\mathbf{e}}_{k,l}^* \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \hat{\mathbf{R}}_{k,l}^*), \quad (72)$$

式中: \mathbf{x}_k 表示目标状态, \mathbf{F} 为状态转移矩阵, \mathbf{w}_k 和 $\hat{\mathbf{e}}_{k,l}^*$ 均为高斯白噪声。

克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法如表 1.

4.5 性能评价

为了能够客观的评估本文中所提算法对于星凸形扩展目标的跟踪性能, 本文选用均方根误差 (root-mean-square error, RMSE)、弗-面加权距离 (Frechet distance-area error, FDA) 和交并比 (intersection-over-union, IOU) 作为评价指标。

弗-面加权距离定义为将弗雷歇距离和面积误差进行加权处理, 用于评估实际形状 A 和估计形状 B 之间的相似程度, 记为

$$d_{\text{FA}} = \eta d_{\text{F}}(A, B) + \xi d_{\text{A}}(A, B), \quad (73)$$

式中: $d_{\text{FA}} \in [0, 1]$, η 和 ξ 为自适应系数, 使用几何平均法分别表示为

$$\eta = \frac{d_{\text{F}}(A, B)}{d_{\text{F}}(A, B) + d_{\text{A}}(A, B)}, \quad (74)$$

$$\xi = \frac{d_A(A, B)}{d_F(A, B) + d_A(A, B)}, \quad (75)$$

$d_F(A, B)$ 和 $d_A(A, B)$ 分别表示为

$$d_A(A, B) = \frac{\|A\Delta B\|}{\|A\|}, \quad (76)$$

$$d_F(A, B) = \frac{\inf_{\alpha, \beta} \max_{t \in [0, 1]} \|A(\alpha(t)) - B(\beta(t))\|}{\sup_{\alpha, \beta} \max_{t \in [0, 1]} \|A(\alpha(t)) - B(\beta(t))\|}, \quad (77)$$

其中: α, β 是弗雷歇距离中两个重参数化函数; t 是 $[0, 1]$ 上的一个变量; $\|\cdot\|$ 表示欧氏距离.

表1 克里金模型扩展目标跟踪算法部分伪码

Table 1 Partial pseudocode for an extended target tracking algorithm based on the Kriging model

输入: $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_{k-1|k-1}, \mathbf{P}_{k-1|k-1}, \mathbf{F}, \mathbf{Q}_k, \mathbf{P}_0$

步骤1 状态及相关参数初始化

 初始化目标状态 \mathbf{x}_0 、状态转移矩阵 \mathbf{F} 、先验协方差 \mathbf{P}_0 、过程噪声 \mathbf{Q}_k 、实验时长 N 、量测数目num等;

步骤2 预测

for $k = 1 : N$ do

$\mathbf{x}_{k|k-1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_{k-1|k-1}$;

$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k-1|k-1}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_k$;

end for

步骤3 更新

for $k = 1 : N$ do

 for $j = 1 : \text{num}$ do

 生成真实量测mea;

 计算量测方程输入角度phi:

$\text{phi} = \text{atan2}(\mathbf{x}(2, :) - \text{mea}(2, :), \mathbf{x}(1, :) - \text{mea}(1, :))$;

 根据式(41)–(42)计算 \mathbf{R} 和 \mathbf{r} ;

 将 \mathbf{R} 和 \mathbf{F} 分别进行Cholesky分解和QR分解, 通过式(57)–(59)计算得到 β, σ^2 和 \mathbf{e} ;

 利用式(54)更新相关参数 γ ;

 加入容积卡尔曼滤波器(cubature Kalman filter, CKF), 对扩展目标进行实时跟踪估计, 更新扩展目标状态 $\mathbf{x}_{k|k}$ 和协方差 $\mathbf{P}_{k|k}$;

 end for

end for

输出: $\mathbf{x}_{k|k}, \mathbf{P}_{k|k}$

5 仿真实验

本文通过构造不同形状的星凸形目标, 使用所提克里金模型跟踪算法对目标形状进行跟踪估计, 验证该算法的有效性和准确性. 以扩展目标和群目标两个类型作为示例与传统算法RHM和GPR进行对比, 使用RMSE, FDA和IOU作为评价指标.

5.1 场景构建

在仿真实验中, 设置采样周期为 $T = 1$ s, 扩展目

标在每个采样周期产生的量测数目 $\text{num} = 50$; 先验状态协方差为 $\mathbf{C}_{\text{state}} = 5 \times 10^{-4} \times \mathbf{I}_4$, $\mathbf{C}_{\text{shape}} = 2.5 \times 10^{-3} \times \mathbf{I}_{40}$, 其中: \mathbf{I}_n 为 n 阶单位矩阵; RHM初始形状半径3.2 m; 傅里叶级数 $n_f = 11$; 设置 $\sigma_r^2 = 0.2$, $\sigma_f^2 = 0.25$ 和 $l = 2\pi$; 尺度因子 s 近似服从高斯分布, 即 $s \sim \mathcal{N}(2/5, 1/15)$; 遗忘因子 $\alpha = 10^{-4}$.

5.2 实验与分析

实验1 运动扩展目标跟踪测试. 在仿真场景的参数基础上, 分别对以起始目标状态为 $\mathbf{x}_0 = [p_0^x \ p_0^y \ v_0^x \ v_0^y]^T$ 做匀速直线运动的三角形和十字形扩展目标跟踪25个时刻点, 分别以 $\mathbf{x}_0^{\text{tri}} = [50 \ 50 \ 10 \ 5]^T$ 和 $\mathbf{x}_0^{\text{cross}} = [20 \ 25 \ 8 \ -8]^T$ 为实验起始状态, 验证本文所提算法跟踪动态扩展目标的可行性, 并与传统算法进行跟踪效果对比.

分析1 动态目标跟踪效果如图3–4所示. 从目标轮廓估计效果来看, 本文所提算法不仅能够跟踪静态扩展目标, 也能对运动中的扩展目标进行跟踪. 根据对跟踪轨迹的局部放大, 本文所提算法相对于传统算法对动态目标的轮廓跟踪更为准确. 基于100次独立Mento Carlo实验的结果如图5所示, 3种算法对于目标质心估计最终都收敛于0.2到0.3之间. 根据弗–面加权距离和IOU可知算法对动态目标形状的跟踪精度, 所提算法弗–面加权距离最终收敛于0.3左右, 而传统算法两者都收敛于0.3到0.4之间, 充分说明所提算法对目标局部细节特征刻画的更为精准. 由IOU可以看出本文所提算法对目标有效轮廓面积的估计准确度高于传统算法. 因此, 整体来讲, 本文算法性能要略优于传统算法, 验证了本文算法在扩展目标动态跟踪中的有效性和优越性.

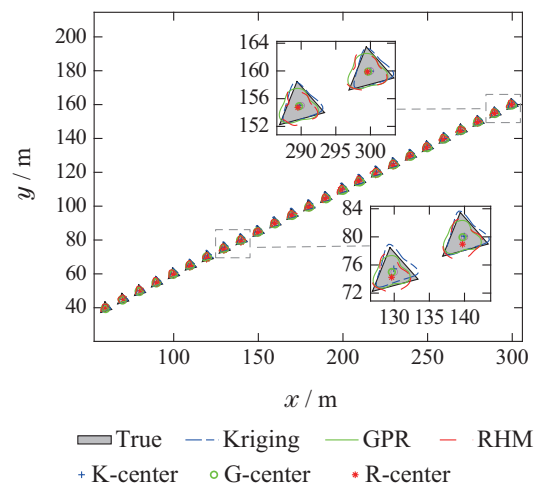


图3 动态三角形扩展目标跟踪

Fig. 3 Dynamic triangle extended target tracking

实验2 复杂的群目标跟踪测试. 在仿真场景的参数基础上, 对目标跟踪60个时刻, 以起始状态 $\mathbf{x}_0 = [p_0^x \ p_0^y \ v_0^x \ v_0^y]^T = [50 \ 25 \ 8 \ -8]^T$ 做匀速直线运

动. 为了提高实验复杂度, 在群目标运动过程中对其进行群目标队形突变跟踪测试, 同时通过与传统算法进行跟踪对比, 验证本文所提算法跟踪群目标的可行性.

分析 2 群目标跟踪效果如图6所示. 将群目标的整体轮廓作为研究对象, 图中的每个小圆点是一个子目标, 由多源小圆点作为子目标组合构成整个群目标. 通过观察局部放大不规则轮廓的估计细节, 本文算法能更准确的逼近群目标的外围轮廓, 验证了所提算法对不规则轮廓群目标跟踪的有效性. 根据群目标对应的弗-面加权距离收敛程度和 IOU 测度, 如图 7 所示, 本文所提算法跟踪效果略优于传统算法, 对不规则群目标优越的跟踪性能得以充分验证.

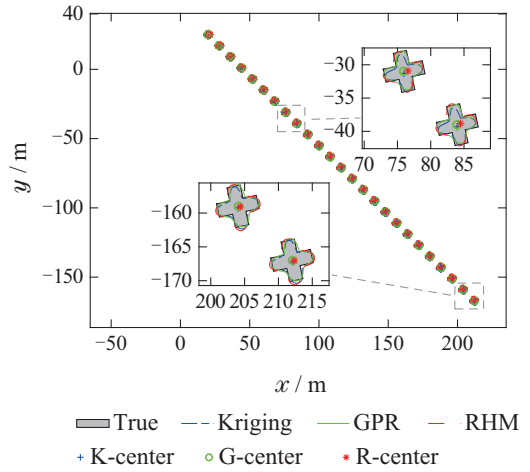


图 4 动态十字形扩展目标跟踪

Fig. 4 Dynamic cross extended target tracking

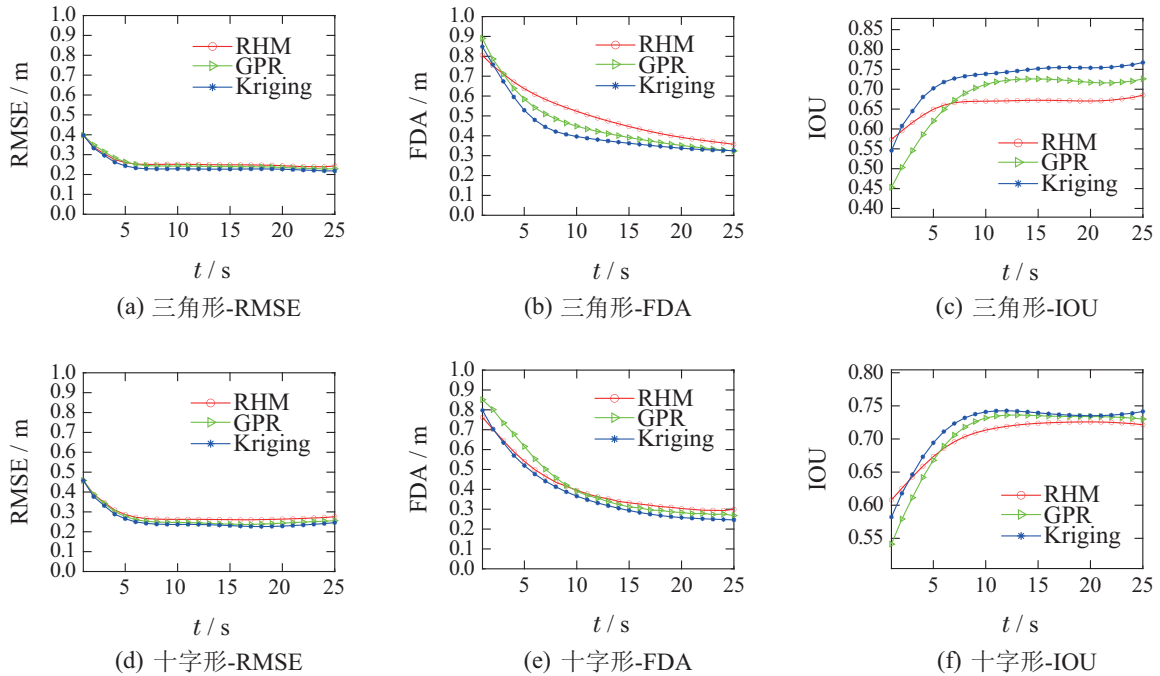
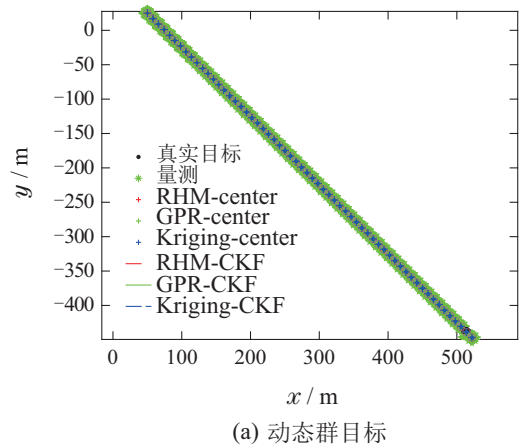


图 5 动态星凸形扩展目标跟踪评价指标

Fig. 5 Evaluation indicators for tracking of dynamic star-convex extended targets

表2是以上不同场景下本文所提算法与传统算法评价指标Mento Carlo实验统计对比的数据表. 经过对实验结果仔细的分析可知: 对于扩展目标而言, 克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法与其他传统算法相比, 无论是对扩展目标质心(RMSE)和目标形状(IOU)的跟踪效果还是表征局部轮廓细节估计质量的弗-面加权距离(FDA)均有较好的提升; 对于群目标来讲, 结合表中数据和图6-7分析, 所提算法较之传统算法在群目标的整体动态队形的跟踪和群队形突变的适应性均展现出更好的效果. 因此, 克里金模型星凸形扩展目标跟踪算法的有效性得以充分证明.



(a) 动态群目标

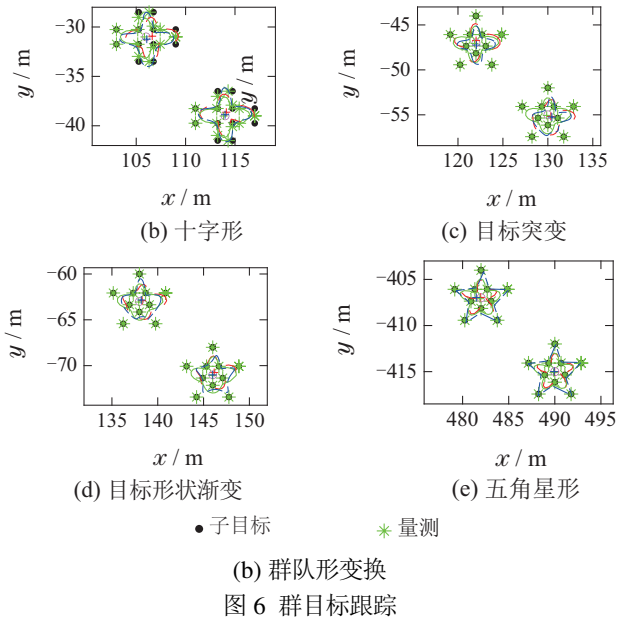


Fig. 6 Group target tracking

6 结束语

本文的创新点是针对星凸形不规则形状扩展目标, 提出以克里金模型作为量测源建模方式的跟踪模型. 该算法以径向函数描述目标不规则形状为基础, 通过传感器接收到的多源量测信息以克里金模型学习径向函数输入与输出之间的非线性映射关系, 推导得出对应的非线性量测方程. 最终以弗-面加权距离作为形状估计评价指标, 通过仿真实验与经典的跟踪算法进行比较, 验证了本文所提算法针对集群目标跟踪具有较好的鲁棒性和跟踪精度.

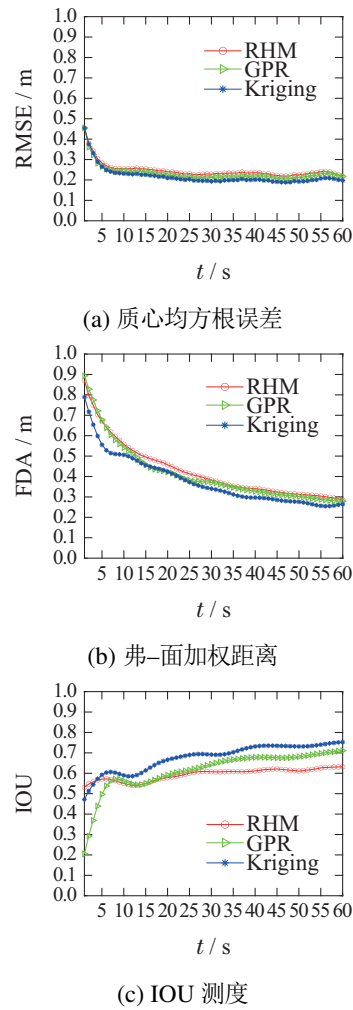


图7 群目标跟踪评价指标

Fig. 7 Evaluation indicators of group target tracking

表2 不同场景下算法对比的评价指标数据表

Table 2 Evaluation indicators statistics for algorithm comparison in different scenarios

跟踪算法	评价指标	扩展目标实验		群目标实验
		三角形	十字形	带有群队形变换
Kriging	RMSE / m	0.2371	0.2498	0.2168
	FDA / m	0.4323	0.3800	0.3893
	IOU	0.7318	0.7312	0.6792
RHM	RMSE / m	0.2532 (+5.35%)	0.2674 (+6.58%)	0.2346 (+7.58%)
	FDA / m	0.4675 (+7.52%)	0.4106 (+7.45%)	0.4125 (+5.62%)
	IOU	0.6668 (+6.50%)	0.7102 (+2.10%)	0.5796 (+9.96%)
GPR	RMSE / m	0.2530 (+5.28%)	0.2615 (+4.47%)	0.2302 (+5.82%)
	FDA / m	0.4549 (+4.96%)	0.4206 (+9.65%)	0.4274 (+8.91%)
	IOU	0.6825 (+4.93%)	0.7080 (+2.32%)	0.6160 (+6.32%)

注: 表中传统算法的百分比一行代表相对于本文算法统计数值的增加量.

参考文献:

- [1] GOODYER F, AHMAD B I, GODSILL S. Flexible multi-target tracking with track management using dirichlet and gaussian processes. *The 26th International Conference on Information Fusion*. Charleston, South Carolina, USA: IEEE, 2023: 1 – 8.
- [2] WU Y, LI D, ZHAO Y, et al. Radar-vision fusion for vehicle detection and tracking. *The International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES)*. Hangzhou, China: IEEE, 2023: 1 – 2.
- [3] HAO X, XIA Y, YANG H, et al. Asynchronous information fusion in intelligent driving systems for target tracking using cameras and radars. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2022, 70(3): 2708 – 2717.
- [4] TUNCER B, OZKAN E. Random matrix based extended target tracking with orientation: A new model and inference. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2021, 69: 1910 – 1923.
- [5] BARTLETT N J, RENTON C, WILLS A G. A closed-form prediction update for extended target tracking using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 2404 – 2418.
- [6] GRANSTROM K, BAUM M, REUTER S. Extended object tracking: Introduction, overview, and applications. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2017, 12(2): 139 – 174.
- [7] GRANSTROM K, BRAMSTAN J. Bayesian smoothing for the extended object random matrix model. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(14): 3732 – 3742.
- [8] AFTAB W, HOSTETTLER R, DE FREITAS A, et al. Spatio-temporal Gaussian process models for extended and group object tracking with irregular shapes. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(3): 2137 – 2151.
- [9] AKBARI B, ZHU H B. Tracking dependent extended targets using multi-output spatiotemporal Gaussian processes. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 18301 – 18314.
- [10] CAO X M, LAN J, LI X R. Extension-deformation approach to extended object tracking. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 57(2): 866 – 881.
- [11] YANG S, BAUM M. Tracking the orientation and axes lengths of an elliptical extended object. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(18): 4720 – 4729.
- [12] FELDMANN M, FRANKEN D, KOCH J W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 59(4): 1409 – 1420.
- [13] KOCH J W. Bayesian approach to extended object and cluster tracking using random matrices. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(3): 1042 – 1059.
- [14] LAN J, LI X R. Tracking of extended object or target group using random matrix Part I: New model and approach. *The 15th International Conference on Information Fusion*. Singapore: IEEE, 2012: 2177 – 2184.
- [15] LAN J, LI X R. Tracking of maneuvering non ellipsoidal extended object or target group using random matrix. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(9): 2450 – 2463.
- [16] BAUM M, HANEBECK U D. Random hypersurface models for extended object tracking. *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT)*. Ajman, UAE: IEEE, 2009: 178 – 183.
- [17] ZEA A, FAION F, HANEBECK U D. Tracking elongated extended objects using splines. *The 19th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Heidelberg, Germany: IEEE, 2016: 612 – 619.
- [18] BAUM M, HANEBECK U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHMs. *The 14th International Conference on Information Fusion*. Chicago, USA: IEEE, 2011: 1 – 8.
- [19] CHEN Hui, DU Jinrui, HAN Chongzhao. A multiple extended targetmulti-Bernouli filter based on star-convex random hypersurface model. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(5): 909 – 922. (陈辉, 杜金瑞, 韩崇昭. 基于星凸形随机超曲面模型多扩展目标多伯努利滤波器. *自动化学报*, 2020, 46(5): 909 – 922.)
- [20] WAHLSTROM N, OZKAN E. Extended target tracking using Gaussian processes. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(16): 4165 – 4178.
- [21] KUMRU M, OZKAN E. 3D extended object tracking using recursive Gaussian processes. *The 21st International Conference on Information Fusion*. Cambridge, UK: IEEE, 2018: 1 – 8.
- [22] JOURNAL A G. Kriging in terms of projections. *Journal of the International Association for Mathematical Geology*, 1977, 9: 563 – 586.
- [23] JONES D R. A taxonomy of global optimization methods based on response surfaces. *Journal of global optimization*, 2001, 21: 345 – 383.
- [24] SACKS J, SCHILLER S B, WELCH W J. Designs for computer experiments. *Technometrics*, 1989, 31(1): 41 – 47.
- [25] MARTIN J D, SIMPSON T W. Use of kriging models to approximate deterministic computer models. *AIAA Journal*, 2005, 43(4): 853 – 863.
- [26] BALABAN M. Review of dace-kriging metamodel. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*, 2023, 21(3): 316 – 323.
- [27] KRIVORUCHKO K. Empirical Bayesian Kriging. *ArcUser Fall*, 2012, 6(10): 11 – 45.
- [28] SETIYOKO A, BASARUDDIN T, ARYMURTHY A M. Minimax approach for semivariogram fitting in ordinary kriging. *IEEE Access*, 2020, 8: 82054 – 82065.
- [29] FALAH A, RUCHJANA B, ABDULLAH A, et al. Clustering spatial autoregressive Kriging model for climate: A bibliometric analysis approach. *International Journal of Data and Network Science*, 2023, 7(2): 637 – 646.

作者简介:

陈辉 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多源信息融合、目标跟踪和传感器管理、随机控制与最优控制、机器学习与智能决策等, E-mail: chen@lut.edu.cn;

庞虎 硕士研究生, 目前研究方向为扩展目标跟踪, E-mail: pangh@lut.edu.cn;

连峰 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多源信息融合、滤波与估计算法、随机集理论以及基于随机有限集合的目标跟踪与识别方法、气动融合算法等, Email: lianfeng1981@mail.xjtu.edu.cn;

韩崇昭 教授, 博士生导师, 主要研究领域为多源信息融合、随机控制与自适应控制、工业过程控制与优化、非线性频谱分析以及决策理论与决策支持系统等, E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn.