

# 含执行器故障的磁轴承转子位置有限时间容错控制

付强, 陈洪, 谢七月<sup>†</sup>

(长沙理工大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410114)

**摘要:** 本文针对主动磁悬浮轴承系统在外干扰、执行器故障情况下转子位置跟踪控制问题, 提出一种基于扩张状态观测器和非奇异快速终端滑模的有限时间容错跟踪控制策略, 以解决普通滑模控制不能有限时间收敛和传统容错控制带来的磁轴承系统设计成本高、体积大的不足. 首先, 本文设计了扩张状态观测器, 以估计磁轴承系统包含内外扰动和执行器故障的集总扰动项, 实现系统扰动补偿与解耦. 基于以上, 引入非奇异快速终端滑模面, 设计有限时间容错控制器, 实现磁轴承转子位置的有限时间容错控制. 最后, 利用Lyapunov函数对所设计控制器的稳定性和有限时间内收敛进行了分析证明. 通过仿真实验对比验证了所设计控制器的有效性和优越性.

**关键词:** 磁悬浮轴承; 位置控制; 滑模控制; 扩张状态观测器; 执行器故障

**引用格式:** 付强, 陈洪, 谢七月. 含执行器故障的磁轴承转子位置有限时间容错控制. 控制理论与应用, 2026, 43(4): 821–831

DOI: 10.7641/CTA.2024.40341

## Finite-time fault tolerant control of magnetic bearing rotor position with actuator faults

FU Qiang, CHEN Hong, XIE Qi-yue<sup>†</sup>

(School of Electrical & Information Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha Hunan 410114, China)

**Abstract:** This paper presents a novel finite-time fault-tolerant tracking control strategy. This strategy addresses the infinite-time convergence issues inherent in conventional sliding mode control, which reduces the high design costs and large size associated with traditional fault-tolerant control approaches. The proposed strategy is specifically tailored to enhance rotor position tracking control in active magnetic levitation bearing systems. It ensures robust performance in the presence of external disturbances and actuator failures. The strategy integrates two key components: An extended state observer (ESO) and a non-singular fast terminal sliding mode. Firstly, an ESO is designed to estimate the aggregate perturbation term of the magnetic bearing system. This term includes internal and external perturbations, as well as actuator faults. The observer enables system perturbation compensation and decoupling. Secondly, a non-singular fast terminal sliding mode surface is introduced, followed by the design of a finite-time fault-tolerant controller. The stability and finite-time convergence of the designed controller are then analyzed and proven by using Lyapunov functions. Finally, the effectiveness and superiority of the designed controller are verified by simulation experiments.

**Key words:** magnetic levitation bearing; position control; sliding mode control; expanded state observer; actuator faults

**Citation:** FU Qiang, CHEN Hong, XIE Qiyue. Finite-time fault tolerant control of magnetic bearing rotor position with actuator faults. *Control Theory & Applications*, 2026, 43(4): 821–831

## 1 引言

主动磁悬浮轴承 (active magnetic bearings, AMB) 通过完全消除轴承与转子之间的机械摩擦, 显著延长了旋转机械的使用寿命. 由于没有机械接触, AMB 支持的旋转机械能够以极高的转速运行. 此外, 通过适

当的控制器设计, 可以提升AMB-转子系统的动力性能并主动抑制振动. 凭借这些优点, AMB已广泛应用于高速电机、空气压缩机、飞轮储能系统等各种旋转机械<sup>[1–3]</sup>.

针对磁悬浮轴承常用控制方法有PID控制<sup>[4–5]</sup>、模

收稿日期: 2024–06–24; 录用日期: 2024–11–12.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: qyxie168@163.com; Tel.: +86 13574805244.

本文责任编辑: 施阳.

国家自然科学基金项目(62373067)资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of China (62373067).

糊控制<sup>[6-7]</sup>、自抗扰控制<sup>[8-9]</sup>等,滑模控制技术以其出色的收敛特性和对系统不确定性及外部干扰的强大鲁棒性在AMB的控制系统中被广泛采用<sup>[10-11]</sup>。为了使磁悬浮轴承有更好的位置跟踪性能,将滑模控制与其他不同的控制策略相结合是比较常用的方法。文献[12]提出了一种基于滑模的自抗扰解耦控制方法,提高了系统的动态响应速度和抗干扰能力,实现了系统的渐进稳定。文献[13]提出了一种积分滑模变结构控制方法来实现磁轴承转子位置控制,用于提高主动磁悬浮轴承的鲁棒性和减少静态误差。文献[14]提出了一种基于深度学习方法的滑模控制器,用于实现主动磁轴承系统中转子的精确三维轨迹控制。文献[15]提出了一种使用降阶数模型设计AMB控制器的新方法,针对未建模的不确定性设计了滑模控制器。文献[16]提出了一种新型的二阶滑模控制器,与指数滑模控制算法相比,所设计的滑模控制器具有更好的动态性能和稳定性。文献[17]研究了使用滑模控制器对主动磁轴承-转子系统进行约束的方法,该方法使系统抗干扰能力强和鲁棒性好。文献[18]提出了一种用于主动磁悬浮轴承系统的双环路神经网络滑模控制方法,以实现大动态转子轨迹追踪控制。上述控制方法仅能够确保系统渐近或指数稳定,这意味着系统达到稳定状态所需时间趋于无穷,未考虑系统位置跟踪误差的有限时间收敛。

另一方面,随着AMB在航空航天、船舶等领域的应用日益广泛,其复杂性与可靠性问题也不断凸显,这在一定程度上制约了其进一步发展<sup>[19-21]</sup>。容错控制作为提高系统可靠性的一项关键手段,它的重要性在于可以有效地应对磁轴承系统中可能出现的故障。文献[22]提出了一种解析解方法来解决径向磁轴承的广义偏置线性化问题。文献[23]设计并实现了一种基于新型故障诊断算法的磁轴承容错控制系统,显著提高了磁轴承系统的可靠性。文献[24]提出了一种紧密耦合冗余支撑结构在电磁执行器故障时的容错控制策略,设计了电流分配方案解决执行器的不同故障情况。从上述研究可以看出,目前的执行器故障容错方法通常是对硬件结构冗余做研究,这样既增加了设计成本,又增大了AMB系统的体积。

近年来非奇异快速终端滑模<sup>[25-27]</sup>、干扰观测技术<sup>[28-30]</sup>等先进技术在实现系统误差有限时间收敛与执行器故障容错上有了很好的应用。基于以上研究,本文针对AMB系统所面临的各自由度之间相互耦合、内外未知干扰和执行器故障等难题以及传统滑模控制与容错控制上的不足,通过采用非奇异快速终端滑模、干扰观测技术等先进技术,提出了一种基于扩张状态观测器的有限时间容错控制(extend state observer-based finite time fault-tolerance control, ESO-FF-C)策略。首先,设计了扩张状态观测器,以准确估计和

补偿包含系统内外扰动和执行器故障的集总扰动项,解决传统容错控制AMB设计成本高、体积大的缺点。然后,引入基于实际位置跟踪误差的非奇异快速终端滑模面,保证跟踪误差在有限时间内快速到达平衡位置,解决传统滑模控制不能有限时间收敛的问题。结合所设计扩张状态观测器与非奇异快速终端滑模面,构建新型有限时间容错控制框架。最后,通过设计仿真对比实验,来验证所提出磁悬浮轴承控制方法的强抗扰性和高容错性。

## 2 预备知识

### 2.1 系统模型

图1描述了一个简化版的AMB系统。该系统中的两个AMB用于提供悬浮力,考虑由两个径向磁轴承控制的 $x, y$ 轴的偏移和绕 $x, y$ 轴的旋转,以转子中心 $O$ 为参考点建立空间笛卡尔坐标系。对AMB系统而言,启动时将转子提升至中心位置是至关重要的。同时,也应当抑制由扰动或不确定性导致的位置偏移。

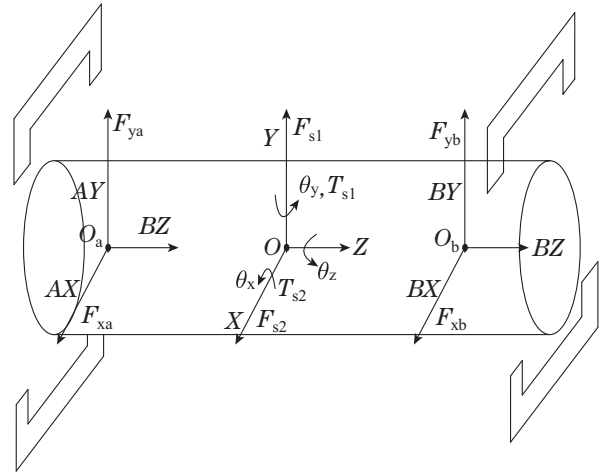


图1 简化磁悬浮轴承转子系统

Fig. 1 Simplified magnetic levitation bearing rotor system

可以由牛顿第二定律来计算得到转子的动力学方程为

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_{xa} + F_{xb} + F_{s1}, \\ m\ddot{y} = F_{ya} + F_{yb} - mg + F_{s2}, \\ J_x\ddot{\theta}_x = F_{yb}l_b - F_{ya}l_a - J_z\omega\dot{\theta}_y + T_{s1}, \\ J_y\ddot{\theta}_y = F_{xa}l_a - F_{xb}l_b + J_z\omega\dot{\theta}_x + T_{s2}, \end{cases} \quad (1)$$

式中： $m$ 代表转子的质量； $g$ 为重力加速度； $F_{xa}, F_{xb}, F_{ya}, F_{yb}$ 分别为 $O_a, O_b$ 受到沿 $X$ 轴和 $Y$ 轴的电磁力； $F_{s1}$ 和 $F_{s2}$ 为外部扰动力； $T_{s1}$ 和 $T_{s2}$ 为外部扰动力矩； $x$ 和 $y$ 表示转子在其质心处沿 $X$ 轴和 $Y$ 轴的位移； $\theta_x, \theta_y$ 分别是转子绕其质心处 $X$ 轴和 $Y$ 轴的转角； $\omega$ 表示转子绕 $Z$ 轴的角速度； $l_a$ 和 $l_b$ 是从质心到两端轴承的距离； $J_x, J_y, J_z$ 是转子绕其质心处 $X$ 轴、 $Y$ 轴、 $Z$ 轴的转动惯量。其中 $x$ 和 $y$ 以及 $\theta_x, \theta_y$ 的值可以通过 $x_a, x_b, y_a, y_b$ 来表示,由此可得

$$\begin{cases} x = \frac{(l_b x_a + l_a x_b)}{l}, \\ y = \frac{(l_b y_a + l_a y_b)}{l}, \\ \theta_x = \frac{(y_b - y_a)}{l}, \\ \theta_y = \frac{(x_a - x_b)}{l}, \\ l = l_a + l_b, \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $x_a$ 表示磁轴承转子a端X轴方向的位移,  $x_b$ 表示磁轴承转子b端X轴方向的位移,  $y_a$ 表示磁轴承转子a端Y轴方向的位移,  $y_b$ 表示磁轴承转子b端Y轴方向的位移。

针对单个电磁铁的作用, 电磁力为

$$f = \frac{1}{4} \mu_0 n^2 S_0 \frac{i^2}{x^2} \cos \alpha = K \frac{i^2}{x^2} \cos \alpha, \quad (3)$$

其中:  $K = \frac{1}{4} \mu_0 n^2 S_0$ ,  $\mu_0$ 为真空磁导率,  $n$ 为线圈匝数,  $S_0$ 为磁极横截面积,  $\alpha$ 为磁极偏角,  $x$ 为磁悬浮轴承转子与定子的间隙. 当电流*i*增加时, 磁轴承所产生的电磁力增加; 当间隙*x*增加时, 磁轴承所产生的电磁力减小。

AMB系统采用的控制方式为差动驱动方式, 控制磁轴承转子位置的其中一个电磁铁是通过*i<sub>0</sub> + i<sub>j</sub>*的电流驱动, 控制磁轴承转子位置的另一个通过*i<sub>0</sub> - i<sub>j</sub>*的电流驱动, 由此可以得到电磁合力表达式为

$$F_j = K \cos \alpha \left[ \left( \frac{i_0 - i_j}{x_0 - x_j} \right)^2 - \left( \frac{i_0 + i_j}{x_0 + x_j} \right)^2 \right], \quad (4)$$

式中:  $i_j$ 和 $x_j$ 分别代表第*j*自由度上的控制电流和转子位移,  $x_0$ 是给定的气隙. 为了简化分析, 在平衡点处对式(4)进行泰勒展开, 并忽略二次及更高阶的项, 从而得到电磁力的线性表达式为

$$F_j = K_{rj} x_j + K_{ij} i_j, \quad j = 1, \dots, 5, \quad (5)$$

式中:  $K_{rj}$ 代表位移刚度系数,  $K_{ij}$ 是电流刚度系数. 这些系数的表达式分别为:  $K_{rj} = \frac{\mu_0 s_0 n^2 i_0^2}{x_0^3} \cos \alpha$ ,

$$K_{ij} = \frac{\mu_0 s_0 n^2 i_0^2}{x_0^2} \cos \alpha.$$

根据式(5), 可以得知

$$\begin{cases} F_{x_a} = k_r x_b + k_i i_{x_b}, \\ F_{y_a} = k_r y_a + k_i i_{y_a}, \\ F_{y_b} = k_r y_b + k_i i_{y_b}, \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $i_{x_a}, i_{x_b}$ 分别为a, b端X轴方向电磁铁的电流;  $i_{y_a}, i_{y_b}$ 分别为a, b端Y轴方向电磁铁的电流;  $K_r$ 为位移刚度系数;  $K_i$ 为电流刚度系数; 取状态变量  $x = [x_a \ x_b \ y_a \ y_b \ \dot{x}_a \ \dot{x}_b \ \dot{y}_a \ \dot{y}_b]^T$ ; 控制输入电流为  $u = [i_{x_a} \ i_{x_b} \ i_{y_a} \ i_{y_b}]^T$ ; 扰动量  $n = [F_{s1} \ F_{s2} \ T_{s1} \ T_{s2} \ g]^T$ ;

输出向量  $y = [x_a \ x_b \ y_a \ y_b]^T$ , 则由式(1)(2)(6)可以得到径向四自由度磁悬浮轴承的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU + EN, \\ Y = CX + DU, \end{cases} \quad (7)$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 4} \\ b_{21} \end{bmatrix},$$

$$C = [I_{4 \times 4} \ 0_{4 \times 4}], \quad D = 0_{4 \times 4}, \quad E = \begin{bmatrix} 0_{4 \times 5} \\ e_{21} \end{bmatrix},$$

$$a_{21} = \begin{bmatrix} \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_a^2}{J_y} & \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_y} & 0 & 0 \\ \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_y} & \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_b^2}{J_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_a^2}{J_x} & \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_x} \\ 0 & 0 & \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_x} & \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_b^2}{J_x} \end{bmatrix},$$

$$a_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{J_z \omega l_a}{J_y l} & \frac{J_z \omega l_a}{J_y l} \\ 0 & 0 & \frac{J_z \omega l_b}{J_y l} & -\frac{J_z \omega l_b}{J_y l} \\ \frac{J_z \omega l_a}{J_x l} & -\frac{J_z \omega l_a}{J_x l} & 0 & 0 \\ \frac{J_z \omega l_a}{J_x l} & \frac{J_z \omega l_a}{J_x l} & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$b_{21} = \begin{bmatrix} \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_a}{J_y} & \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_y} & 0 & 0 \\ \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_y} & \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_b}{J_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_a l_b}{J_x} & \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_x} \\ 0 & 0 & \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_x} & \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_b}{J_x} \end{bmatrix},$$

$$e_{21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & 0 & \frac{l_a}{J_y} & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & -\frac{l_b}{J_y} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & -\frac{l_a}{J_x} & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{m} & \frac{l_b}{J_x} & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

当定子及电缆受损时, 将引起执行器机构失效故障, 可将其转换成4个自由度的控制输入损失. 结合径向四自由度磁悬浮轴承的状态空间表达式(7), 可得状

态方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B(U - U_f) + EN, \\ Y = CX + DU, \end{cases} \quad (8)$$

式中 $U_f$ 表示执行器损失从而引进的通道控制输入损失项,  $U_f = [i_{fx_a} \ i_{fx_b} \ i_{fy_a} \ i_{fy_b}]^T$ , 其值越大表明执行器受损越严重.

## 2.2 相关假设与引理

考虑以下二阶不确定非线性系统<sup>[31]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x) + bu(t) + \nabla f(x) + d(t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (9)$$

其中:  $x_1$ 和 $x_2$ 是系统的状态变量,  $y$ 是输出信号,  $f(x)$ 是非线性函数,  $\nabla f(x)$ 表示系统不确定性,  $d(t)$ 表示外部干扰,  $b$ 是系统参数,  $u(t)$ 是控制输入.

定义系统的跟踪误差 $e_1 = x_1 - x_d$ , 及其导数 $e_2 = x_2 - \dot{x}_d$ , 其中 $x_d$ 为期望信号. 系统的误差方程可以写成

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2, \\ \dot{e}_2 = f(x) + bu(t) + \nabla f(x) + d(t) - \ddot{x}_d. \end{cases} \quad (10)$$

考虑非奇异快速终端滑模面为

$$s = e_1 + k_1|e_1|^\alpha \text{sgn} e_1 + k_2|e_2|^\beta \text{sgn} e_2, \quad (11)$$

其中:  $k_1$ 和 $k_2$ 是正常数;  $1 < \beta < 2$ ,  $\alpha > \beta$ ;  $\text{sgn}(\cdot)$ 是符号函数.

**假设 1**<sup>[31]</sup> 参考输出 $x_d$ 是关于 $t$ 的两次连续可微的函数.

**假设 2**<sup>[31]</sup> 二阶不确定非线性系统中的不确定性 $\nabla f(x)$ 和系统中的外部扰动 $d(t)$ 通常是未知的, 假设以正函数为界, 如下所示:

$$|\nabla f(x) + d(t)| \leq \tau, \quad (12)$$

其中:  $\tau$ 表示集总不确定性的上限, 因 $\nabla f(x)$ 表示系统不确定性,  $d(t)$ 表示外部未知干扰, 所以将 $(\nabla f(x) + d(t))$ 定义为集总不确定性.

假设控制输入不包含加速度信号, 集总不确定性的上界是一个只包含位置和速度测量值的函数, 可以得出结论

$$\tau = a_0 + a_1|e_1| + a_2|e_2|, \quad (13)$$

其中 $a_0$ ,  $a_1$ 和 $a_2$ 都是正数, 式(13)可以从参考文献[32]中的第2节中的假设A.2.2中得到.

**引理 1**<sup>[31]</sup> 考虑系统(9), 其中集总不确定性满足约束(12)–(13). 根据滑模面(11)设计控制律, 可使系统状态在有限时间 $t_r$ 内收敛到滑动面.

## 3 控制系统设计

### 3.1 模型变换

考虑系统在径向4个自由度上相互存在着耦合, 并且转子的转速 $\omega$ 大小也会产生系统耦合. 可以把4个自由度间的耦合、系统内外干扰、执行器故障看成是总扰动 $G_{m_n}$  ( $m = x, y; n = a, b$ ), 则可将矩阵(8)的形式写成如下含有状态变量的形式:

$$\begin{cases} \ddot{x}_a = f_{x_{11}}x_a + m_{x_{11}}\dot{x}_a + G_{x_a}(x_b, \dot{y}_a, \dot{y}_b, i_{x_b}, F_{s_1}, T_{s_2}, i_{fx_a}, i_{fx_b}), \\ \ddot{x}_b = f_{x_{22}}x_b + m_{x_{22}}\dot{x}_b + G_{x_b}(x_a, \dot{y}_a, \dot{y}_b, i_{x_a}, F_{s_1}, T_{s_2}, i_{fx_a}, i_{fx_b}), \\ \ddot{y}_a = f_{y_{11}}y_a + m_{y_{11}}\dot{y}_a + G_{y_a}(y_b, \dot{x}_a, \dot{x}_b, i_{y_b}, F_{s_2}, T_{s_1}, i_{fy_a}, i_{fy_b}, g), \\ \ddot{y}_b = f_{y_{22}}y_b + m_{y_{22}}\dot{y}_b + G_{y_b}(y_a, \dot{x}_a, \dot{x}_b, i_{y_a}, F_{s_2}, T_{s_1}, i_{fy_a}, i_{fy_b}, g), \end{cases} \quad (14)$$

式中:

$$\begin{aligned} G_{x_a}(x_b, \dot{y}_a, \dot{y}_b, i_{x_b}, F_{s_1}, T_{s_2}, i_{fx_a}, i_{fx_b}) &= f_{x_{12}}x_b + g_{x_{11}}\dot{y}_a + g_{x_{12}}\dot{y}_b - m_{x_{11}}i_{fx_a} + \\ & m_{x_{12}}i_{x_b} - m_{x_{12}}i_{fx_b} + \frac{1}{m}F_{s_1} + \frac{l_a}{J_y}T_{s_2}, \\ G_{x_b}(x_a, \dot{y}_a, \dot{y}_b, i_{x_a}, F_{s_1}, T_{s_2}, i_{fx_a}, i_{fx_b}) &= f_{x_{21}}x_a + g_{x_{21}}\dot{y}_a + g_{x_{22}}\dot{y}_b + m_{x_{21}}i_{x_a} + \\ & \frac{1}{m}F_{s_1} - \frac{l_b}{J_y}T_{s_2} - m_{x_{21}}i_{fx_a} - m_{x_{22}}i_{fx_b}, \\ G_{y_a}(y_b, \dot{x}_a, \dot{x}_b, i_{y_b}, F_{s_2}, T_{s_1}, i_{fy_a}, i_{fy_b}, g) &= f_{y_{12}}y_b + g_{y_{11}}\dot{x}_a + g_{y_{12}}\dot{x}_b + m_{y_{12}}i_{y_b} + \\ & \frac{1}{m}F_{s_2} - \frac{l_a}{J_y}T_{s_1} - m_{y_{11}}i_{fy_a} - m_{y_{12}}i_{fy_b} - g, \\ G_{y_b}(y_a, \dot{x}_a, \dot{x}_b, i_{y_a}, F_{s_2}, T_{s_1}, i_{fy_a}, i_{fy_b}, g) &= f_{y_{21}}y_a + g_{y_{21}}\dot{x}_a + g_{y_{22}}\dot{x}_b + m_{y_{21}}i_{y_a} + \\ & \frac{1}{m}F_{s_2} + \frac{l_b}{J_x}T_{s_1} - m_{y_{21}}i_{fy_a} - m_{y_{22}}i_{fy_b} - g, \\ f_{x_{11}} &= \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_a^2}{J_y}, \quad f_{x_{12}} = f_{x_{21}} = \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_y}, \\ f_{x_{22}} &= \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_b^2}{J_y}, \quad m_{x_{11}} = \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_a^2}{J_y}, \\ m_{x_{12}} = m_{x_{21}} &= \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_y}, \\ m_{x_{22}} &= \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_b^2}{J_y}, \quad m_{y_{11}} = \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_a^2}{J_x}, \\ m_{y_{12}} = m_{y_{21}} &= \frac{k_i}{m} - \frac{k_i l_a l_b}{J_x}, \quad m_{y_{22}} = \frac{k_i}{m} + \frac{k_i l_b^2}{J_x}, \\ f_{y_{11}} &= \frac{k_r}{m} + \frac{k_r l_a^2}{J_x}; \quad f_{y_{12}} = f_{y_{21}} = \frac{k_r}{m} - \frac{k_r l_a l_b}{J_x}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g_{x_{11}} &= -g_{x_{12}} = -\frac{J_z \omega l_a}{J_y l}, \quad g_{x_{21}} = -g_{x_{22}} = -\frac{J_z \omega l_b}{J_y l}, \\ g_{y_{11}} &= -g_{y_{12}} = \frac{J_z \omega l_a}{J_x l}, \\ g_{y_{21}} - g_{y_{22}} &= -\frac{J_z \omega l_b}{J_x l}, \quad i_{f_{m_n}} (m = x, y; n = a, b) \end{aligned}$$

为控制输入损失项。

### 3.2 扩张状态观测器

考虑到磁悬浮轴承在运行过程中的耦合效应、外部干扰以及执行机构的损失等不确定因素,为了增强系统在受到外部干扰和执行器故障后的鲁棒性,引入了一种基于扩张状态观测器的扰动补偿方法。具体做法是将集总扰动项看作一个新的状态变量,再结合原有的状态变量构造扩张状态观测器,利用系统可测的量如转子位置、系统控制输入来估计集总扰动项,最后将估计的集总扰动项用于补偿系统受到的内外扰动以及执行器故障,最终提高系统的抗扰与容错能力。

以a端X轴为例: 令  $x_1 = x_a, x_2 = \dot{x}_a, x_3 = f_{x_{11}} x_a + G_{x_a}, G_{x_a}$  为  $x_a$  自由度的总扰动。取状态变量  $\hat{x} = [\hat{x}_1 \hat{x}_2 \hat{x}_3]^T, n = [i_{x_a} \ x_1]^T, \hat{x}$  为状态估计值,  $i_{x_a}$  为控制输入,  $x_1$  为系统输出。进而由式(14)中  $x_a$  自由度的方程可构造扩张状态观测器

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 - \varepsilon_1(\hat{x}_1 - x_1), \\ \dot{\hat{x}}_2 = m_{x_{11}} i_{x_a} + \hat{x}_3 - \varepsilon_2(\hat{x}_1 - x_1), \\ \dot{\hat{x}}_3 = -\varepsilon_3(\hat{x}_1 - x_1), \\ \hat{y} = \hat{x}_1. \end{cases} \quad (15)$$

式(15)可以表示为

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}} = A\hat{x} + BN, \\ \hat{Y} = C\hat{x}. \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{式中: } A = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 & 1 & 0 \\ -\varepsilon_2 & 0 & 1 \\ -\varepsilon_3 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_1 \\ m_{x_{11}} & \varepsilon_2 \\ 0 & \varepsilon_3 \end{bmatrix}, \\ C = [1 \ 0 \ 0].$$

式(16)的特征方程表示为

$$|\lambda I - A| = \lambda^3 + \varepsilon_1 \lambda^2 + \varepsilon_2 \lambda + \varepsilon_3 = (\lambda + \omega_0)^3 = 0, \quad (17)$$

$$\text{式中 } I \text{ 表示单位矩阵 } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

根据式(17)可以得出  $\varepsilon_1 = 3\omega_0, \varepsilon_2 = 3\omega_0^2, \varepsilon_3 = \omega_0^3$ , 其中  $\omega_0$  代表观测器的带宽。当  $\omega_0 > 0$  并选择合适的值时,扩张状态观测器能够稳定运行,同时可以有效地跟踪总扰动值,并将估计的总扰动反馈给控制器。

### 3.3 非奇快速异终端滑模面

以  $x_a$  自由度为例,其他自由度操作类似,令  $x_a = x_1$ 。设  $x_{da}$  为  $x_a$  自由度方向给定位置值,定义位置跟踪误差方程为

$$\begin{cases} e_{x1} = x_1 - x_{da}, \\ e_{x2} = \dot{x}_1 - \dot{x}_{da}. \end{cases} \quad (18)$$

式中  $e_{x2} = \dot{e}_{x1}$  为移速误差。

根据式(14)和式(18)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_{x2} &= \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{da} = \\ & f_{x_{11}} x_1 + G_{x_a} + m_{x_{11}} i_{x_a} - \ddot{x}_{da}. \end{aligned} \quad (19)$$

为了保证磁悬浮轴承转子在有限时间快速、高精度的跟踪性能并尽可能减少滑模抖振,引入了一种新的非奇异快速终端滑模面<sup>[31]</sup>

$$s = e_{x1} + k_1 |e_{x1}|^\alpha \text{sgn } e_{x1} + k_2 |e_{x2}|^\beta \text{sgn } e_{x2}, \quad (20)$$

式中:  $k_1$  和  $k_2$  是正常数,  $1 < \alpha < 2, 1 < \beta < 2, \alpha > \beta$ ,  $\text{sgn}(\cdot)$  是符号函数。 $s$  为非奇异终端滑模面,  $e_{x1}(0) \neq 0$  为任意给定初始条件,系统状态在有限时间内非常迅速地收敛到  $e_{x1}(t) = 0$ 。当系统状态远离平衡状态时,子项  $k_1 |e_{x1}|^\alpha \text{sgn } e_{x1}$  保证了较高的收敛速度;当系统状态接近平衡状态时,子项  $k_2 |e_{x2}|^\beta \text{sgn } e_{x2}$  保证系统在有限时间内渐近收敛。

对式(20)求导得

$$\begin{aligned} \dot{s} &= e_{x2} + k_1 \alpha |e_{x1}|^{\alpha-1} e_{x2} + \\ & k_2 \beta |e_{x2}|^{\beta-1} \dot{e}_{x2}. \end{aligned} \quad (21)$$

### 3.4 容错控制律设计

为了保证所设计的控制器在有限时间内快速收敛并减少滑模抖振<sup>[33]</sup>,同时防止出现奇异现象,选择指数趋近率并根据滑模面设计增益为

$$\dot{s} = -H_1 k s + H_2 \eta \text{sgn } s, \quad (22)$$

式中:  $k > 0, k_2 > 0, \eta > 0, 1 < \beta < 2, H_1 = H_2 = k_2 \beta |e_{x2}|^{\beta-1}$ 。

根据式(19)以及令滑模面(20)的导数(21)等于指数趋近律(22),可以得到非奇异快速终端滑模控制器为

$$i_{x_a} = \frac{1}{m_{x_{11}}} \left( \frac{1 + k_1 \alpha |e_{x1}|^{\alpha-1}}{k_2 \beta |e_{x2}|^{2-\beta} \text{sgn } e_{x2}} + \ddot{x}_{da} + k s + \eta \text{sgn } s - f_{x_{11}} x_1 - G_{x_a} \right). \quad (23)$$

然后,将所设计的扩张状态观测器估计的集总扰动值  $\hat{G}_{x_a}$  替换  $G_{x_a}$ , 则

$$i_{x_a} = \frac{1}{m_{x_{11}}} \left( \frac{1 + k_1 \alpha |e_{x1}|^{\alpha-1}}{k_2 \beta |e_{x2}|^{2-\beta} \text{sgn } e_{x2}} + \ddot{x}_{da} + k s + \eta \text{sgn } s - f_{x_{11}} x_1 - \hat{G}_{x_a} \right). \quad (24)$$

新控制器将非奇异快速终端滑模和扩张状态观测器的优点结合在一起, 具备出色的位置跟踪效果和快速的收敛速度, 对内外部干扰以及执行器故障具有强大的鲁棒性.

**证** 证明设计控制器渐进稳定性, 考虑如下 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}s^2. \quad (25)$$

对式(25)求导, 再代入趋近率(22)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} = \\ & s[\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}(-ks - \eta \text{sign } s)] = \\ & \beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}(-ks^2 - \eta|s|) \leq 0. \end{aligned} \quad (26)$$

根据 Lyapunov 稳定性理论, 所设计的滑模控制器能使系统状态渐近收敛于滑动面  $s = 0$ .

由引理1可知磁悬浮轴承在控制律  $i_{x_a}$  的作用下能使转子在有限时间内收敛到给定参考位置.

证明这种渐近稳定性发生在有限时间内. 通过式(25)–(26)很容易得知

$$\dot{V} = -2k\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}V - \sqrt{2}\eta\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}V^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

取  $\rho_1 \leq 2\beta k k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}$ ,  $\rho_2 \leq \sqrt{2}\eta\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}$ , 可得

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt} \leq -\rho_1 V - \rho_2 V^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

进而, 由式(28)得

$$dt \leq \frac{-dV}{\rho_1 V + \rho_2 V^{\frac{1}{2}}} = -2 \frac{dV^{\frac{1}{2}}}{\rho_1 V^{\frac{1}{2}} + \rho_2}. \quad (29)$$

设从系统初始状态误差  $e_{x_1}(0) \neq 0$  到  $e_{x_1}(t) = 0$  的时间为  $t_r$ , 将式(29)两边对时间  $t$  积分得

$$\begin{aligned} \int_0^{t_r} dt &\leq \int_{V(0)}^{V(t_r)} \frac{-2dV^{\frac{1}{2}}}{\rho_1 V^{\frac{1}{2}} + \rho_2} dt = \\ & \left[ -\frac{2}{\rho_1} \ln(\rho_1 V^{\frac{1}{2}} + \rho_2) \right]_{V(0)}^{V(t_r)}. \end{aligned} \quad (30)$$

化简可得

$$t_r \leq \frac{2}{\rho_1} \ln\left(\frac{\rho_1 V(0)^{\frac{1}{2}} + \rho_2}{\rho_2}\right). \quad (31)$$

综上, 根据 Lyapunov 稳定性判据即可证明磁悬浮轴承在控制律  $i_{x_a}$  的作用下能在有限时间内渐近收敛到给定参考位置. 证毕.

#### 4 系统稳定性分析

**证** 考虑候选 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}e_g^2, \quad (32)$$

其中总扰动估计误差  $e_g = \hat{G}_{x_a} - G_{x_a}$ .

将控制律(24)代入式(21)可得

$$\dot{s} = \beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}(-ks - \eta \text{sign } s - e_g). \quad (33)$$

进而, 对式(32)求导后, 将式(33)代入得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + e_g\dot{e}_g = \\ & s\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}(-ks - \eta \text{sign } s - e_g) + e_g\dot{e}_g = \\ & \beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}(-ks^2 - \eta|s| - e_g s) + e_g\dot{e}_g = \\ & -\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}e_g s - k\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}s^2 - \\ & \eta\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}|s| + e_g\dot{e}_g = \\ & -\delta_1 s - \delta_2 s^2 - \delta_3 |s| + e_g\dot{e}_g, \end{aligned} \quad (34)$$

式中:  $\delta_1 = \beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}e_g$ ,  $\delta_2 = k\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}$ ,  $\delta_3 = \eta\beta k_2 |e_{x_2}|^{\beta-1}$ .

式(34)可改写为

$$\dot{V} = -\left(\delta_2 - \frac{\delta_1}{s}\right)s^2 - \delta_3 |s| + e_g\dot{e}_g. \quad (35)$$

当式(35)中  $(-\delta_3 |s|)$  为负, 则得到以下不等式:

$$\dot{V} \leq \left|\delta_2 - \frac{\delta_1}{s}\right|s^2 + |e_g\dot{e}_g|. \quad (36)$$

由假设2系统总扰动  $G_{x_a}$  可导且导数有界, 可知总扰动估计误差  $e_g$  及其导数有界, 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq M_1 s^2 + |e_g\dot{e}_g| = \\ & 2M_1 V - M_1 e_g^2 + |e_g\dot{e}_g| \leq \\ & 2M_1 V + M_2, \end{aligned} \quad (37)$$

式中:  $M_1 > \left|\delta_2 - \frac{\delta_1}{s}\right|$ ,  $M_2 > -M_1 e_g^2 + |e_g\dot{e}_g|$ .

因此, 所设计的扩张状态观测器观测值与实际值的误差在有限时间收敛到一个有界常数之前, 可知 Lyapunov 函数  $V$  和滑模面  $s$  以及观测器的估计误差  $e_g$  不会发散<sup>[34]</sup>.

当观测器的估计误差达到有界常数时, 式(34)可化简为

$$\dot{V}_0 = s\dot{s} = -\delta_1 s - \delta_2 s^2 - \delta_3 |s|, \quad (38)$$

式中  $V_0 = \frac{1}{2}s^2$ .

式(38)可以改写为

$$\dot{V}_0 = -\left(\delta_2 - \frac{\delta_1}{s}\right)s^2 - \delta_3 |s|. \quad (39)$$

对于  $e_{x_2} \neq 0$  和  $(\delta_2 - \frac{\delta_1}{s}) > 0$ , 存在两个常数  $\gamma_1 > 0$ ,  $\gamma_2 > 0$ , 使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &\leq -\gamma_1 s^2 - \gamma_2 |s| = \\ & -2\gamma_1 V_0 - \sqrt{2}\gamma_2 V_0^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (40)$$

从式(39)到式(40)的推导, 是基于 Lyapunov 稳定性理论的直接应用. 通过选取合适的常数  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ , 本文将系统的 Lyapunov 函数导数表达为负定形式, 从而证明系统在该 Lyapunov 函数下是渐近稳定的.

因此, 对于任何给定的初始条件  $V(x_0) = V_0$ , Lyapunov 函数在有限时间内收敛到原点<sup>[34]</sup>, 然后由式(40)得

$$\dot{V}_0 = \frac{dV_0}{dt} \leq -2\gamma_1 V_0 - \sqrt{2}\gamma_2 V_0^{\frac{1}{2}}. \quad (41)$$

进而由式(41)得

$$dt \leq \frac{-dV_0}{2\gamma_1 V_0 + \sqrt{2}\gamma_2 V_0^{\frac{1}{2}}} = -2 \frac{dV_0^{\frac{1}{2}}}{2\gamma_1 V_0^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\gamma_2}. \quad (42)$$

设从系统初始状态误差  $e(0)_{x_1} \neq 0$  到  $e(t)_{x_1} = 0$  的时间为  $T$ , 将式(42)两边对时间  $t$  积分得

$$\int_0^T dt \leq \int_{V_0(0)}^{V_0(T)} \frac{-2dV_0^{\frac{1}{2}}}{2\gamma_1 V_0^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\gamma_2} dt = \left[ -\frac{1}{\gamma_1} \ln(2\gamma_1 V_0^{\frac{1}{2}} + \sqrt{2}\gamma_2) \right]_{V_0(0)}^{V_0(T)}. \quad (43)$$

化简可得

$$T \leq \frac{1}{\gamma_1} \ln \left( \frac{\sqrt{2}\gamma_1 V(x_0)^{\frac{1}{2}} + \gamma_2}{\gamma_2} \right). \quad (44)$$

综合上述分析, 可以得出AMB系统能够在有限时间稳定. 证毕.

### 5 仿真实验与结果分析

本节基于MATLAB R2020a/Simulink搭建了AMB系统模型, 系统结构框图见图2. 为了验证本文设计的控制策略(ESO-FFC)在主动磁悬浮轴承系统位置跟踪控制上的性能, 将其与文献[12]中基于滑模的自抗扰解耦控制(sliding mode active disturbance rejection control, SM-ADRC)以及文献[30]提到的基于扩张状态观测器的迭代学习控制(iterative learning control based on extended state observer, ESO-ILC)进行比较. 本文设计控制器(ESO-FFC)参数见表1, 磁悬浮轴承运行的具体参数值见表2.

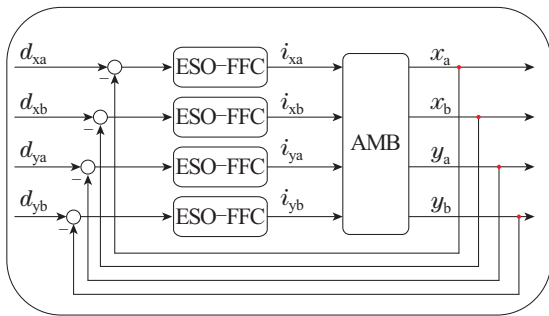


图 2 四自由度磁悬浮轴承控制框图

Fig. 2 Control block diagram of four degree of freedom magnetic bearing

#### 5.1 位置响应曲线

图3为AMB的位置响应曲线. 在  $x_a$  方向给定一个

幅值为 0.1 mm 常值信号, 从图 3 中可见 ESO-FFC 上升时间约为 0.54 ms, 调节时间约 1.7 ms, 无超调. SM-AD-RC 上升时间约为 2 ms, 调节时间约 3.18 ms, 超调量约为 9.4%. ESO-ILC 的上升时间约为 0.57 ms, 调节时间约 6.1 ms, 超调量约为 19%, ESO-ILC 与 SM-ADRC 均存在超调. 因此, 系统响应曲线在 3 种控制下 ESO-FFC 响应更快, 调节时间更短, 且无超调.

表 1 控制器参数

Table 1 controller parameters

符号	数值	符号	数值
$k_1$	12 000	$k_2$	0.75
$\alpha$	1.13	$\beta$	1.07
$k$	27 000	$\eta$	110

表 2 磁轴承参数

Table 2 Magnetic bearing parameters

符号	数值	符号	数值
$m$	2.8 kg	$J_z$	$7.65 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^2$
$J_x$	$0.021 \text{ kg/m}^2$	$J_y$	$0.021 \text{ kg/m}^2$
$l_a$	0.1217 m	$l_b$	0.1338 m
$k_r$	$3.24 \times 10^5 \text{ N/m}$	$k_i$	43.79 N/A

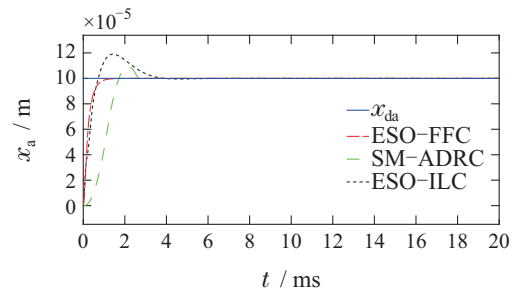


图 3 位置响应曲线

Fig. 3 Position response curves

#### 5.2 跟踪响应曲线

图 4 为 AMB 转子在给定曲线下的跟踪响应曲线. 可通过输入特定跟踪信号来验证所设计算法的跟踪性能. 以  $x_a$  方向为例, 在  $x_a$  方向输入正弦信号  $(0.001 + 0.00004 \times \sin(1000t))$ . 由图 4 可知, 3 种算法中, ESO-FFC 算法能够最快速、精确地跟踪到期望正弦响应同时系统没有静差; ESO-ILC 跟踪速度较慢, 系统无静差; SM-ADRC 的跟踪速度最慢且有静差.

#### 5.3 外加扰动下位置响应曲线

图 5 表示磁轴承 4 个自由度位置响应曲线. 假设各自由度的目标值都设定为 0.1 mm, 0.008 s 时刻在  $x_a$  的位移方向加入外扰正弦信号  $(571 \times \sin(1000 \times t))$ . 由图 5(a) 及其放大图可看出在扰动作用下 SM-ADRC 偏离平衡位置最远, ESO-FFC 次之, ESO-ILC 偏离最小. 但由图 5(b) 及其放大图可知 ESO-FFC 偏离平衡位

置最小. 因转子转速较低(5000 r/min), 受陀螺效应影响很小, 所以在图5(c)-(d)中可以看出 $y_a, y_b$ 方向几乎不受扰动影响. 因此结合第1小节可知ESO-FFC综合抗扰性能最好.

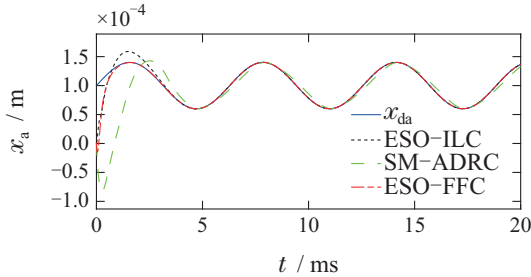
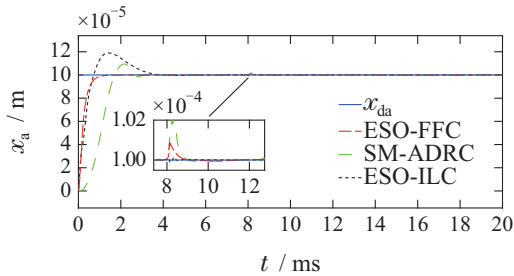


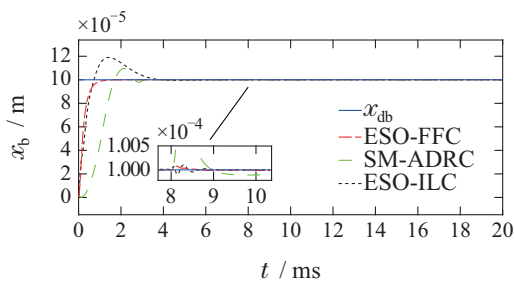
图4 跟踪响应曲线

Fig. 4 Tracking response curves

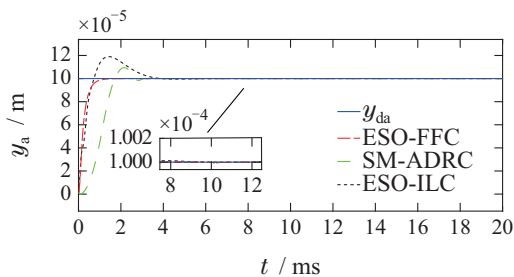
当转子转速增加后, 以 500 000 r/min 为例, 见图6可知转子转速增加后 $x_a, x_b$ 方向的输出响应与低转速时无异, 而 $y_a, y_b$ 方向受陀螺效应影响发生较小偏移, 随即很快恢复到平衡位置, 可以看出ESO-FFC在高转速下的抗扰性最好. 因此, ESO-FFC能够很好实现4个自由度的解耦, 使系统有很好的抗扰性, 同时极大抑制陀螺效应.



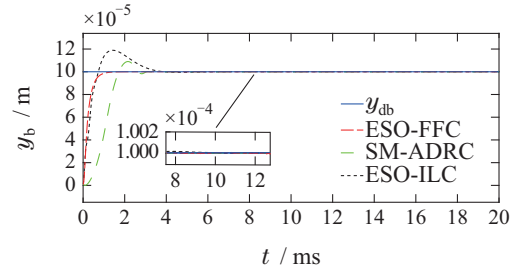
(a)  $x_a$  自由度位置响应曲线



(b)  $x_b$  自由度位置响应曲线



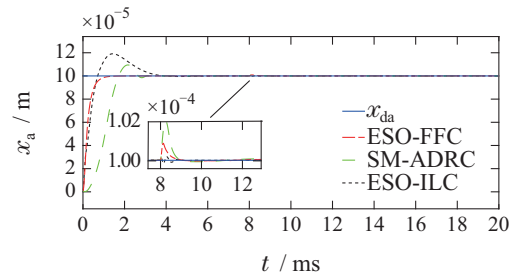
(c)  $y_a$  自由度位置响应曲线



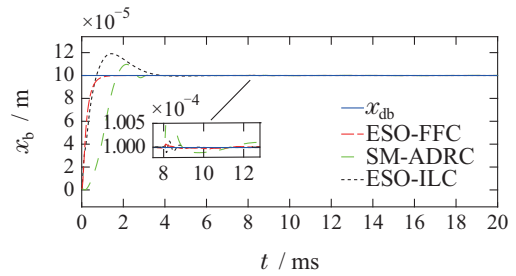
(d)  $y_b$  自由度位置响应曲线

图5 4个自由度的位置响应曲线

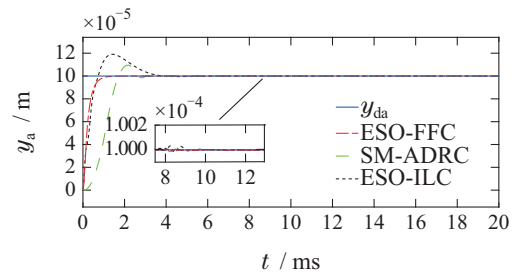
Fig. 5 Four degrees of freedom position response of the system



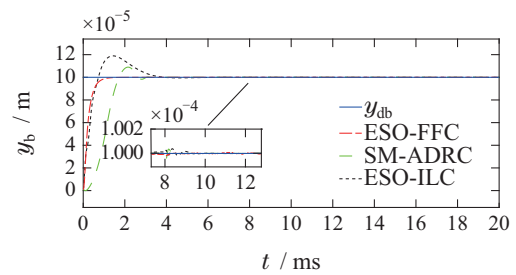
(a)  $x_a$  自由度位置响应曲线



(b)  $x_b$  自由度位置响应曲线



(c)  $y_a$  自由度位置响应曲线



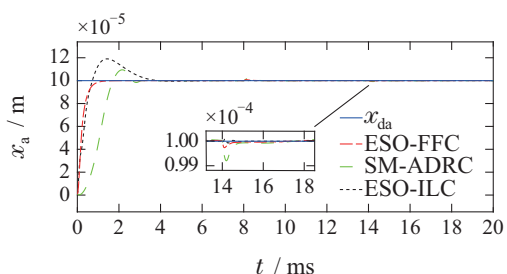
(d)  $y_b$  自由度位置响应曲线

图6 提升转速后各自由度位置响应曲线

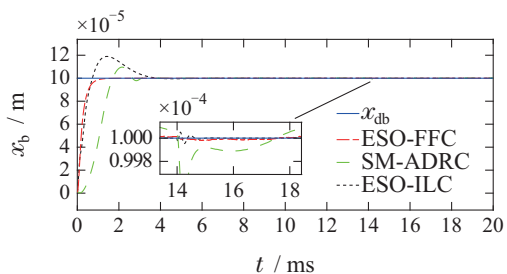
Fig. 6 Position response of degrees of freedom after increasing speed

### 5.4 外加扰动与发生故障时位置响应

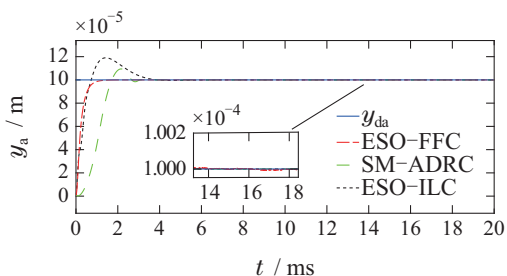
当在0.014 s时磁悬浮轴承存在干扰的情况下,  $x_a$  方向自身发生执行器偏置故障(即令  $i_{fa} = 6$ ), 由图7(a)及其放大图可知 AMB 系统发生执行器故障后, SM-ADRC 偏离平衡位置最远, ESO-FFC 次之, ESO-ILC 偏离最小. 但从图7(b)及其放大图可知 ESO-FFC 偏离平衡位置最小. 由图7(c)–(d)知在低转速下  $x_a$  方向的扰动与执行器故障对  $y_a, y_b$  方向几乎无影响. 综合由以上可得 ESO-FFC 的响应时间最快、无超调、调节时间最短, 对扰动抑制和故障容错效果好.



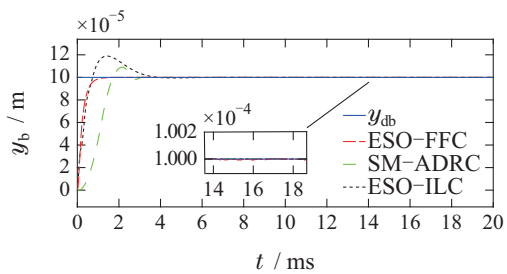
(a)  $x_a$  自由度位置响应曲线



(b)  $x_b$  自由度位置响应曲线



(c)  $y_a$  自由度位置响应曲线



(d)  $y_b$  自由度位置响应曲线

图7 四自由度的位置响应曲线

Fig. 7 Four degree of freedom position response of the system

图8表示在 ESO-FFC 控制作用下, ESO 对  $x_a$  方向

总扰动的估计曲线. 由图8可知系统在0.008 s受到外加扰动后很快观测到了外加扰动的值, 当0.014 s时  $x_a$  方向受到执行器故障的影响很快恢复对总扰动的观测. 因此, 在 ESO-FFC 控制策略下, ESO 可以实现对未知扰动与系统执行器故障的精确估计与补偿.

图9所示为控制输入曲线, 当 AMB 系统存在外部扰动与执行器故障时, ESO-FFC 控制策略会立即响应, 以便克服外部扰动与故障对控制性能的影响.

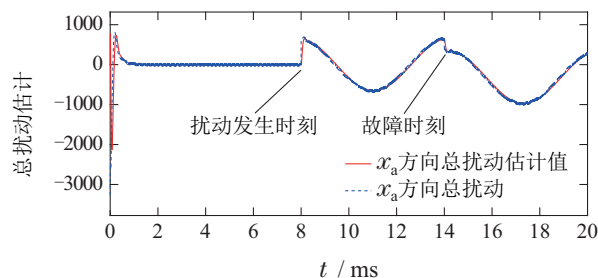


图8 ESO的观测值

Fig. 8 ESO observations

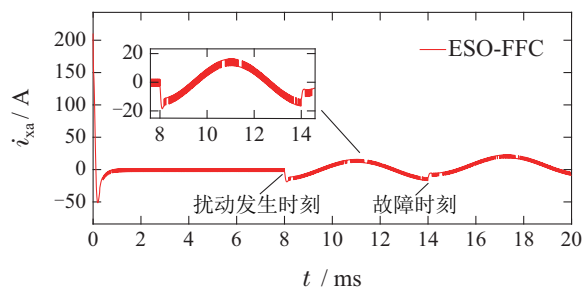


图9 控制输入

Fig. 9 Control inputs

## 6 结论

本文研究了四自由度主动磁悬浮轴承在各自由度间相互耦合、内外未知扰动与执行器故障下的位置稳定跟踪问题, 基于扩张状态观测器, 提出了一种新的有限时间内容错控制策略, 较好的提升了磁轴承系统的收敛速度与位置跟踪精度, 改善了传统滑模不能在有限时间收敛的问题, 同时在不改变传统磁悬浮轴承的硬件结构基础上实现执行器偏置故障的容错控制. 最后, 通过仿真实验验证了本文所提出的控制策略能够显著提高磁悬浮轴承系统的抗扰与容错性能. 通过仿真实验可以得出以下结论:

1) 本文所提出的基于扩张状态观测器和非奇异快速终端滑模的有限时间容错控制能够使磁悬浮轴承转子保持稳定悬浮, 系统位置响应快、调节时间短, 无超调量, 跟踪响应快, 跟踪误差小;

2) 基于扩张状态观测器技术能对系统集总扰动项进行精确估计, 实现了对磁悬浮轴承转子径向4个在自由度的解耦, 极大减小了悬浮转子高速运行时的陀螺效应;

3) 在抗扰和执行器故障容错上, 本文所提出的方法经过对比分析能够更有效的抑制外部干扰和执行器故障, 使系统保持良好的稳定状态。

### 参考文献:

- [1] SCHUHMANN T, HOFMANN W, WERNER R. Improving operational performance of active magnetic bearings using Kalman filter and state feedback control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(2): 821 – 829.
- [2] KANDIL M S, DUBOIS M R, BAKAY L S, et al. Application of second-order sliding-mode concepts to active magnetic bearings. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(1): 855 – 864.
- [3] SMIRNOV A, UZHEGOV N, SILLANPAA T, et al. High-speed electrical machine with active magnetic bearing system optimization. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(12): 9876 – 9885.
- [4] LALDINGLIANA J, BISWAS P K. Artificial intelligence based fractional order pid control strategy for active magnetic bearing. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2022, 17(6): 3389 – 3398.
- [5] BO W, HAIPENG G, HAO L, et al. Particle swarm optimization-based fuzzy pid controller for stable control of active magnetic bearing system. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1888(1): 012022.
- [6] MA Z, LIU G, LIU Y, et al. Research of a six-pole active magnetic bearing system based on a fuzzy active Controller. *Electronics*, 2022, 11(11): 1723.
- [7] CARMO CARVALHO F, FERNANDES DE OLIVEIRA M V, LARA-MOLINA F A, et al. Fuzzy robust control applied to rotor supported by active magnetic bearing. *Journal of Vibration and Control*, 2021, 27(7/8): 912 – 923.
- [8] LI Y, ZHU H. Hybrid active disturbance rejection decoupling control for six-pole active magnetic bearing based on improved genetic algorithm. *Progress In Electromagnetics Research M*, 2022: 205 – 217.
- [9] WANG S, ZHU H, WU M, et al. Active disturbance rejection decoupling control for three-degree-of-freedom six-pole active magnetic bearing based on BP neural network. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2020, 30(4): 1 – 5.
- [10] ZHANG Yaopeng. *Research on sliding mode variable structure control of active magnetic bearing*. Tianjin: Tianjin University, 2020. (张耀鹏. 磁悬浮轴承的滑模变结构控制研究. 天津: 天津大学, 2020.)
- [11] JU Jintao, ZHU Huangqiu, XU Zegang, et al. Research review on sliding mode control for magnetic bearings. *Bearing*, 2019, 9: 56 – 66. (鞠金涛, 朱焜秋, 许泽刚, 等. 磁轴承滑模控制研究综述. 轴承, 2019, 9: 56 – 66.)
- [12] LI Binglin, ZENG Li, ZHANG Pengming, et al. Sliding mode active disturbance rejection decoupling control for active magnetic bearings. *Electric Machines and Control*, 2021, 25(7): 129 – 138. (李冰林, 曾励, 张鹏铭, 等. 主动磁悬浮轴承的滑模自抗扰解耦控制. 电机与控制学报, 2021, 25(7): 129 – 138.)
- [13] BAI Huatang, Qi Rong. Integral sliding mode variable structure control for active magnetic bearings. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2008, 23(8): 36 – 40. (柏华堂, 齐蓉. 主动磁悬浮轴承的积分滑模变结构控制. 电工技术学报, 2008, 23(8): 36 – 40.)
- [14] YAO X, CHEN Z. Sliding mode control with deep learning method for rotor trajectory control of active magnetic bearing system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2019, 41(5): 1383 – 1394.
- [15] SAHA S, AMRR S M, NABI M U, et al. Reduced order modeling and sliding mode control of active magnetic bearing. *IEEE Access*, 2019, 17: 113324 – 113334.
- [16] WANG X, ZHANG Y, GAO P. Design and analysis of second-order sliding mode controller for active magnetic bearing. *Energies*, 2020, 13(22): 5965.
- [17] LIU Y, XIONG H, YANG J, et al. Research on sliding mode control of an active magnetic bearing high-speed motor rotor. *IEEE 2nd China International Youth Conference on Electrical Engineering (CIYCEE)*. Chengdu, China: IEEE, 2021: 1 – 5.
- [18] YAO X, CHEN Z, JIAO Y. A dual-loop control approach of active magnetic bearing system for rotor tracking control. *IEEE Access*, 2019, 7: 121760 – 121768.
- [19] GONG Lei, YANG Zhi, ZHU Changsheng, et al. Acceleration responses robustness of active magnetic bearings-rigid rotor system. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2021, 36(2): 268 – 281. (巩磊, 杨智, 祝长生. 主动电磁轴承-刚性转子系统加速响应的鲁棒性. 电工技术学报, 2021, 36(2): 268 – 281.)
- [20] ZHOU Tianhao, CHEN Lei, ZHU Changsheng, et al. Unbalance compensation for magnetically levitated high-speed motors based on adaptive variable step size least mean square algorithm. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2020, 35(9): 1900 – 1911. (周天豪, 陈磊, 祝长生, 等. 基于自适应变步长最小均方算法的磁悬浮高速电机不平衡补偿. 电工技术学报, 2020, 35(9): 1900 – 1911.)
- [21] LI Zhi, SU Zhenzhong, HU Jinghua, et al. Design and experimental research of magnetic bearing compound displacement sensor. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2021, 36(7): 1425 – 1433. (李志, 苏振中, 胡靖华, 等. 磁轴承复合位移传感设计与实验研究. 电工技术学报, 2021, 36(7): 1425 – 1433.)
- [22] MEEKER D, MASLEN E. A parametric solution to the generalized bias linearization problem. *Actuators*, 2020, 9(1): 14.
- [23] CHENG X, DENG S, CHENG B-X, et al. Design and implementation of a fault-tolerant magnetic bearing control system combined with a novel fault-diagnosis of actuators. *IEEE Access*, 2021, 9: 2454 – 2465.
- [24] CHENG X, LIU H, SONG S, et al. Reconfiguration of tightly-coupled redundant supporting structure in active magnetic bearings under the failures of electromagnetic actuators. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2017, 54(3): 421 – 432.
- [25] YU S, YU X, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.
- [26] YU Z, ZHAO F, DING S, et al. Adaptive pre-assigned finite-time control of uncertain nonlinear systems with unknown control gains. *Applied Mathematics and Computation*, 2022, 417: 126784.
- [27] SU S, HAN L, LI S. Finite-time event-triggered consensus control for high-speed train with gradient resistance. *Journal of the Franklin Institute*, 2022, 359(2): 1144 – 1175.
- [28] ZHAO Ping, SUN Dongmei, CHEN Hongyan. Unbalance vibration control for magnetic bearing rotor based on sliding mode observer. *Bearing*, 2015, 1: 12 – 15. (赵萍, 孙冬梅, 陈红燕. 基于滑模观测器的磁轴承转子不平衡扰动控制. 轴承, 2015, 1: 12 – 15.)

- [29] DING Li, FANG Jiancheng, WEI Tong. Disturbance rejection based on disturbance observation for magnetic suspended rotor. *Bearing*, 2009, 8: 6 – 9.  
(丁力, 房建成, 魏彤. 基于干扰观测器的磁悬浮转子扰动抑制方法. 轴承, 2009, 8: 6 – 9.)
- [30] TANG Z Z, YU Y J, LI Z H, et al. Disturbance rejection via iterative learning control with a disturbance observer for active magnetic bearing systems. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2019, 20: 131 – 140.
- [31] BOUKATTAYA M, MEZGHANI N, DAMAK T. Adaptive nonsingular fast terminal sliding-mode control for the tracking problem of uncertain dynamical systems. *ISA Transactions*, 2018, 77: 1 – 19.
- [32] ZHIHONG M, YU X. Adaptive terminal sliding mode tracking control for rigid robotic manipulators with uncertain dynamics. *JSME International Journal Series C*, 1997, 40(3): 493 – 502.
- [33] ZHANG Zhixin, LIU Xudong. Fast terminal sliding mode control of permanent magnet synchronous motor servo system with ESO. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(7): 1233 – 1242.  
(张智鑫, 刘旭东. 基于ESO的永磁同步电机伺服系统快速终端滑模控制. 控制理论与应用, 2023, 40(7): 1233 – 1242.)
- [34] WANG H, SHI L, MAN Z, et al. Continuous fast nonsingular terminal sliding mode control of automotive electronic throttle systems using finite-time exact observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2018, 65(9): 7160 – 7172.

#### 作者简介:

**付强** 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为磁悬浮轴承系统控制、变压器、变流装置状态监测与故障诊断, E-mail: fuqiang-0812@163.com;

**陈洪** 硕士研究生, 目前研究方向为磁悬浮轴承系统控制, E-mail: 23105031050@stu.csust.edu.cn;

**谢七月** 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能控制理论及应用, E-mail: qyxie168@163.com.